第 15 卷 第 5 期　　高能物理与核物理　　Vol. 15, No. 5
1991 年 5 月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　May, 1991

强耦合 QED 相的非拓扑孤子模型和正、负电子对凝聚

沈 坤　袁忠平

(华中师范大学粒子物理所，武汉 430070)

摘　要

在强耦合 QED 相的非拓扑孤子模型中，讨论了电子动力学质量的生成机制，得到了产生正、负电子对凝聚的临界耦合常数 g_{crit} 和临界核电荷数 Z_{crit}，定性地解释了反常 e^+e^- 峰的性质．结果表明，正、负电子对凝聚在 QED 强耦合相中起着重要的作用．

一、引　言

自从在 GSI 重离子碰撞中发现了反常 e^+e^- 峰[1,2]以来，引起了实验和理论两方面的极大关注．实验观测到的 e^+e^- 峰具有如下特点：(1) 只有当入射重离子的动能正好接近于克服重离子间的 Coulomb 势时，才能观测到这些 e^+e^- 峰．(2)观测到有几个 e^+e^- 峰存在．e^+e^- 峰具有非常窄的宽度，并且发现有能量相同，背对背的正、负电子存在，该质心系能量近似为 1.6—1.8MeV．(3) 存在一个临界核电荷数 Z_{crit}．当 $Z \geqslant Z_{crit}$ 时，e^+e^- 峰的结构与 $Z(Z_1+Z_2)$ 有相对的无关性．

为了解释这些非常窄的 e^+e^- 峰，人们提出了各种可能的解释[3-6]，其中一种比较自然的解释认为在重离子碰撞中形成的大 Z 核诱导了非常强的背景电磁场．在该背景场的作用下，产生了 QED 的一个新相，并假设该相是亚稳态，实验上观测到的 e^+e^- 峰可以看成是 QED 新相中类似于正电子偶素的衰变．

许多年前，Schwinger 就提出了在 QED 理论中，有可能存在着强耦合相[7]．近年来，人们从格点规范理论的研究进一步证实了这种看法，并指出强耦合相具有禁闭性质[8,9]．

目前，人们试图从不同的角度来考察 QED 新相的性质，以及新相与 e^+e^- 峰的关系．其中由 Celenza, Miskra, Shakin 和 Liu 提出的非拓扑孤子模型较成功地解释了实验观测到的 e^+e^- 峰的谱性质．他们认为，重离子所产生的强场诱导了 QED 的强耦合相，该相中有正、负电子对凝聚和光子凝聚．这样，重离子的强场被屏蔽掉了，以致只有相对很小的电场，并利用 Higgs 场作为序参数来描述真空的凝聚效应．在新相中，正、负

本文 1990 年 7 月 24 日收到．

电子的质量是由通常的电子质量加上由正、负电子对凝聚所提供的动力学质量组成．e^+e^- 峰是新相中非拓扑孤子衰变的结果．

考虑到正、负电子对的凝聚在 QED 新相中起着重要的作用，我们认为研究正、负电子对凝聚的动力学机制将有助于理解动力学质量的生成和反常 e^+e^- 峰的某些特性．鉴于以上考虑，我们在非拓扑孤子模型中探讨 e^+e^- 对凝聚与动力学质量的关系，得到了产生正、负电子对凝聚的临界耦合常数 $g_{\rm crit}$、临界核电荷数 $Z_{\rm crit}$，并讨论了 QED 新相的性质．

第二节，讨论电子的动力学质量和正、负电子对凝聚，得到相应的自洽方程．第三节，通过引入动量截断得到临界耦合常数 $g_{\rm crit}$ 和临界核电荷数 $Z_{\rm crit}$，并讨论了强耦合相的性质．最后，在第四节中做了小结．

二、正、负电子对凝聚和动力学质量的生成

在文献[6]中，为了解释 e^+e^- 峰的谱性质，引入了一个具有非拓扑孤子解的拉氏量．为了研究电子的动力学质量的生成，我们暂时不考虑重离子所产生的强场凝聚的具体过程，只讨论正、负电子对凝聚的机制．我们将原拉氏量改写为

$$\mathscr{L} = -\bar{\psi}(\gamma\cdot\partial + m_e)\psi - g\bar{\psi}\phi\psi - \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial_\mu\phi - \frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2 \tag{2.1}$$

其中文献[6]中的准电子对应于上式中的电子，Higgs 场描述 QED 真空的性质，$\langle\phi(x)\rangle$ 描述正、负电子对凝聚．

由四费米子相互作用与 Yukawa 耦合的等价性，类比 BCS 超导理论和 Nambu-Jona-Lasinio 模型[10]，我们知道，电子与 Higgs 场的 Yukawa 耦合将使正、反电子之间产生吸引相互作用，这种吸引相互作用将使正、负电子对发生真空凝聚，使电子具有动力学质量．

有外源时的生成泛函为

$$\begin{aligned} Z[J_\phi;\bar{\eta},\eta] &= e^{iW[J_\phi;\bar{\eta},\eta]} \\ &= \int[D\bar{\psi}][D\psi][D\phi]\exp\Big(i\int d^4x[\mathscr{L} + J_\phi(x)\phi(x) \\ &\quad + \bar{\eta}(x)\psi(x) + \bar{\psi}(x)\eta(x)]\Big) \end{aligned} \tag{2.2}$$

场的运动方程为

$$(\partial^2 - m_\phi^2)\phi(x) = -J_\phi(x) + g\bar{\psi}(x)\psi(x), \tag{2.3a}$$

$$(\gamma\cdot\partial + m_e)\psi(x) = \eta(x) - g\phi(x)\psi(x), \tag{2.3b}$$

$$\bar{\psi}(x)(-\gamma\cdot\overleftarrow{\partial} + m_e) = \bar{\eta}(x) - g\phi(x)\bar{\psi}(x). \tag{2.3c}$$

将 (2.3a) 式两边对真空求平均，在外源为零时，可得到如下自洽方程[11]

$$m_\phi^2\langle 0|\phi(x)|0\rangle = -g\langle 0|\bar{\psi}(x)\psi(x)|0\rangle, \tag{2.4}$$

其中已利用了真空态的时空平移不变性．由(2.4)式可知，$\langle\phi(x)\rangle$ 与 $\langle\bar{\psi}(x)\psi(x)\rangle$ 成正比．因而，引入 $\langle\phi(x)\rangle$ 作为描述正、负电子对凝聚的参数是合理的．

利用运动方程 (2.3b) 和 (2.3c) 式可得费米子的传播子应满足的方程为

$$\left(\gamma\cdot\partial+m_e+g\langle\phi(x)\rangle+\frac{1}{i}g\frac{\delta}{\delta J_\phi(x)}\right)S_F^J(x,x')$$
$$=-i\delta^4(x-x')+\eta(x)\langle\bar{\psi}(x')\rangle_0^J. \tag{2.5}$$

其中 $S_F^J(x, x')$ 的定义为

$$S_F^J(x,x')=\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta\bar{\eta}(x)}\frac{\delta}{\delta\eta(x')}W[J]. \tag{2.6}$$

忽略电子自能项,在外源为零时,电子的传播子为

$$S_F(p)=\frac{-1}{\gamma\cdot p-i(m_e+g\langle\phi(x)\rangle)}. \tag{2.7}$$

将(2.7)式代入(2.4)式,有

$$m_\phi^2\langle 0|\phi(x)|0\rangle=-g\int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}\frac{4im_e(m_e+g\langle\phi\rangle)}{p^2+(m_e+g\langle\phi\rangle)^2} \tag{2.8}$$

在动力学破缺理论中,费米子对凝聚通常当作最低阶量来处理[11]. 在最低阶近似下,真空的能量密度为

$$\langle 0|\mathscr{H}|0\rangle=g\langle\bar{\psi}(x)\psi(x)\rangle\langle\phi(x)\rangle+\frac{1}{2}m_\phi^2\langle\phi(x)\rangle^2$$
$$=-\frac{1}{2}m_\phi^2\langle\phi(x)\rangle^2, \tag{2.9}$$

其中应用了自洽方程. 上式表示 Yukawa 耦合使得真空结构变得复杂,这个最低的能量状态对应于物理真空. 相应地,量子化也应相对它进行.

将场进行平移, $\phi(x)\to\phi(x)+\langle 0|\phi(x)|0\rangle$, 相应地, Lagrangian 为

$$\mathscr{L}=-\bar{\psi}(\gamma\cdot\partial+\tilde{m}_e)\psi-g\bar{\psi}\phi\psi-\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial_\mu\phi$$
$$-\frac{1}{2}m_\phi^2\phi^2+g\langle 0|\bar{\psi}\psi|0\rangle\phi(x), \tag{2.10a}$$

其中

$$\tilde{m}_e=m_e+g\langle 0|\phi(x)|0\rangle. \tag{2.10b}$$

当真空中没有正、负电子对凝聚时, (2.10b)式给出熟知的电子质量. 当有正、负电子对凝聚存在时, $\langle 0|\phi(x)|0\rangle\neq 0$, 电子质量除了通常的电子质量 m_e 外, 还有一部分是由动力学凝聚而产生的. (2.10b) 式清楚地表明了正、负电子对凝聚与动力学质量的关系.

对比(2.1)式和(2.10a)式可知,平移后的 Lagrangian 多出了一个 Higgs 场的线性项. 由于正、负电子对凝聚的存在,从真空中将有正、负电子对被激发出来, 而 Higgs 场的线性项正好抵消了这种效应,使总的蝌蚪图为零. 相应地, (2.10a)式所决定的孤子解和谱性质与原来的孤子模型[6]完全相同.

三、强耦合相的性质

为了保持 Lorentz 协变性, 在(2.8)式中我们采用协变的动量截断, 即 $p^2=\Lambda^2$. 积

分后，可得

$$\frac{4\pi^2 m_\phi^2\langle\phi\rangle}{g\Lambda^2\tilde{m}_e}=1-\frac{\tilde{m}_e^2}{\Lambda^2}\ln\left(1+\frac{\Lambda^2}{\tilde{m}_e^2}\right), \tag{3.1}$$

要使上式成立，要求

$$0\leqslant\frac{4\pi^2 m_\phi^2\langle\phi\rangle}{g\Lambda^2\tilde{m}_e}\leqslant 1. \tag{3.2}$$

由(3.2)式可知，$\langle\phi\rangle$ 与 g 同号. 不失一般性，取 g、$\langle\phi\rangle$ 都为正. 由(3.2)式，应用(2.10b)式得

$$g\geqslant\left[\left(\frac{2\pi m_\phi}{\Lambda}\right)^2+\left(\frac{m_e}{2\langle\phi\rangle}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}-\frac{m_e}{2\langle\phi\rangle}. \tag{3.3}$$

上式表明，存在一个临界耦合常数

$$g_{\text{crit}}=\left[\left(\frac{2\pi m_\phi}{\Lambda}\right)^2+\left(\frac{m_e}{2\langle\phi\rangle}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}-\frac{m_e}{2|\langle\phi\rangle|}. \tag{3.4}$$

又有当耦合常数足够强(即 $|g|\geqslant g_{\text{crit}}$) 时，正、负电子对才能发生凝聚，通常称该相为 QED 强耦合相.

类比 BCS 超导理论可知，在凝聚中正、负电子之间有一定的关联长度. 由于正、负电子对凝聚都存在于强耦合相之中，这就要求正、负电子对的关联长度必须小于强耦合相的存在范围. 为了估计关联长度，将动量截断理解为相互关联的正、负电子对所能达到的最大动量值.

根据测不准原理可知，电子之间的关联长度为

$$\xi\geqslant\hbar c/2\sqrt{\Lambda^2+(\hbar/\tau)^2}. \tag{3.5}$$

其中 τ 是 e^+e^- 峰的衰变寿命，也是强耦合相的存在时间，大约在 10^{-19}—10^{-20}sec 之间，相应的宽度不超过 30keV.

式(3.5)表明，强耦合相的产生有一个临界尺度. 然而，只有当背景场非常强而足以激发正、负电子对时，才能产生强耦合相. 这就要求

$$r\leqslant\frac{Ze^2}{2m_e c^2} \tag{3.6}$$

因而，存在一个临界核电荷数

$$Z_{\text{crit}}=\frac{2m_e}{e^2}\frac{\hbar c^3}{2\sqrt{\Lambda^2+(\hbar/\tau)^2}}. \tag{3.7}$$

只有当核电荷数 $Z\geqslant Z_{\text{crit}}$ 时，才能产生强耦合相. 相应地，强耦合相的特征半径为

$$r_c=\frac{Ze^2}{2m_e c^2}\theta(Z-Z_{\text{crit}}). \tag{3.8}$$

为了给出临界耦合常数和临界核电荷数的数值估计，我们利用文献[6]为解释 e^+e^- 峰的谱结构所定出的两组参数，取峰的宽度为 20keV. 根据(3.4)和(3.7)式，计算了相应的 g_{crit} 和 Z_{crit}.

(i) 当 $\tilde{m}_e=1110$ keV，$m_\phi=274$ keV 以及 $g=7$ 时，可得

$$\Lambda=556\text{keV},\ Z_{\text{crit}}=127\ \text{以及}\ g_{\text{crit}}=1.35.$$

(ii) 当 $\tilde{m}_e=1024$ keV，$m_\phi=90$ keV 以及 $g=7$ 时，相应地有

$$\Lambda = 294\text{keV},\ Z_{\text{crit}} = 240\ \text{以及}\ g_{\text{crit}} = 0.52.$$

顺便指出，所得的 Z_{crit} 的范围与 Schafer, Muller 和 Greiner[5] 的猜测相符合.

以上讨论可知，自洽方程的解可有如下两种情况

(i) 当 $Z < Z_{\text{crit}}$ 时，$\langle\phi(x)\rangle = 0$, $\Lambda = 0$.

(ii) 当 $Z \geqslant Z_{\text{crit}}$ 时，$\langle\phi(x)\rangle \neq 0$, $|g| \geqslant g_{\text{crit}}$.

在情况 (i) 中，核电荷数 $Z < Z_{\text{crit}}$, Higgs 场与电子场的相互作用不太强，不足以产生正、负电子对凝聚，电子的动力学质量为零.

在情况 (ii) 中，核电荷数 $Z \geqslant Z_{\text{crit}}$，背景场非常强，即 $|g| \geqslant g_{\text{crit}}$, $\langle\phi(x)\rangle \neq 0$. 电子具有动力学质量，真空中有正、负电子对凝聚，相应的凝聚半径为 $r_e = Ze^2/2m_ec^2$，这表明它只存在于一定的空间尺度范围 $\left(V_e = \frac{4}{3}\pi r_c^3\right)$ 之内. 这意味着 QED 强耦合相具有禁闭性质，这点与格点规范所得到的结论一致[8,9].

在非拓扑孤子模型中，e^+e^- 峰的谱结构是强耦合相中的孤子解决定的，孤子解不依赖于具体的 Z 值. 这样，e^+e^- 峰的谱结构表现为与 Z 值有相对的无关性. 这就是为什么在 U + U, U + Cm, Cm + Th, Th + Th 和 U + Th 重离子碰撞中，反常 e^+e^- 峰的结构与两个核的总电荷数具有相对的无关性.

在自然界中，由于不存在大于 Z_{crit} 的原子核，为了造成强耦合相产生的临界条件，只有通过重离子碰撞的方法才能形成具有超过临界核电荷数 Z_{crit} 的核系统（这有点类似于核聚变发生所要求的临界体积）. 这就是为什么只有当入射重离子动能正好接近于克服重离子间的 Coulomb 势时才能观测到这些 e^+e^- 峰的原因，同时也说明了在这一能区范围内，其它类型的实验都未能观测到有反常 e^+e^- 峰的原因[12].

由此可知，e^+e^- 峰的许多性质与正、负电子对凝聚的过程有着密切的关系.

四、小　结

本文讨论了在非拓扑孤子模型中正、负电子对凝聚的形成机制，得到了产生正、负电子对凝聚的临界耦合常数和临界核电荷数，定性地解释了 e^+e^- 峰的一些性质. 这表明，正、负电子对凝聚在强耦合相中起着重要的作用，对凝聚的深入研究有助于理解 QED 强耦合相的性质.

应该指出，强耦合相的存在和该相的性质等问题，需要进行更深入的研究. 正如 Caldi 和 Chodos 所指出的那样[3]，如果强耦合相的存在一旦得到证实，那么反常 e^+e^- 峰将是实验室里观测到的第一例规范理论的真空相变.

参　考　文　献

[1] J. Schweppe et al., *Phys. Rev. Lett.*, **51**(1983), 2261; M. Clemente et al., *Phys. Lett.*, **137B**(1984), 41; T. Cowan et al., *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 1761; T. Cowan et al., *Phys. Rev. Lett.*, **56**(1985), 444; H. Tsertos et al., *Phys. Lett.*, **162B**(1985), 273; H. Tsertos et al., *Z. Phys.*, **A326**(1987), 235.

[2] T. Cowan and J. Greenberg, in Physica of Strong Fields, edited by W. Greiner (Plenum, New York, 1987) and references therein.

[3] D. G. Caldi and A. Chodos, *Phys. Rev.*, **D36**(1987), 2876; D. G. Caldi, A. Chodos, K. Evending, D. A.

Owen and S. Vafaeisfat, *Phys. Rev.*, **D39**(1989) 1432 and references therein.

[4] Y. J. Ng and Y. Kikuchi, *Phys. Rev.*, **D36**(1987), 2880; C. Martin and D. Vautherin, *Phys. Rev.*, **D40** (1989), 1667; Y. S. Hirata and H. Minakata, *Phys. Rev.*, **D39**(1989), 2813; R. Fukuda, *Phys. Rev. Lett.*, **63**(1989), 482; C. W. Wong, *Phys. Rev.*, **D37**(1988), 3206; C. W. Wong, *Phys. Lett.*, **B205**(1988), 115.

[5] A. Schafter, B. Muller and W. Greiner, *Phys. Lett.*, **149B**(1984), 455.

[6] L. S. Celenza, V. K. Mishra, C. M. Shakin and K. F. Liu, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 55; L. S. Celenza, C. M. Shakin and R. B. Thayyullathil, *Phys. Rev.*, **D33**(1986), 198; L. S. Celenza, C. R. Ji and C. M. Shakin, *Phys. Rev.*, **D36**(1987), 2144.

[7] Schwinger, *Phys. Rev.*, **125**(1962), 397; **128**(1962), 2425.

[8] C. B. Lang, *Nucl. Phys.*, **B280** [FS18] (1987),225 and references therein; J. Kogut, E. Dagotto, and A. Kocic, *Phys. Rev. Lett.*, **60**(1988), 772; E. Dagotto and H. W. Wyld, *Phys. Lett.*, **B205**(1988), 73 and references therein.

[9] R. Fukuda and T. Kugo, *Nucl. Phys.*, **B117**(1987), 250; V. A. Miransky, Nuovo Cimento **90A**(1985), 149; C. N. Levng, S. T. Love, and W. A. Bardeen, *Nucl. Phys.*, **B273**(1986), 649.

[10] D. Lurie, Particles and Fields, (Interscience Publishers, 1968).

[11] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, *Phys. Rev.*, **122**(1961), 345.

[12] U. von Wimmersperg et al., *Phys. Rev. Lett.*, **59**(1987), 266; K. Mainer et al., *Z. Phys.*, **A326**(1987), 527; S. H. Connell et al., *Phys. Rev. Lett.*, **60**(1988), 2242; H. Tsertos et al., *Phys. Lett.*, **207B**(1988), 273; J. van Klinken et al., *Phys. Lett.*, **205B**(1988), 223; E. Loern, G. Mageras, U. Stiegler and I. Hrs-zan, *Phys. Lett.*, **214B**(1988), 10.

Electron-Positron Condensate and Non-Topological Soliton Model in the Strong-Coupling Phase of QED

SHEN KUN QIU ZHONGPING

(*Institute of Particle Physics, Hua-Zhong Normal University, Wuhan* 430070)

ABSTRACT

The dynamics of condensate formation is investigated in the nontopological soliton model, and the critical coupling constant g_{crit} and critical charge number of nucleus Z_{crit} are obtained. Many salient features of the narrow e^+e^- peaks can be understood within the framework of the new phase of QED, which indicates that electron-positron condensate plays an important role in the strong-coupling phase of QED.