

# 热电子发射维持的磁约束电子云\*

郁庆长

(中国科学院高能物理研究所, 北京 100039)

## 摘 要

本文研究高真空中受电磁场约束的由热电子发射维持的电子云。利用电子运动的流体方程组讨论了电子云中电子密度、电子温度、电子的漂移角速度和扩散流密度以及电位的分布。

热阴极发射的电子可以被电磁场约束在一定的装置中而成为电子云。这种电子云有以下几种类型:

1. 在超高真空 ( $10^{-7}$  Pa 以上) 中由热阴极在短时间发射的电子被电磁场约束而成的电子云。在超高真空中电子-原子碰撞频率很低, 这种电子云可以维持相当长时间而不需要补充电子。电子云中电子处于平衡态, 电子温度为常数。在轴对称情况下电子的漂移角速度也是常数。近年来人们对这种电子云作了不少研究<sup>[1-3]</sup>。

2. 在高真空 ( $10^{-6}$ — $10^{-4}$  Pa 左右) 中由热电子发射维持的电子云。此时电子-原子碰撞已不可忽略。为了维持电子云的稳定, 需要热阴极不断发射以补充由于扩散在壁上损失的电子。

3. 热阴极 Penning 放电中的电子云。这种电子云中多数电子是由气体电离产生的。

我们所研究的自持磁约束电子云流体理论<sup>[4,5]</sup>适用于这种电子云。

本文讨论第二种电子云, 且限于轴对称情况。图1是一种常用的磁约束装置。其中 A, C 为阴极, B 为阳极, E 为发射电子的热阴极, 它们处于纵向磁场与高真空中。取热阴极电位为 0, 阴极电位可以低于或等于热阴极。热阴极发射

的电子在绕磁力线转动的同时沿磁力线来回振荡。由于磁力线两端处于低电位, 电子不能沿这些磁力线逃逸, 在和原子的碰撞中它们的振荡能量逐渐变为热能。这些电子构成了近轴区域的电子云。

将任一条磁力线绕对称轴旋转即得磁面。由于碰撞近轴区域的电子缓慢地横越磁面

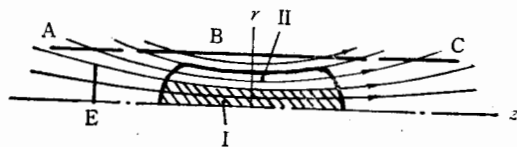


图1 磁约束装置

I——电子云近轴区域  
II——电子云外围区域

本文 1990 年 9 月 8 日收到。

\* 国家自然科学基金资助项目。

向外扩散。扩散电子构成外围区域的电子云。当电子扩散到两端通过阳极边缘的磁面时, 它们就能沿磁力线逃逸出约束区域。因此电子云的边缘就在此磁面附近。

在电子云中电子运动的流体方程组为

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (n\mathbf{v}) &= 0, \\ (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} &= \frac{e}{m}(\nabla U - \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \frac{1}{mn} \nabla(nkT) - \nu\mathbf{v}, \\ \mathbf{v} \cdot \nabla \left( eU - \frac{1}{2} m v^2 - \frac{5}{2} kT \right) &= 0, \\ \nabla^2 U &= \frac{en}{\epsilon_0}. \end{aligned} \quad (1)$$

以上依次为连续性方程、动量方程、能量方程与静电场方程。其中  $e$  为电子电荷的绝对值,  $m$  为电子质量,  $n$  为电子密度,  $T$  为电子温度,  $\mathbf{v}$  为电子流速度,  $U$  为电位,  $\mathbf{B}$  为磁感应强度,  $k$  为 Boltzmann 常数,  $\epsilon_0$  为真空介电常数,  $\nu$  为电子-原子碰撞的有效动量传输频率。和文 [4, 5] 中自持磁约束电子云中电子运动的流体方程组比较, 可以看到当原子电离频率  $Z$  为 0 时, 后者就和式 (1) 完全一致。因此只要令  $Z = 0$ , 文献 [4] 中对于电子的扩散、逃逸以及能量输运过程的讨论也基本适用于由热电子发射维持的电子云。

下面讨论这种电子云中各物理量的分布。采用圆柱坐标系  $(r, z, \varphi)$ 。在每一磁面上, 电子温度  $T$ 、漂移角速度  $\omega = v_\varphi/r$  和  $\beta$  都保持常数<sup>[4]</sup>, 此处

$$\beta = \frac{kT}{e} \ln \left( \frac{n}{n_0} \right) - U + U_0 + \omega r A - \frac{m\omega^2 r^2}{2e}. \quad (2)$$

$n_0$ ,  $U_0$  为电子云中心  $n$ ,  $U$  的值,  $A$  为磁场矢量位的角向分量。如果近似地认为磁场是比较均匀的, 电子云各物理量与  $z$  无关, 且考虑到  $\omega \ll eB/m$ ,  $kT \ll eU$ , 式 (1) 可化简为

$$\frac{d}{dr} (rj) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{dU}{dr} = r\omega B, \quad (4)$$

$$ejB = mn\nu\omega r, \quad (5)$$

$$\frac{d}{dr} \left( eU - \frac{1}{2} m\omega^2 r^2 - \frac{5}{2} kT \right) = 0, \quad (6)$$

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{dU}{dr} \right) = \frac{enr}{\epsilon_0}, \quad (7)$$

此处  $j = n\nu r$ , 为向外扩散的电子流密度。

设热阴极是一个半径为  $a_0$  的圆盘, 电子云半径为  $a$ , 长度为  $L$ 。分别讨论电子云的近轴区域与外围区域。

### 1. 近轴区域 ( $r \leq a_0$ )

如果热阴极发射的电子流密度是均匀的, 那么近轴区域中的电子密度也是均匀的。设发射电子流密度为  $j_e$ , 由半径为  $r$  的圆柱面内电子数守恒

$$\pi r^2 j_e = 2\pi r L j$$

可计算扩散电子流密度

$$j = j_e r / 2L. \quad (8)$$

由式(7)得

$$\frac{dU}{dr} = en_0 r / 2\epsilon_0, \quad U = U_0 + en_0 r^2 / 4\epsilon_0. \quad (9)$$

代入式(4),

$$\omega = \omega_0 = en_0 / 2c_0 B. \quad (10)$$

将式(8)、(10)代入式(5)两端,导出

$$n_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0 j_e}{m\nu L}} B. \quad (11)$$

由此,

$$\omega_0 = \frac{e}{2} \sqrt{\frac{j_e}{\epsilon_0 m \nu L}}. \quad (12)$$

显然  $n_0$  随磁场的增加而增加,而  $\omega_0$  与磁场无关. 由于  $\nu$  与气压成正比,  $n_0$  与  $\omega_0$  都随气压的增加而减少,这一点和自持磁约束电子云不同,后者  $n_0$  与  $\omega_0$  在一定范围内与气压无关<sup>[9]</sup>. 产生这一区别的原因是由于在自持磁约束电子云中电子产生的速率正比于气压,而热电子发射的速率与气压无关. 在一般情况下  $j_e$  取决于热阴极的温度  $T_e$ , 但当  $U_0$  较低或  $T_e$  很高时  $j_e$  将受  $U_0$  的限制.

## 2. 外围区域 ( $a_0 \leq r \leq a$ )

由式(3)可得

$$j = \frac{j_e a_0^2}{2Lr}. \quad (13)$$

从式(4)、(5)、(7)与(13)中消去  $j$ ,  $\omega$  与  $\frac{dU}{dr}$ , 可导出外围区域中电子密度遵循的微分方程

$$\frac{1}{n} d\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{2}{n_0^2 a_0^2} r dr. \quad (14)$$

它的解为

$$n = n_0 [2(r/a_0)^2 - 1]^{-\frac{1}{2}}. \quad (15)$$

代入式(7)、(4)得

$$\frac{dU}{dr} = \frac{en_0 a_0^2}{2\epsilon_0 r} [2(r/a_0)^2 - 1]^{\frac{1}{2}}, \quad (16)$$

$$\omega = \frac{\omega_0 a_0^2}{r^2} [2(r/a_0)^2 - 1]^{\frac{1}{2}}, \quad (17)$$

而

$$U = U_0 + \frac{en_0 a_0^2}{2\epsilon_0} \left\{ \left[ 2\left(\frac{r}{a_0}\right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}} - \arccos \frac{a_0}{\sqrt{2}r} + \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right\}. \quad (18)$$

无论在近轴区域或外围区域, 电子温度均可由下式计算

$$kT = \frac{2}{5} \left( U - \frac{1}{2} m\omega^2 r^2 \right) + kT_c. \quad (19)$$

电子云的总电子数

$$N = 2\pi L \int_0^a nr dr = \pi L n_0 a_0^2 \left[ 2 \left( \frac{a}{a_0} \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (20)$$

由此可求出电子云外的电位梯度

$$\frac{dU}{dr} = \frac{eN}{2\pi\epsilon_0 r L} = \frac{en_0 a_0^2}{2\epsilon_0 r} \left[ 2 \left( \frac{a}{a_0} \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad a < r < R. \quad (21)$$

此处  $R$  为阳极半径.

令  $V$  为阳极与热阴极之间的电压, 则

$$\begin{aligned} V &= \int_0^R \frac{dU}{dr} dr \\ &= U_0 + \frac{en_0 a_0^2}{2\epsilon_0} \left\{ \left[ 2 \left( \frac{a}{a_0} \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \left[ 1 + \ln \left( \frac{R}{a} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. - \arccos \frac{a_0}{\sqrt{2} a} + \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right\}. \end{aligned} \quad (22)$$

上式第一项为纵向电压, 即电子云中心与热阴极之间的电压, 第二项为横向电压, 即阳极与电子云中心之间的电压. 当不存在电子云时纵向电压远大于横向电压. 当电子云中电子密度  $n_0$  增加时如果  $V$  保持不变, 则横向电压增加而纵向电压减小. 当纵向电压减小到一定程度时热阴极的发射电子流将减少, 这就抑制了  $n_0$  的增加. 因此电子密度存在一个最大值.

由上述讨论可知, 和自持磁约束电子云相比较, 由热电子发射维持的磁约束电子云中各物理量的分布以及它们和外界条件的关系也具有它自己的特点. 对于这种电子云的实验研究我们将另文报导.

### 参 考 文 献

- [1] J. H. Malmberg and J. S. deGrassle, *Phys. Rev. Lett.*, **35**(1975), 577.
- [2] T. M. O'Neil and Driscoll, *Phys. Fluids*, **22**(1979), 266.
- [3] S. A. Prasad and T. M. O'Neil, *Phys. Fluids*, **26**(1983), 665.
- [4] 郁庆长, 高能物理与核物理, **14**(1990), 973; **14**(1990), 1067.
- [5] Yu Qingchang, Relations Between Parameters of Self-sustaining Magnetically Confined Electron Cloud and External Conditions, to be published.

## The Magnetically Confined Electron Cloud Sustained by Thermionic Emission

YU QINGCHANG

*(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039)*

### ABSTRACT

The electron clouds in high vacuum which are confined by electromagnetic fields and sustained by thermionic emission are studied. The distributions of the electron density, the electron temperature, the drift angular velocity of electrons, the diffusion flow density of electrons and the electric potential in the electron cloud are discussed.