

$\frac{1}{N}$ 展开技术与 sdg IBM 的非 $SU(3)$ 内禀态

吴 华 川

(苏州大学物理系, 215006; 中科院理论所客座)

荣 钟 麟 王 振

(苏州大学物理系, 215006)

摘 要

本文利用 $\frac{1}{N}$ 展开技术, 讨论了 sdg 相互作用玻色子模型中由玻色子能量引起的 $SU(3)$ 对称性破缺, 给出了 $\frac{1}{N}$ 近似下内禀态的解析表达式. 本文还表明, 相互作用玻色子体系的多体方法 (Hartree-Bose 方法、Tamm-Dancoff 近似以及 Cranked Hartree 近似) 均系 $\frac{1}{N}$ 展开技术在特定情形下的近似.

一、引 言

sdg 相互作用玻色子模型的研究, 多在 $SU(3)$ 限附近进行^[1]. 对一般情形, 虽有程序^[2]可资使用, 但由于 sdg 空间巨大, 且参数很多, 无法进行全空间的计算. Dukelsky 等人提出的相互作用玻色子体系的多体方法^[3] (Hartree-Bose 方法和 Tamm-Dancoff 近似, 以下简称为 HB 和 TDA), 在内禀系中进行讨论, 大大缩小了空间. 将 HB + TDA 应用于 $M1$ 和 $E4$ 跃迁的计算^[3,4], 定性上给出了不错的结果; 但是 HB + TDA 破坏了转动对称性, 给理论计算带来一定的误差 (对跃迁, 这一误差的影响可能会相当大).

Kuyucak 和 Morrison 所提出的 $\frac{1}{N}$ 展开技术^[5] (ONET) 从内禀态出发, 在角动量投影后进行变分, 以确定内禀态参数和能量. 此方法由于保持了转动对称性, 应当是较精确的. 但其所考虑的 Hamiltonian 形式为 $-\kappa Q \cdot Q - \kappa' L \cdot L$, 有很大局限性. 微观及唯象的计算均表明, 即使对大形变核, g 玻色子的能量 (ϵ_g) 的影响亦不容忽略; 一般对

大形变核的 ε_g 取值在 $0.8-2\text{MeV}$ 之间^[4,6]。因而在 ONET 中,讨论 ε_g 对内禀态的影响是很有意义的。一般情形下,内禀态只能由数值计算求出;但在某些特定情形下,则有可能给出内禀态的解析表达式,从而能更直观地显示 ε_g 的影响。

由于 ONET 全面考虑了对称性,因而有理由认为 HB、TDA 和 Cranked Hartree 近似^[7] (CHA) 均系 ONET 的某种近似。本文试图由 ONET 导出上述多体方法的有关方程,并讨论其精确度及局限性。

本文在第二节中讨论玻色子能量对基带内禀态的影响,并由 ONET 导出 HB 方程;第三节则对激发带进行讨论,并导出 TDA 方程;第四节给出 ONET 与 CHA 的关系;最后是结论与讨论。

二、基带内禀态与 HB 方程

包含玻色子能量项的 Hamiltonian 为:

$$H = H_\varepsilon - \kappa Q \cdot Q - \kappa' L \cdot L, \quad (2.1)$$

其中 $H_\varepsilon = \sum_l \varepsilon_l \hat{n}_l (l = 0, 2, 4)$, ε_l 和 \hat{n}_l 分别为单玻色子能量和相应的粒子数算符。

本文中,其他符号除特殊说明者外均与文献 [5] 相同;基带内禀态亦取为

$$|\phi_g\rangle = (b^+)^N |-\rangle.$$

仿照 [5] 中的方法,考虑了角动量投影的 H_ε 的矩阵元的计算进行如下:

$$\langle H_\varepsilon \rangle_L = \frac{2L+1}{2\mathcal{N}(\phi_g, L)} \int d\beta \sin\beta d_{00}^L(\beta) \langle - | b^N H_\varepsilon e^{-i\beta J_Y} (b^+)^N | - \rangle, \quad (2.2)$$

其中

$$\langle - | b^N H_\varepsilon e^{-i\beta J_Y} (b^+)^N | - \rangle = N \left(\frac{\partial}{\partial b^+} \frac{\partial}{\partial b_R} H_\varepsilon \right) N! [Z(\beta)]^{N-1}. \quad (2.3)$$

利用文献 [5] 中的公式,不难得出截止到第二层 (layer) 的结果为

$$\begin{aligned} \langle H_\varepsilon \rangle_L = N^2 \left\{ \frac{W_0}{N} + \frac{1}{N^2} \left(W_0 - \frac{W_1}{2y} \right) + \frac{\bar{L}}{yN^3} \left(-W_0 + \frac{W_1}{2y} \right) \right. \\ \left. + \frac{\bar{L}^2}{y^2N^4} \left(\frac{3W_0}{8} - \frac{3W_1}{16y} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

其中

$$W_0 = \sum_l \varepsilon_l x_l^2 / (-\kappa), \quad W_1 = \sum_{ll'} \varepsilon_l \bar{l} x_l^2 / (-\kappa), \quad (2.5)$$

(上式中分母 $-\kappa$ 的出现是为了与文献 [5] 中公式保持一致)。结合文献 [5] 中的 (3.19) 式, Hamiltonian 的矩阵元截止到第一层 (C_{00} , C_{10} 和 C_{01}) 的表式为:

$$\begin{aligned} \langle H \rangle_L = N^2 \left\{ A^2 + \frac{1}{N} \left(A^2 - \frac{2AA_1 - 3A^2}{2y} + C + W_0 \right) \right. \\ \left. + \frac{\bar{L}}{yN^2} \left(-A^2 + \frac{2AA_1 - 3A^2}{4y} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

不难看出,在截止到第一层的近似下, H_0 的唯一影响是在 $\frac{1}{N}$ 部分增加了 W_0 项.

W_0 的大小取决于 ε_l . 在 $SU(3)$ 限下, $\varepsilon_l \equiv 0$, 因而 $W_0 = 0$. 按文献 [4, 6], 对大形变核, ε_g 的取值一般在 0.8—2MeV 之间 (Q 算符仍为 $SU(3)$ 四极算符). 以典型的形变核为例, 当 $\varepsilon_g = 1.2\text{MeV}$ 时, $A^2 \approx 2$, 而 $\frac{W_0}{N} \approx 4$. 因而 $\frac{W_0}{N}$ 项的重要性依 ε_g 而定: 当 ε_g 小时, $\frac{W_0}{N}$ 为第一层的项 (C_{01}); 而当 ε_g 大时, 则为 C_{00} 层的项. 下面分别就这两种情形进行讨论.

1. $\frac{W_0}{N}$ 为 C_{01} 层的项

内禀态参数 x_l 可作如下展开:

$$x_l = x_l^0 + \frac{y_l}{N} + \frac{\bar{L}}{N^2} z_l, \quad (2.7)$$

其中 x_l^0 为本征模方程的解:

$$\sum_j \langle j0l0 | 20 \rangle q_{jl} x_j^0 = \lambda x_l^0. \quad (2.8)$$

不难看出, H_0 的存在只影响到 y_l 满足的方程, 使之变为

$$\begin{aligned} \sum_j (\bar{q}_{jl} - 2\lambda x_j^0 x_l^0 - \lambda \delta_{jl}) y_j &= \frac{1}{4y} \sum_j \bar{l} \bar{q}_{jl} x_j^0 \\ &+ \frac{1}{4\lambda} \left[(\bar{l} - 3) \frac{\lambda^2}{y} - \frac{2\lambda\sigma_l - 3\lambda^2}{2y^2} \bar{l} - \frac{10}{2l+1} \sum_j q_{jl}^2 + 2\rho \right. \\ &\left. - \frac{2\varepsilon_l}{-\kappa} + 2\rho' \right] x_l^0, \end{aligned} \quad (2.9)$$

其中

$$\rho' = W_0(\mathbf{x}^0) = \sum_l \varepsilon_l (x_l^0)^2 / (-\kappa). \quad (2.10)$$

x_l 满足的方程仍为文献 [5] 中的方程 (3.26b).

当 Q 取为 $SU(3)$ 四极算符^[4,6]时,

$$\mathbf{x}^0 = \left(\sqrt{\frac{1}{5}}, \sqrt{\frac{4}{7}}, \sqrt{\frac{8}{35}} \right),$$

可求出基带内禀态参数为 ($z_l \equiv 0$)

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= x_0^0 \left[1 + \frac{1}{N} \left(\frac{2}{45} \frac{\varepsilon_d}{\kappa} + \frac{2}{25} \frac{\varepsilon_g}{\kappa} \right) \right] \\ x_2 &= x_2^0 \left[1 + \frac{1}{N} \left(-\frac{1}{18} \frac{\varepsilon_d}{\kappa} + \frac{1}{25} \frac{\varepsilon_g}{\kappa} \right) \right] \\ x_4 &= x_4^0 \left[1 + \frac{1}{N} \left(\frac{1}{10} \frac{\varepsilon_d}{\kappa} - \frac{17}{100} \frac{\varepsilon_g}{\kappa} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

上式直观地显示了玻色子能量对内禀态的影响。为检验其精确程度,将上式与文献[4]b)中典型转动核在 HB 方法下的结果加以比较 ($N = 14$, $\kappa = 0.02\text{MeV}$, $\varepsilon_d = 0$, $\varepsilon_g = 0 - 1.6\text{MeV}$)。表 1 列出两种方法下 g 玻色子几率 (x_i^2) 随 ε_g 的变化。

表 1 基带内禀态中 x_i^2 随 ε_g 的变化

$\varepsilon_g(\text{MeV})$		0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6
x_i^2	HB 方法	0.23	0.17	0.13	0.10	0.08	0.06	0.05	0.04	0.04
	(2.11)式	0.23	0.18	0.13	0.09	0.06	0.04	0.02	0.01	00.0

由上表可以看出,当 $\varepsilon_g < 0.6\text{MeV}$, (2.11) 式给出的内禀态与 HB 方法的结果是相当接近的(归一化条件亦在 $\frac{\varepsilon_g}{N\kappa}$ 的一级近似上得到满足)。当 ε_g 在 $0.6 - 1.2$ 之间, (2.11) 的表式可用于定性研究,其优点是可以直观地显示 ε_g 的影响。顺便指出,决定精确程度的量是 $\frac{\varepsilon_g}{N\kappa}$, 而不是 ε_g 。

2. $\frac{W_0}{N}$ 的一般情形

在此情形下,内禀态参数应通过对(2.6)变分求得(补上因子 $X \equiv (\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}) = \sum_i x_i^2$):

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \frac{A^2}{X^2} + \frac{1}{N} \left[\left(\frac{A}{X} \right)^2 - \frac{2AA_1 - 3A^2}{2yX^2} + \frac{C + W_0}{X} \right] + \frac{\bar{L}}{N^2} \left[-\frac{1}{y} \left(\frac{A}{X} \right)^2 + \frac{2AA_1 - 3A^2}{4y^2X^2} \right] \right\} = 0. \quad (2.12)$$

微分后并作适当归并可得:

$$\bar{\varepsilon}_l x_l - 2\kappa(N-1)A \sum_j \bar{q}_{jl} x_j + \kappa \sum_j h_{jl}^{(1)} x_j + \kappa \frac{\bar{L}}{N} \sum_j h_{jl}^{(2)} x_j = e x_l, \quad (2.13)$$

上式中 e 为本征值,而

$$\bar{\varepsilon}_l = \varepsilon_l - \frac{5\kappa}{2l+1} \sum_j q_{jl}^2, \quad (2.14)$$

$$h_{jl}^{(1)} = \frac{A}{2y} \bar{j} \bar{q}_{il} + \frac{1}{2y} (\bar{l}A - 6A + 2A_1) \bar{q}_{il} - \frac{2AA_1 - 3A^2}{2y} \left(\frac{\bar{l}}{2y} - 1 \right) \delta_{il}, \quad (2.15)$$

$$h_{jl}^{(2)} = -\frac{A}{4y^2} \bar{j} \bar{q}_{il} - \frac{1}{4y^2} (\bar{l}A - 8yA - 6A + 2A_1) \bar{q}_{il} + \left[\frac{A^2}{y} + \frac{2AA_1 - 3A^2}{4y^2} \left(\frac{\bar{l}}{y} - 2 \right) - \frac{\bar{l}}{2y^2} A^2 \right] \delta_{il}. \quad (2.16)$$

$h_i^{(1)}$ 和 $h_i^{(2)}$ 分别属于 C_{10} 和 C_{01} 层次;略去该两项有(即只保留零层次),

$$\tilde{\epsilon}_i x_i - 2\kappa(N-1)A \sum_j \bar{q}_{ij} x_j = \epsilon x_i. \quad (2.13a)$$

注意到上式中 A 及 x_j 分别与 HB^[3] 方法中之 Q_{00} 及 η_j 相同,上式即为 HB 方程。由此可见,HB 方程即为考虑了玻色子能量情形下 ONET 的零层次近似。对 HB 方法的 $\frac{1}{N}$ 层修正可从求解方程 (2.13) 得到;也可采用 (2.7) 式所示的展开,不过此时 x_i^0 应为

HB 方程 (2.13a) 的解。(2.13a) 亦可称为包含玻色子能量的本征模方程。 y_i 与 x_i 满足的方程可以写为类似于文献 [5] 中 (3.26a, b) 的方程,但形式更冗长。在实际应用中,还是以直接求解方程 (2.13) 更为方便。

三、激发带内禀态及 TDA

激发带内禀态的一般形式为:

$$|\phi_K\rangle = \left[(b^+)^{N-1} b_K^+ + (b^+)^{N-2} \sum_m \xi_m b_m^+ b_{K-m}^+ \right] |-\rangle, \quad (K = 0, 1, 2, 3, 4) \quad (3.1)$$

式中 b^+ 和 b_K^+ 分别为内禀玻色子基态和激发态产生算符。上式中第二项对能量的贡献可略去不计,但它对跃迁的贡献则往往是不可忽略的。仿照文献 [5] 及本文上节的推导,在由此内禀态投影所得的角动量本征态上,(2.1) 式的 Hamiltonian 的矩阵元为:

$$\begin{aligned} \langle H \rangle_L = N^2 \left\{ A^2 + \frac{1}{N} \left[-A^2 + 2AA(K) + 2B^2(K) - \frac{2AA_1 - 3A^2}{2y} + C + W_0 \right] \right. \\ \left. + \frac{\bar{L}}{N^2} \left[-\frac{A^2}{y} + \frac{2AA_1 - 3A^2}{4y^2} \right] + \frac{1}{N^2} \frac{\sum_i \tilde{\epsilon}_i x_{iK}^2}{-\kappa} \right\}. \quad (3.2) \end{aligned}$$

关于上式,有两点需要说明:

i) 一般来说,在 ONET 中,第二层的项是不重要的。但上节对 ϵ_g 的值的分析表明,(3.2) 式中最后一项的贡献在 ϵ_g 较大时属于 C_{01} 层次,因而是不应忽略的。

ii) 当 $K=0$ 时,上式中的 $B^2(K=0)$ 项在文献 [5] 中不存在;本文中 $B^2(K=0)$ 不为零是因为在 Hamiltonian 中增加了 H_e 的缘故。

严格地讲,激发带中基态玻色子 (b^+) 之参数 (x_i) 亦应由对 (3.2) 式变分重新求出,其结果当与基带的结果有所不同。但考虑到二者之差仅在 $\frac{1}{N^2}$ 层次上,故取 x_i 为基带内禀态的解,于是只需将 (3.2) 对 x_{iK} 进行变分以求出这些参数的值。略去不含 x_{iK} 的项,有:

$$\frac{\partial}{\partial x_{iK}} \left\{ \frac{1}{N} \left[\frac{2AA(K)}{X \cdot X(K)} + \frac{2B^2(K)}{X \cdot X(K)} \right] + \frac{\sum_j \tilde{\epsilon}_j x_{jK}^2}{-\kappa N^2 X(K)} \right\} = 0, \quad (3.3)$$

其中 $X(K) = \sum_j x_{jK}^2$ 。微分后可得

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_i x_{iK} - 2\kappa(-1)^K N A \sum_j \langle jKl - K | 20 \rangle q_{ij} x_{iK} \\ - 2\kappa N \sum_i \sum_{kk'} \langle kKk'0 | 2K \rangle q_{kk'} x_{iK} x_{iK} \langle lKj0 | 2K \rangle q_{ij} x_i = e_K x_{iK}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

注意到 A 为文献 [3] 中之 Q_{00} , (3.4) 式与 TDA 方程形式相同; 二者唯一的差别仅在于方程左边第二、三项系数分别为 N 与 $N-1$. 对于大形变核, N 较大, 这一差别可忽略不计. 方程 (3.4) 的求解可依 ε_g 大小分别进行:

1) 当 $\tilde{\varepsilon}_i$ 项与后两项相比较小时, 可对 x_{iK} 进行展开:

$$x_{iK} = x_{iK}^0 + \frac{y_{iK}}{N}, \quad (3.5)$$

其中 x_{iK}^0 为下列本征模方程的解^[5]:

$$\frac{\partial}{\partial x_{im}} [A(0)A(m) + B^2(m)] = \lambda'_m x_{im}. \quad (3.6)$$

当 (2.1) 中 Q 算符取为 $SU(3)$ 四极算符时, $B(m) = 0$, 因而 x_{iK} 即为 $SU(3)$ 内禀玻色子参数^[5], 并满足方程:

$$\frac{\partial}{\partial x_{im}} A(m) = \lambda_m x_{im}. \quad (3.6a)$$

由此可求出 y_i 所满足的方程为:

$$\sum_j [(-1)^K \langle jKl - K | 20 \rangle q_{ij} - 2\lambda_K x_{jK}^0 x_{iK}^0 - \lambda_K \delta_{ij}] y_{jK} = \frac{\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}_K}{2\kappa\lambda} x_{iK}^0, \quad (3.7)$$

其中 $\bar{\varepsilon}_K = \sum_j \varepsilon_j x_{jK}^2$. 由此可分别求出 $K = 0, 1, 2$ 时各内禀玻色子激发态 b_K^+ 之参数 (见附录). $K = 3, 4$ 时, 不存在任何级别的修正.

2) 当 $\tilde{\varepsilon}_i$ 项较大时, 应当对方程 (3.4) 求数值解; 当 N 较大时, 其解与 TDA 方程^[5] 的解十分接近. 应当指出, 激发态玻色子参数 x_{iK} 的 $\frac{1}{N}$ 修正, 产生于矩阵元 $\langle H \rangle_L$ 的第二层次的项中; 但由于 ONET^[5] 中 $F(T, I)$ 函数展开至第二层时, 不但计算冗繁且精确性较差, 因而 ONET 无法对 TDA 的结果提供 $\frac{1}{N}$ 级修正, 这是该技术的局限性之一. 顺便指出, (3.4) 式亦可视为包含了玻色子能量的本征模方程.

四、转动效应与 CHA

恢复转动对称性对内禀态的影响体现在两个方面: i) 内禀玻色子 (b^+ 和 b_K^+) 的参数 x_j 和 x_{iK} 随角动量 L 变化; ii) 单声子激发与双声子激发的混合 ((3.1) 式中 ξ_m 标志的项为双声子激发态). 下面, 就这两个方面分别进行讨论.

1. 内禀玻色子参数与 L 的关系

内禀玻色子基态 (b^+) 参数由方程 (2.13)–(2.16) 确定. 方程中与 \bar{L} 有关的矩阵

元为 $\kappa \frac{\bar{L}}{N} h_{ij}^{(2)}$, $h_{ij}^{(2)}$ 由 (2.16) 式给出, 在一般情形下是非对角的, 因而使其解 x_i 依赖于 \bar{L} . 但在 $SU(3)$ 极限下 ($\varepsilon_i \equiv 0, Q$ 为 $SU(3)$ 四极算符), $h_{ij}^{(2)}$ 是对角的, 其对角元数值可算出为 $\frac{15}{56} \kappa \frac{\bar{L}}{N}$, 这一结果与群论方法给出的 $E_{\pm}-L$ 关系严格符合. 而 CHA^[7] 虽然也能给出 $b_{\vec{k}}$ 与 L 的依赖关系, 但即使在 $SU(3)$ 极限下, 其结果也只是近似地符合群论的结果. 这说明, 对基带, ONET 的结果能更准确地反映转动效应. 随着 N 的增大, ONET 与 CHA 关于转动效应的结论趋于一致.

内禀玻色子激发态 ($b_{\vec{k}}$) 参数由方程 (3.4) (即 TDA 方程) 确定. 方程中不存在与 \bar{L} 有关的项, 因而无法反映 $b_{\vec{k}}$ 与 \bar{L} 的关系. 如前所述, 这是因为在 ONET 中, 第二层次项的计算十分麻烦又不可靠, 因而被略去. 而 CHA^[7] 则可将转动效应加以考虑, 因此, 对 $b_{\vec{k}}$ 参数计算, 必须采用 ONET + CHA 方法.

2. 单、双声子激发态的混合

关于单、双声子激发态混合的系数 ξ_m , 文献 [8] 中给出了 $SU(3)$ 极限下的值. 至于非 $SU(3)$ 极限情形, ξ_m 可以通过属于不同能带但却具有相同角动量的态的正交关系求得. 基带与激发带的正交关系为:

$$\mathcal{F} \equiv \langle \phi_K | P_{k_0}^L | \phi_g \rangle = 0, \quad (4.1)$$

其中 $|\phi_K\rangle$ 由 (3.1) 式给出. 由

$$\mathcal{F} = \frac{\hat{L}}{2} \int d\beta \sin \beta d_{k_0}^L(\beta) \langle - | \left[b^{N-1} b_K + \sum_m \xi_m b_m b_{K-m} b^{N-2} \right] (b_R^{\dagger})^N | - \rangle \quad (4.2)$$

不难求得

$$\begin{aligned} & \sum_l x_{lK} x_l \sum_l \langle l - K L K | I 0 \rangle \langle I 0 L 0 | I 0 \rangle F(\Gamma_1, I) \\ & + \sum_m \xi_m \sum_l x_{lm} x_l \sum_j x_{jm} x_j \sum_{IJ} \langle l m j K - m | J K \rangle \\ & \times \langle I 0 j 0 | J 0 \rangle \langle J - K L K | I 0 \rangle \langle J 0 L 0 | I 0 \rangle F(\Gamma_2, I) = 0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

类似地可建立激发带之间态的正交关系.

由 (4.3) 式, 对 β 带和 γ 带 ($K = 0, 2$) 分别求得:

$$\left. \begin{aligned} b - \sum_{\nu} \xi'_{1\nu} b_{1\nu}^2 &= 0 \quad (\beta \text{ 带}) \\ b_2 + 2 \sum_{\nu} \xi_{1\nu}^2 b_{1\nu}^2 &= 0 \quad (\gamma \text{ 带}). \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

由于上两式中对 ν 的求和事实上不存在, 因而容易求得:

$$\xi'_1 = + \frac{b}{b_1^2}, \quad \xi_1^2 = - \frac{b_2}{2b_1^2}.$$

作为对上述结果的检验, 可求出 $SU(3)$ 极限时 ξ'_1 及 ξ_1^2 分别为 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 及 $-\frac{\sqrt{6}}{4}$, 与

文献 [8] 中群论的计算结果完全相符。

一般情形下的 ξ_m 值的求解, 由于存在对 ν 的求和, 变得较为复杂。此问题尚待进一步的研究。

五、结论和讨论

本文将 ONET 应用于 sdg 相互作用玻色子模型, 在由玻色子能量造成的 $SU(3)$ 破缺情形下, 讨论了内禀态及 ONET 与相互作用玻色子多体方法之间的关系并得到下述结论:

i) 当 ε_g 较小时, 可由 ONET 给出内禀玻色子算符的解析表达式。这些表达式在 $\varepsilon_g < 0.6\text{MeV}$ 时是相当好的近似; 在 ε_g 更高时, 则可用于进行定性的讨论。

ii) 在 ε_g 的一般情形下, ONET 对基带应用所得结果的精确度是极高的; HB 方法及 CHA 仅为 ONET 在零层次上的近似。

iii) 在 ε_g 的一般情形下, ONET 与 TDA 的精确程度相同, 均无法反映转动对内禀态的影响。所以, 应当用 CHA 对 ONET 的结果加以修正(仅对激发带而言)。

附录: 内禀玻色子激发态 (b_k^\pm) 参数

$$\begin{aligned}
 \text{i) } b_{\beta}^{\pm}(\sigma_0^{\pm}) \quad & x_{0\beta} = \sqrt{\frac{4}{15}} \left[1 + \frac{1}{N\kappa} \left(-\frac{7}{90} \varepsilon_d \right) \right] \\
 & x_{2\beta} = \sqrt{\frac{1}{21}} \left[1 + \frac{1}{N\kappa} \left(-\frac{2}{45} \varepsilon_d + \frac{12}{25} \varepsilon_g \right) \right] \\
 & x_{4\beta} = -\sqrt{\frac{24}{35}} \left[1 + \frac{1}{N\kappa} \left(\frac{1}{30} \varepsilon_d - \frac{1}{30} \varepsilon_g \right) \right] \\
 \text{ii) } b_{\beta}^{\pm}(\sigma_0^{\pm}) \quad & x_{0\beta'} = \sqrt{\frac{8}{15}} \left[1 + \frac{1}{N\kappa} \left(-\frac{1}{18} \varepsilon_d - \frac{3}{100} \varepsilon_g \right) \right] \\
 & x_{2\beta'} = -\sqrt{\frac{8}{21}} \left[1 + \frac{1}{N\kappa} \left(\frac{7}{90} \varepsilon_d \right) \right] \\
 & x_{4\beta'} = \sqrt{\frac{3}{35}} \left[1 + \frac{1}{N\kappa} \left(\frac{14}{75} \varepsilon_g \right) \right] \\
 \text{iii) } b_{\beta}^{\pm}(\sigma_2^{\pm}) \quad & x_{2r} = \sqrt{\frac{1}{7}} \left[1 + \frac{1}{N\kappa} \left(-\frac{1}{5} \varepsilon_d + \frac{1}{5} \varepsilon_g \right) \right] \\
 & x_{4r} = \sqrt{\frac{6}{7}} \left[1 + \frac{1}{N\kappa} \left(-\frac{1}{30} \varepsilon_d - \frac{1}{30} \varepsilon_g \right) \right] \\
 \text{iv) } b_{\beta}^{\pm}(\sigma_2^{\pm}) \quad & x_{2r'} = \sqrt{\frac{6}{7}} \left[1 + \frac{1}{N\kappa} \left(\frac{1}{30} \varepsilon_d - \frac{1}{30} \varepsilon_g \right) \right] \\
 & x_{4r'} = -\sqrt{\frac{1}{7}} \left[1 + \frac{1}{N\kappa} \left(-\frac{1}{5} \varepsilon_d + \frac{1}{5} \varepsilon_g \right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \nu) \ b_1^\dagger(\rho_1^\dagger) \quad x_{21} &= \sqrt{\frac{4}{7}} \left[1 + \frac{1}{N\kappa} \left(\frac{1}{10} \varepsilon_d - \frac{1}{10} \varepsilon_g \right) \right] \\
 x_{41} &= -\sqrt{\frac{3}{7}} \left[1 + \frac{1}{N\kappa} \left(-\frac{2}{15} \varepsilon_d + \frac{2}{15} \varepsilon_g \right) \right]
 \end{aligned}$$

上述参数在 $\frac{\varepsilon_i}{N\kappa}$ 的一级近似下满足归一化条件 $\mathbf{x} \equiv (\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}) = 1$ 。(括号内玻色子记号 $\sigma_0^\dagger \dots$ 的意义与文献 [4]b) 相同.)

参 考 文 献

- [1] H. C. Wu, *Phys. Lett.*, **110B**(1982), 1.
Y. Akiyama, *Nucl. Phys.*, **A433**(1985), 369.
- [2] I. Morrison, Private Commun.
- [3] J. Dukelsky et al., *Nucl. Phys.*, **A425**(1984), 93.
S. Pittel et al., *Phys. Lett.*, **B144**(1984), 145.
- [4] a) H. C. Wu et al., *Phys. Lett.*, **B187**(1985), 205.
b) H. C. Wu, A. Dieperink and O. Scholton, *Phys. Rev.*, **C38**(1988), 1638.
- [5] S. Kuyucak and I. Morrison, *Ann. Phys.*, **181**(1988), 79.
- [6] T. Otsuka and M. Sugita, *Phys. Lett.*, **B215**(1988), 205.
- [7] J. Dukelsky et al., *Phys. Lett.*, **B130**(1983), 123.
- [8] H. C. Wu, A. Dieperink and S. Pittel, *Phys. Rev.*, **C34**(1986), 703.

1/N Expansion Technique and the Non-SU(3) Intrinsic States of the sdg Interacting Boson Model

WU HUACHUAN

(Physics Department, Suzhou University 215006; and Theoretical Physics Institute, Academia Sinica)

RONG ZHONGLIN WANG ZHEN

(Physics Department, Suzhou University 215006)

ABSTRACT

By utilizing the 1/N expansion technique, the SU(3)-symmetry breaking caused by boson energies is discussed for the sdg Interacting Boson Model, and the analytical expressions of the intrinsic states are given under the approximation in the order of 1/N. It is also shown that the many body theories for a interacting boson system, such as Hartree-Bose method, Tamm-Dancoff approximation and Cranked Hartree approximation, are all special cases of the 1/N expansion technique.