

Z=64 子壳能隙与 $N=88\sim90$ 区 突然相变的关系

桑建平 刘朝山 刘 庸

(华中师范大学粒子物理研究所, 武汉 430070)

摘要

本文用一种微观相互作用玻色子模型讨论了 $Z = 64$ 处的能隙对核谱结构的影响以及 $N = 88\sim90$ 区的核结构相变。结果表明, 除 n-p 相互作用之外, 壳模型空间的单粒子能级分布在核结构相变中起了重要的作用。 $Nd\sim Dy$ 十六个具体核素的计算结果支持了本文得出的结论。

一、引言

在中子数 $N = 88\sim90$ 区域, 已有很多工作对原子核从球形到大变形突然相变的机制作了广泛的讨论, 目前这仍然是令人感兴趣的课题^[1-5]。R. F. Casten 等人基于 $^{164}\text{Gd}_{82}$ 具有双幻核的性质^[6], 用 IBA 分析了 $A \sim 150$ 区核素的能谱结构相变^[3,4]。他们认为, $N \leq 88$ 时质子 $Z = 50\sim82$ 主壳分裂为 $Z = 50\sim64$ 和 $64\sim82$ 两个壳, $N \geq 90$ 后, $Z = 64$ 闭合子壳效应消失, 于是又合为 $Z = 50\sim82$ 主壳。在 $N = 90$ 前后分别用两种不同的方式计算质子玻色子数, 因而质子玻色子数在 $N = 90$ 处发生突变, 以此为基础可以描述核素能谱结构的突变。

本文认为, $Z = 64$ 子壳效应是两组子壳层 ($1g_{7/2}, 2d_{5/2}$) 与 ($1h_{11/2}, 2d_{3/2}, 3s_{1/2}$) 之间存在相当显著的能隙的反映。随中子数的增加, 能隙将会逐渐减小^[6], 因此 Casten 等人的工作主要考察了玻色子数的变化能否模拟能隙的变化对能谱结构产生的效应。而在适当选定 IBM 哈密顿量参数的情况下, 只要不断增加玻色子数, 确实能够描述从振动谱向转动谱过渡的主要特征^[7], 这意味着在特定的条件下让玻色子数突变, 自然地会导致能谱结构的突变。这当然是一种过份简化的做法^[3], 文献 [3] 自身也指出, 这种方法不适用于 Gd 同位素的讨论。

冻结满壳层的自由度是 IBM 的一个基本假定, 我们希望在维持这一假定的前提下, 不把 $Z = 64$ 等同于主壳层, 直接研究子壳能隙对核谱结构的影响。这就是说, 要在壳模型的基础上研究 $A \sim 150$ 区核的低能集体性质。直接做壳模型计算当然极为困难, 过去在这方面的工作主要集中在相互作用的讨论方面, 定性考察了 n-p 相互作用对核的形变

产生的作用。而用集体模型作分析,象 Casten 等人那样做,子壳能隙并不能作为参数出现在模型中。因此,要获得子壳能隙及价壳层能级分布与相变关系的认识,以集体运动的微观理论方案为出发点是合理的做法。为此,从已有的 IBM 微观基础的研究方案中^[8-10],本文选择了经过初步检验的以玻色子展开和 MJS 代换为基础的微观研究方案^[8],除了用它做定性的理论探讨以外,还通过计算包括 Gd 在内的 $A \sim 150$ 区几系列同位素的核谱来考察上述关系。

二、研究方法

已有一些文献详细叙述过以玻色子展开和 MJS 代换为基础的微观理论方案^[8,11,12],在此将只对方案作很概括的介绍,对于与本文研究目的有关的部分,则作一定的阐述。

微观研究的出发点为价核子的壳模型组态及核子-核子间的有效相互作用。就 $A \sim 150$ 区域的原子核来说,组态记为

$$(1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 1h_{11/2}, 2d_{3/2}, 3s_{1/2})^{Z'}, \quad (2.1)$$

$$(2f_{7/2}, 1h_{9/2}, 3p_{3/2}, 1i_{13/2}, 2f_{5/2}, 3p_{1/2})^{N'}, \quad (2.2)$$

其中 $Z' = Z - 50$ 为价质子数, $N' = N - 82$ 为价中子数。若价核子数超过半满主壳,则以价空穴组态来描述。价核子的哈密顿量可一般地表达为:

$$H_f = H_f^{(n)} + H_f^{(p)} + V_f^{(np)}, \quad (2.3)$$

$$H_f^{(\sigma)} = \sum_a E_a^{(\sigma)} a_a^{(\sigma)} + a_a^{(\sigma)*} + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} P_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(\sigma)} a_\alpha^{(\sigma)} + a_\beta^{(\sigma)*} + a_\gamma^{(\sigma)} + a_\delta^{(\sigma)*}, \quad (2.4)$$

式中 $\sigma = n, p$ 分别标记价中子和价质子自由度, $V_f^{(np)}$ 是中子-质子相互作用。

看价质子组态 (2.1)。如果把 $Z = 64$ 子壳视为主壳层,从它计算价质子数,那么所讨论的组态变成 $(1g_{7/2}, 2d_{5/2})^{(64-Z)}$ 或者 $(1h_{11/2}, 2d_{3/2}, 3s_{1/2})^{(Z-64)}$ 。对于 Z 接近 64 的元素,由此确定的价质子数将显著少于由 (2.1) 确定的值,这对应于一种很强的组态截断, (2.3) 式中的一部分与价质子有关的相互作用被忽略掉了,同时,子壳能隙 $\Delta = E_{1h_{11/2}} - E_{2d_{5/2}}$ 至多影响结合能,对激发谱则不再有贡献。从理论上来说,这几个因素均有利于造成振动型的能谱结构。反之,若讨论组态 (2.1),子壳能隙 Δ 作为质子 50~82 主壳层中五条能级分布的一个特征出现,它的效应将通过 (2.4) 中的单粒子项及相互作用的能级相关性体现出来。因此,正如引言中提到的,使我们有可能讨论 Δ 与能谱结构的关系。

微观方案的做法是,首先利用玻色子展开方法,把对体系的价核子描述转变为理想玻色子描述, H_f 所对应的玻色子象记为:

$$H_B = H_B^{(n)} + H_B^{(p)} + V_B^{(np)}, \quad (2.5)$$

$$H_B^{(\sigma)} = H_{B1}^{(\sigma)} + H_{B2}^{(\sigma)}, \quad (2.6)$$

式中 $H_{B1}^{(\sigma)}$ 和 $H_{B2}^{(\sigma)}$ 分别为理想玻色子 $\{A_{\alpha\beta}\}$ 的单体及两体算子部分。再引入一组 Q -玻色子,它们的产生算子为理想玻色子产生算子的线性组合:

$$Q_{r\pi JM}^{(\sigma)+} = \sum_{\alpha < \beta} x_{\alpha\beta}^{(r\pi JM)} A_{\alpha\beta}^{(\sigma)+}. \quad (2.7)$$

借助于本征值方程:

$$H_{B1}^{(\sigma)} Q_{r\pi JM}^{(\sigma)+} |0\rangle = \varepsilon_{r\pi J}^{(\sigma)} Q_{r\pi JM}^{(\sigma)+} |0\rangle \quad (2.8)$$

确定(2.7)式中的结构常数 $\varepsilon_{abJM}^{(r\pi)}$, 就可以用式(2.7)的逆变换把以 $\{A^+, A\}$ 算子表示的玻色子哈密顿量 H_B 转变为以 $\{Q^+, Q\}$ 算子的形式。

从玻色子展开得到的单体项 $H_{B1}^{(\sigma)}$, 一部分直接来自价核子哈密顿量(2.4)中的单体项, 另一部分来自其中的相互作用项, 在用(2.7)和(2.8)式确定 Q -玻色子时, 已包括了相互作用的贡献, 于是能量最低的 $r=0$ 的 Q -玻色子可以具有很强的集体性, 适合于用来描述低能集体激发。因此, 从玻色子的角动量, 宇称及所携带的价核子数考虑, 在最低阶近似下, 这个方案把 IBM 中 s, d 玻色子定义为

$$s^{(\sigma)+} = Q_{0+00}^{(\sigma)+}, \quad (2.9)$$

$$d_m^{(\sigma)+} = Q_{0+2m}^{(\sigma)+}, \quad (2.10)$$

继而实现态空间的 $s-d$ 截断, 即集体态子空间截断, 并推导出 H_B 在 $s-d$ 子空间中的等效算符:

$$h_{sd} = h^{(n)} + h^{(p)} + h^{(np)}. \quad (2.11)$$

它就是普遍形式的微观 IBM-2 哈密顿量。

从(2.7)–(2.10)式我们看到, 正因为 $H_{B1}^{(\sigma)}$ 包括了 H_f 中的单体项及相互作用项两部分的贡献, 价质子壳层能级的分布以及相互作用的能级相关性对于确定 s, d 玻色子的微观结构起到了重要的作用, 进而表现在推导出的(2.11)式 h_{sd} 的系数上。这就是说, 子壳能隙 Δ 的大小将在某种程度上决定哈密顿量 h_{sd} 的性质, 于是通过 h_{sd} 本征值方程的求解可以获得 Δ 与能谱结构关系的知识。

事实上, 以上的定性分析并不依赖于所选取的具体的微观研究方案。如果采用 OAI 方法^[9], 或杨立铭等人的研究方案^[10], 虽然 s, d 玻色子的定义方法不同, 只要价质子组态取为(2.1)式, 在确定 s, d 玻色子的微观结构方面 Δ 仍然会显示出它的作用, 并进而影响 h_{sd} 的性质, 因此仍然可以通过 h_{sd} 的性质或者所给出能谱的结构特点来讨论 Δ 的效应。

三、计算结果和讨论

要对真实核作具体计算或者通过数值计算在理论上进行探讨, 必须选定主壳层中各子壳能级的单粒子能量, 并确定核子-核子有效相互作用的形式及作用强度。

先谈价壳层单粒子能量的选取。质子和中子价壳最低能级的能量值只对结合能有贡献, 不影响激发谱, 因而无关紧要, 真正重要的是价壳层中能级的分布。本文侧重讨论质子子壳能隙的效应, 而不是单粒子能量值本身, 因此我们选取了把 Woods-Saxon 势外推从理论上获得的价壳能级分布^[6]。准确到 10 keV 量级, 在表 1 中列出了能级分布与质量数 A 的关系。

从表 1 的数据可知, 当 $A=146$ 时, 质子的 $Z=64$ 子壳能隙 $\Delta=2.27$ MeV。虽然 Δ 明显地小于约为 4 MeV 的主壳能隙, 但质子对的非扰动激发能已大大高出约 2 MeV 以下的低能区, 若无足够的相互作用能加以补偿, 子壳效应就可能表现得很显著。当 A 上升到 158 时, Δ 下降为 1.58 MeV, 与质子价壳能级的平均间距 ~ 1 MeV 相比大体上已属

表1 价核子的单粒子能级

A		146	148	150	152	154	156	158
中 子	$3p_{1/2}$	6.64	6.46	6.61	6.58	6.57	6.68	6.79
	$2f_{5/2}$	6.59	6.39	6.50	6.44	6.41	6.39	6.37
	$1i_{13/2}$	6.52	6.32	6.39	6.30	6.25	6.02	6.17
	$3p_{3/2}$	5.72	5.62	5.65	5.73	5.75	5.77	5.79
	$1h_{9/2}$	4.91	4.77	4.70	4.64	4.57	4.50	4.43
	$2f_{7/2}$	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00
质 子	$3s_{1/2}$	7.41	7.34	7.35	7.34	7.28	7.31	7.36
	$2d_{3/2}$	7.18	7.00	7.01	7.00	6.91	6.90	6.92
	$1h_{11/2}$	6.95	6.89	6.87	6.84	6.73	6.70	6.68
	$2d_{5/2}$	4.68	4.73	4.80	4.89	4.91	4.95	5.20
	$1g_{7/2}$	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00

于同一量级。因此可以认为表1的数据与从实验资料分析作出的推测定性上是一致的。后面真实核的计算中能级分布就取表1的值，而作理论探讨时，将使 Δ 在一定范围内变化，以便单独考察它的效应。

对于核子-核子有效相互作用，参照以前的研究工作^[8,11,12]，在同类核子间取为对力、四极对力和四极-四极力，强度参数分别以 g_o, G'_o 和 K'_o 标记。中子-质子相互作用取为四极-四极力，强度参数记为 K'_{np} 。这些参数的大小也按照以前计算的经验确定^[8,11,12]。但是，鉴于文献[12]中的计算已表明，有效相互作用强度在较大范围内的变化可以模拟价核子数增加等若干因素所起的作用而使核谱从振动过渡到转动谱结构，为了压制作用强度改变的影响，本文将只允许强度参数在小范围内随核子数极平缓地变化。而且，与价中子相关的参数不随 Z 变化，与价质子相关的参数不随 N 变化，这样做有利于对结果进行分析。

为了做理论上的探讨，我们希望选定一个较典型的组态。人们知道 $^{146}\text{Gd}_{82}$ 是个双幻核^[13]，当中子数偏离 82 时， ^{146}Gd 核素很快偏离球形， $N = 90$ 时已成为大变形核^[2]。另

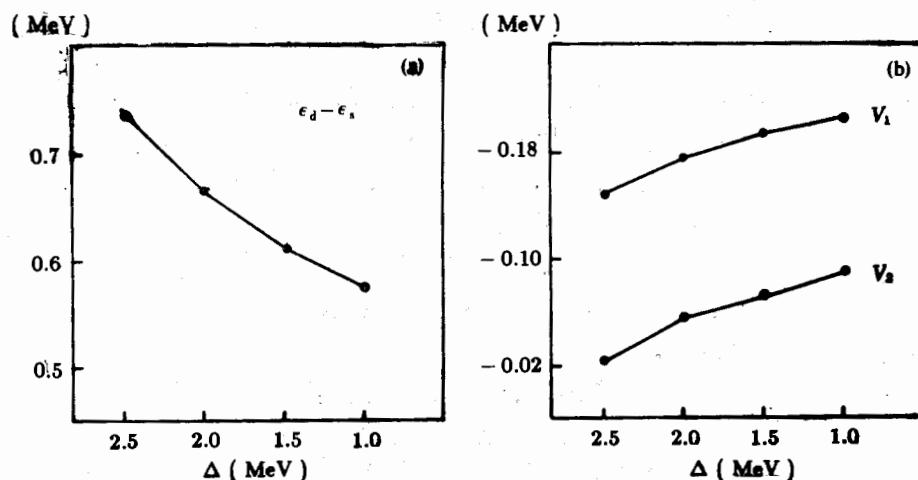


图 1

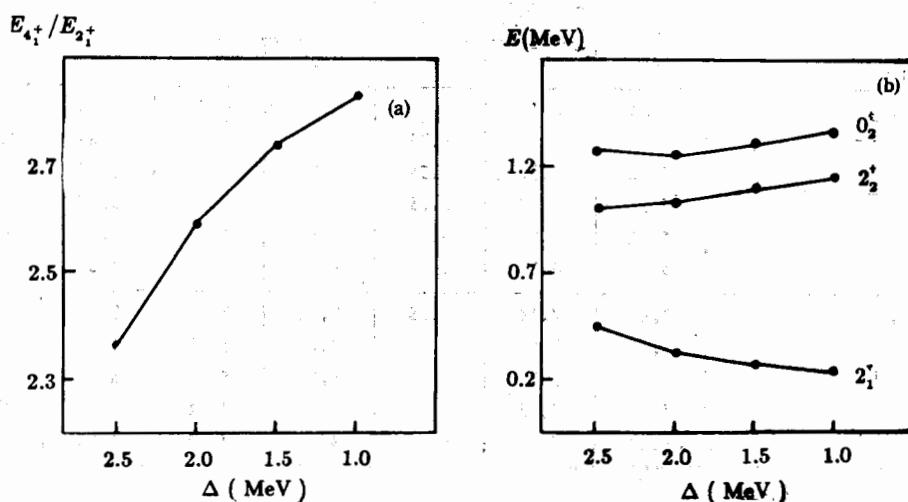


图 2

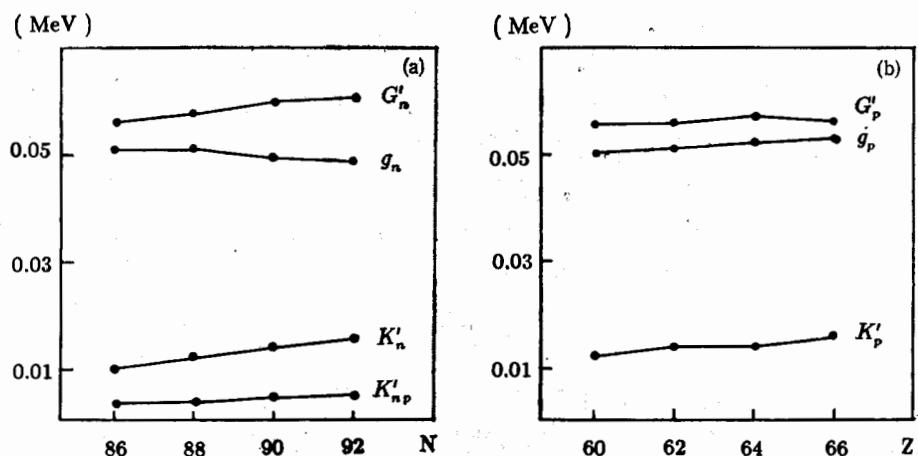


图 3

一方面,在把 $Z = 64$ 等同于主壳层的研究工作中, $N > 82$ 时 Gd 是单幻核, 被排除在讨论范围之外^[3]。因此, 我们认为取 $^{152}_{\Lambda}Gd_{88}$ 的组态作讨论具有一定的典型意义。以 MeV 为单位的相互作用参数固定为 $g_n = 0.051$, $G'_n = 0.045$, $K'_n = 0.010$, $g_p = 0.042$, $G'_p = 0.060$, $K'_p = 0.014$, $K'_{np} = 0.01$ 让子壳能隙 Δ 从能反映子壳效应的值 2.5 MeV 下降到约为质子壳能级平均间隔的 1 MeV。图 1 给出了 $s-d$ 哈密顿量质子部分几个系数的计算结果, 其中 $\varepsilon_d - \varepsilon_s$ 是对振动谱起主要作用的系数, 而 V_1 和 V_2 是造成 $U(5)$ 对称性破缺的相互作用项系数。

从图 1 我们看到, 随着 Δ 的减小, $\varepsilon_d - \varepsilon_s$ 逐渐下降, 而相互作用项系数 V_1 和 V_2 则迅速上升, 这表明由 Δ 的减小造成 s, d 玻色子结构的改变导致了 $s-d$ 哈密顿量性质的改变, 而且正如所预期的, 这种改变倾向于从描述振动谱结构过渡到描述转动谱结构。上述结论在图 2 中表现得更为直观。图 2 给出了利用程序 NPBOS^[14] 求解 $s-d$ 哈密顿量本

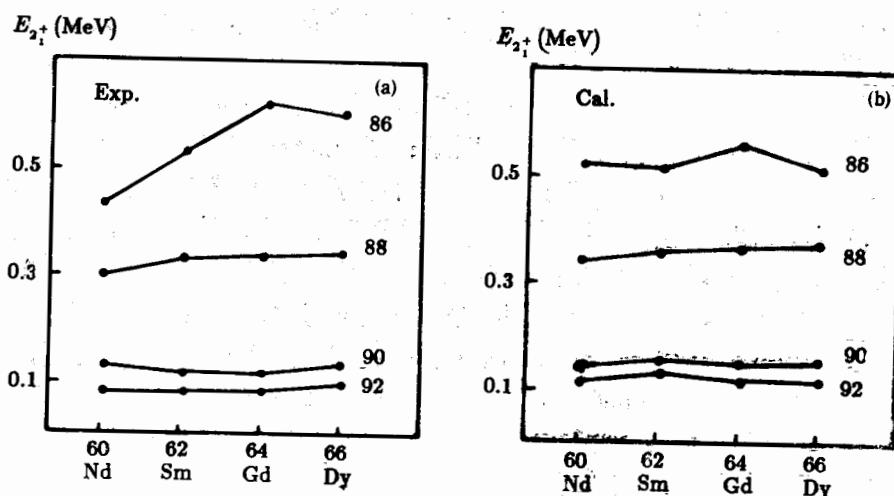


图 4

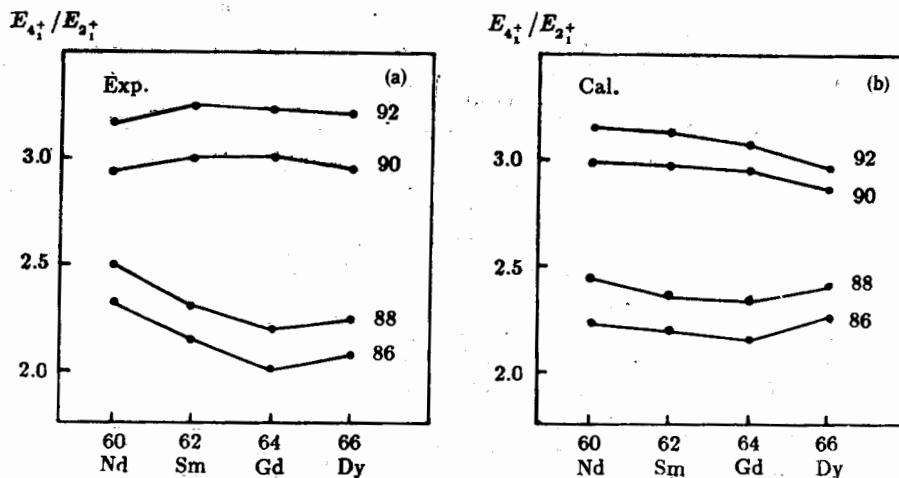


图 5

征方程的部分结果。从讨论能谱结构特点角度, 根据比值 $E_{4_1^+}/E_{2_1^+}$ 及 2_1^+ 、 2_2^+ 和 0_2^+ 各态的能量计算值就已足够作出基本的判断。

较高的 $E_{2_1^+}$ (~ 0.5 MeV) 是振动谱的标志之一, 向转动谱过渡时, $E_{2_1^+}$ 会明显下降。以此为前提, 比值 $E_{4_1^+}/E_{2_1^+}$ 就是探测核结构的一个相当具体的依据, 因为它的理论值从球振子的 ~ 2 变化到理想转子的 3.33。图 2 显示出, 当 Δ 从 2.5 MeV 下降到 1 MeV 时, $E_{2_1^+}$ 时明显下降, 而 $E_{4_1^+}/E_{2_1^+}$ 则从 2.36 上升到 2.83, 倾向于逐渐形成基态转动带, 同时 0_2^+ 与 2_2^+ 缓慢增高, 倾向于成为 β 和 γ 带的带头。因此, 以上不改变价核子数及相互作用强度的计算已表明, 子壳能隙的减小对 $A=150$ 区的突然相变的出现来说, 是一个直接起重要作用的因素。

以表 1 给出的能级分布, 我们进一步对 ^{60}Nd 、 ^{62}Sm 、 ^{64}Gd 、 ^{66}Dy 诸同位素中 $N=86$

到 92 的 16 个核作了计算。这些核正处于发生突然相变的区域。参数值见图 3，计算结果见图 4 和图 5。

计算结果与实验符合得较好，主要反映在能够描述当 N 从 88 到 90 时所发生的突然相变上。在此计算中，相变由以下三个因素造成：第一是价中子数的变化；第二是相互作用的变化，但参数变化平缓，突然相变显然不完全由参数决定；第三则是能级分布随 A 的变化， Δ 的改变被包含在内。我们对比了 IBM 唯象分析作的同样计算^[3]，注意到本文结果明显与实验符合得更好。由于唯象工作已考虑了上述前两个因素，差别可能来自第三个因素中 Δ 的改变对 s, d 玻色子结构的影响并未直接考虑，仅归结为价质子数的突变。我们知道，即使对 Sn, Cd 等 $Z \sim 50$ 的核素，存在一定数量的价中子时质子对跨越主壳层形成的 $2p-2h$ 闯入态已在低能区观测到^[15]，那么对 $Z \sim 64$ 的核素，冻结 $Z = 64$ 支壳层看来是过分简单的假定。由此可以推测，象本文这样计及 Δ 的效应有可能得到 $A \sim 150$ 区核谱突然相变现象的更好的理解。

参 考 文 献

- [1] 张敬业, 钟纪泉, 李宝安, 高能物理与核物理, 1(1986), 92.
- [2] R. F. Casten *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 47(1981), 1433.
- [3] R. L. Gill, R. F. Casten *et al.*, *Phys. Lett.*, 118(1982), 251.
- [4] R. F. Casten, W. Frank and P. Von Brentano, *Nucl. Phys.*, A444(1985), 133.
- [5] E. Ye. Berlovich and F. F. Karpeshin, *Phys. Lett.*, B177(1986), 260.
- [6] P. Mukherjee, R. Bhattacharya, and I. Mukherjee, *Phys. Rev.*, C24(1981), 1810 and reference therein.
- [7] 刘庸, 华中师范大学学报(自然科学版), Vol. 20(1986), 289.
- [8] Z. S. Yang, Liu Yong and Qi Hui, *Nucl. Phys.*, A421(1984), 297.
- [9] T. Otsuka, A. Arima, and F. Iachello, *Nucl. Phys.*, A309(1978), 1.
- [10] L. M. Yang, Collective Bands in Nuclei, in: *Progress in Particle and Nuclei*, Vol. 9, Ed. D. Wilkinson (Pergamon Press, 1983) pp. 147—182.
- [11] 杨泽森, 刘庸, 田晓岑, 高能物理与核物理, 6(1982), 472;
杨泽森, 高能物理与核物理, 9(1985), 341.
- [12] 刘庸, 田晓岑, 杨泽森, 高能物理与核物理, 6(1983), 480.
- [13] P. Kleinheinz, Proc. Symp. on High-Spin Phenomena in Nuclei 15—17 March (1979), Argonne, p. 125.
- [14] T. Otsuka and N. Yoshida, JAERI-M Report, 85—094.
- [15] J. L. Wood., *Nucl. Phys.*, A421(1984), 43; *Nucl. Data Sheets*, 29(1980), 587; 35(1982), 375; 38(1983), 545.

Relation Between the Gap at $Z=64$ Subshell and the Abrupt Transition in the Region $N=88\sim90$

SANG JIANPING LIU CHAOSHAN LIU YONG

(Institute of Particle Physics, Hua-Zhong Normal University, Wuhan 430070)

ABSTRACT

The onset of deformation in the $N=88\sim90$ region and the effects of the gap at $Z=64$ subshell on nuclear structure are investigated in a microscopic approach of the interacting boson model. It turns out that, besides the n-p interaction, the distribution of single particle levels in the shell model space also plays a direct and important role in the rapid transition of spectrum structure. For Nd~Dy nuclei the calculations show excellent agreement with experimental energy systematics.