

# 高温 QCD 的耦合常数和退禁闭相变\*

高 嵩 李家荣

(华中师范大学粒子物理研究所, 武汉 430070)

## 摘 要

用有限温度场论中重整化群方法, 研究了 QCD 的有效耦合常数的温度依赖性, 发现高温时耦合常数在全动量区都很小, 体现出了 QCD 的退禁闭特征。

## 引 言

有限温度下 QCD 的退禁闭相变问题一直是人们关心的课题。除了通过高能重离子碰撞试图从实验上直接观察这种相变外, 在理论上也正在不断地从各个方面进行探索。有限温度格点 QCD 通过计算序参量 Wilson 线的热力学平均值  $\langle L \rangle$  和对热力学量性质的分析, 证明存在退禁闭相变<sup>[1]</sup>。进一步注意到 Wilson 线与夸克间的相互作用势有直接的联系, 格点规范理论的计算证实了 QCD 禁闭位势在高温高密度下会变为退禁闭的 Debye 型位势<sup>[2]</sup>, 从而也说明了存在退禁闭相变。此外, 有关模型理论的研究也有一定的进展<sup>[3]</sup>。

在场论中要研究相互作用理论的性质, 更一般的应是直接地研究理论的耦合常数。因而考察 QCD 耦合常数对温度的依赖性分析 QCD 退禁闭相变的又一重要步骤。重整化群方程为研究耦合常数等理论参数的行为提供了方便的方法。文献 [4, 5] 在热场动力学的框架上给出了有限温度下的重整化群方程, 并以此初步指出 QCD 耦合常数有随温度增大而减小的趋势。注意到色禁闭是 QCD 在大距离时的性质, 因而要分析 QCD 的退禁闭问题, 则相应的需要考察高温下耦合常数在小动量区的行为, 这正是本文工作的主要动机。我们用温度场论中的重整化群方法, 研究了有限温度 QCD 的有效耦合常数随动量和温度的变化关系, 发现低温时的耦合常数与零温时的耦合常数有相同的性质; 高温时, 耦合常数在全动量区都很小, 体现出了 QCD 的退禁闭特征。

## 一、有限温度 QCD 的有效耦合常数

为了研究有限温度 QCD 的有效耦合常数, 首先引进温度场论中的重整化群方程, 这里采用的是实时间形式的温度场论(热场动力学<sup>[4]</sup>)。在热场动力学中, 选重整化点为

本文 1990 年 8 月 27 日收到。

\* 国家自然科学基金资助课题。

$(\mu, T_0)$ ,  $\mu$  为远离质壳的动量参考点,  $T_0$  为温度参考点, 用  $s$  和  $t$  分别表示  $\mu$  和  $T_0$  的标度参数, 则热场动力学中的重整化群方程<sup>[4]</sup>为:

$$\left[ \mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta_t \frac{\partial}{\partial g} + \theta_t m \frac{\partial}{\partial m} - n \gamma_t \right] \Gamma_k^{(n)}(p, T; g(s, t), m(s, t), \mu s, T_0 t) = 0, \quad (1)$$

$$\left[ T_0 \frac{\partial}{\partial T_0} + \beta_t \frac{\partial}{\partial g} + \theta_t m \frac{\partial}{\partial m} - n \gamma_t \right] \Gamma_k^{(n)}(p, T; g(s, t), m(s, t), \mu s, T_0 t) = 0. \quad (2)$$

$\beta_{t,i}$ ,  $\theta_{t,i}$ ,  $\gamma_{t,i}$  称为重整化群函数, 其中:

$$\beta_t = s \frac{\partial}{\partial s} g(s, t) |_{t=1}, \quad (3)$$

$$\beta_t = t \frac{\partial}{\partial t} g(s, t) |_{t=1}, \quad (4)$$

与动量和温度有关的有效耦合常数为:

$$g(s, t) = Z_1^{-1} Z_3^{\frac{3}{2}} g. \quad (5)$$

其中  $Z_1(s, t)$  和  $Z_3(s, t)$  分别是有限温度时耦合常数和场的重整化常数. (3)–(5)式是本工作的出发点, 注意到在全温度区考察耦合常数需要采用非微扰计算, 在缺乏有力的非微扰方法的情况下, 我们是在高温极限或低温大动量极限下用微扰方法完成计算的.

根据热场动力学中的重整化方案<sup>[6]</sup>, 对  $SU_c(3)$  纯规范场, 在单圈似近下, 有限温度时胶子场的重整化常数  $Z_3$  和耦合常数(三胶子顶角)的重整化常数  $Z_1$  分别为<sup>[7]</sup>:

$$Z_3 = 1 + \frac{c_2 g^2}{(4\pi)^2} \left[ \frac{5}{3} \frac{\hat{2}}{\epsilon} + \frac{31}{9} - \frac{8\xi(2)}{(\beta p)^2} + 3F_0(\beta p) + F_2(\beta p) \right]. \quad (6)$$

$$Z_1 = 1 - \frac{c_2 g^2}{(4\pi)^2} \left[ -\frac{2}{3} \frac{\hat{2}}{\epsilon} - \frac{4}{3} + \frac{1}{36} I_0 - \frac{31}{6} F_0(\beta p) + \frac{7}{3} G_0(\beta p) - 16 G_2(\beta p) \right]. \quad (7)$$

其中  $\beta = \frac{1}{T}$ , 是温度的倒数,  $I_0 = 2 \times 1.17195$ ,  $\gamma_E$  为欧拉常数,

$$\frac{\hat{2}}{\epsilon} = \frac{2}{\epsilon} - \gamma_E + \ln 4\pi - \ln \frac{p^2}{\mu^2}, \quad \xi(2) = \pi^2/6, \quad \epsilon = D - 4,$$

$$F_n(\beta p) = \int_0^\infty dx \frac{x^n}{\exp\left(\frac{1}{2}\beta p x\right) - 1} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right|, \quad (8)$$

$$G_n(\beta p) = 2 \int_0^1 dy \int_0^\infty dx \frac{x^{n+1}}{\exp(\beta p x) - 1} \frac{1}{x^2(y^2 + 3) - 1}. \quad (9)$$

类似于[8]中计算积分的方法, 可用于计算(8)、(9)式的积分. 分别计算出(6)和(7)式中的有关积分, 利用  $\beta$  函数的表示式(3)和(4)及关系式(5), 可得相应的  $\beta$  函数如下

(a) 动量相关  $\beta$  函数:

$$\beta_t = -\frac{c_2 g^3}{(4\pi)^2} \left[ \frac{11}{3} - 31.83 \frac{T_0^2}{\mu^2} - 13.16 \frac{T_0}{\mu} + 0.934 \right] \quad (T_0 > \mu). \quad (10)$$

$$\beta_t = -\frac{c_2 g^3}{(4\pi)^2} \left[ \frac{11}{3} - 155.6 \frac{T_0^2}{\mu^2} + 2184 \frac{T_0^4}{\mu^4} \right] \quad (T_0 \ll \mu). \quad (11)$$

(b) 温度相关  $\beta$  函数:

$$\beta_t = -\frac{c_2 g^3}{(4\pi)^2} \left[ 31.83 \frac{T_0^2}{\mu^2} + 13.16 \frac{T_0}{\mu} \right] \quad (T_0 > \mu), \quad (12)$$

$$\beta_t = -\frac{c_2 g^3}{(4\pi)^2} \left[ 155.6 \frac{T_0^2}{\mu^2} - 2184 \frac{T_0^4}{\mu^4} \right] \quad (T_0 \ll \mu). \quad (13)$$

由上面得到的  $\beta_t$  和  $\beta_i$ , 可以分别得到随动量和温度变化的耦合常数  $g(p, T_0)$  和  $g(\mu, T)$ , 注意到  $g(\mu, T_0)$  在  $T_0 = 0$  时则回到零温时的参数, 即  $g(\mu) = g$ . 对  $SU(3)$  规范场  $C_2 = 3$ , 这样可得到高温和低温时的耦合常数分别为:

$$g^2(p, T) = \frac{g^2}{1 + \frac{g^2}{(4\pi)^2} [22 \ln p/\mu + 95.47 T^2/p^2 + 39.48 T/p - 5.604 \ln T/p]} \quad (T > p), \quad (14)$$

$$g^2(p, T) = \frac{g^2}{1 + \frac{g^2}{(4\pi)^2} [22 \ln p/\mu + 462.48 T^2/p^2 - 3276 T^4/p^4]} \quad (T \ll p). \quad (15)$$

引入 QCD 的标度参数:

$$\Lambda = \mu \exp \left[ -\frac{3}{22} (4\pi)^2 / c_2 g^2 \right]. \quad (16)$$

且令  $\alpha(p, T) = \frac{g^2(p, T)}{4\pi}$ , 则利用 (16) 式可以将 (14)、(15) 式所表示的耦合常数写成以下简便的形式:

$$\alpha(p, T) = \frac{4\pi}{22 \ln p/\Lambda + 95.47 T^2/p^2 + 39.48 T/p - 5.604 \ln T/p} \quad (T > p). \quad (17)$$

$$\alpha(p, T) = \frac{4\pi}{22 \ln p/\Lambda + 462.48 T^2/p^2 - 3276 T^4/p^4} \quad (T \ll p). \quad (18)$$

这样就得到了温度相关的有效耦合常数. 下面将具体分析有效耦合常数的变化情况及其结果的物理意义. 温度  $T = 0$  时, (11)、(15) 和 (18) 式的结果和零温场论中重整化群方程所得的结果完全一致. (18) 式中令  $T = 0$  则得到零温 QCD 的耦合常数<sup>[9]</sup>:

$$\alpha(p) = \frac{4\pi}{22 \ln p/\Lambda}. \quad (19)$$

上面得到的有效耦合常数  $\alpha(p, T)$  可以与由 Wilson 圈给出的色交换势联系起来<sup>[10]</sup>:

$$V(p, T) \sim -\alpha(p, T)/p^2. \quad (20)$$

这样就可以把我们的讨论和格点规范理论所得到的结果作一比较.

## 二、结果及物理解释

首先考虑不同动量点耦合常数随温度的变化关系. 在 (17) 式中令  $p = \mu = b\Lambda$ , 则得到有效耦合常数随温度的变化曲线如图 1 所示, 从图 1 可以看出, 有效耦合常数, 随着温度的升高而减小, 在高温极限下, 有效耦合常数趋于零.

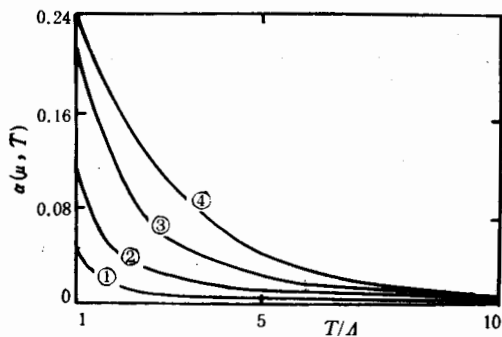


图1 耦合常数随温度的变化曲线

- ①  $b = 0.5$ , ②  $b = 1.0$ , ③  $b = 2.0$ ,  
④  $b = 4.0$

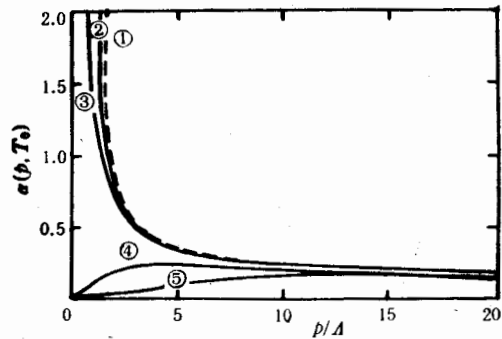


图2 耦合常数随动量的变化曲线

- ①  $r = 0$ , ②  $a = 0.1$ , ③  $a = 0.15$   
④  $a = 1.0$ , ⑤  $a = 4.0$

现在我们讨论不同温度时,有效耦合常数随动量的变化关系,在(17)、(18)式中令  $T = a\Lambda$ . 由此可得温度相关有效耦合常数随动量的变化曲线如图2所示. 曲线①以及②、③分别是按(19)式以及(18)式计算的零温时和低温时结果,严格地说,这只是在  $p > \Lambda$  的大动量区成立,这里为了明显地看到这组曲线有不同于高温时的总体特征,而把它们外推到了小动量区. 曲线④、⑤是按(17)式得到的高温下的结果. 从图2可以看出低温时(曲线②、③)和高温时(曲线④、⑤)的曲线明显地被分成了性质不同的两簇. 低温时有效耦合常数和零温有效耦合常数有相同的性质,而高温时,有效耦合常数在全动量区都很小. 这说明有禁闭性质的 QCD 理论小动量区的强耦合在高温时变得很弱,表现出了 QCD 的退禁闭特征. 而在大动量区有限温度 QCD 仍然具有渐近自由性质.

为了更明显地看出 QCD 高温时的退禁闭特征,利用关系式(20)来考察高温小动量区色交换势的行为,将(17)式代入(20)式,并令  $T = a\Lambda$ , 则得到不同温度时色交换势随动量的变化关系如图3所示. 图中曲线表明,在小动量区,高温 QCD 的相互作用势变化平缓,这就意味着长程相互作用变得很弱,体现出了屏蔽势的特征.

为了清楚起见,可以与 Debye 屏蔽位势的结果作一比较. 唯象的 Debye 屏蔽位势为<sup>[11]</sup>:

$$V(r) \sim -\frac{\alpha}{r} e^{-r/\xi}. \quad (21)$$

$\xi$  为屏蔽长度,一般认为  $\xi \sim 1/T$ . 为了便于比较,我们考虑随动量变化的 Debye 位势, $\xi$  取不同值时,Debye 势随动量的变化关系如图4所示.

从图3和图4可以看出,高温时 QCD 的色交换势和唯象的 Debye 屏蔽势有相同的性质,而且可以清楚地看出关系式  $\xi \sim 1/T$  也体现在这两个图中.

通过以上的分析可知,高温小动量区 QCD 具有屏蔽性质. 也就是说零温时 QCD 的反屏蔽(色禁闭)性质在高温时变成无禁闭的屏蔽性质.

上面利用有限温度场论中的重整化群方法,分析了有限温度下  $SU_c(3)$  纯规范场的有效耦合常数,得到了性质完全不同的高温相和低温相. 低温相对应着禁闭相;高温相则为退禁闭相,在大动量区仍然具有渐近自由性质,而在小动量区则体现出屏蔽性质. 这表

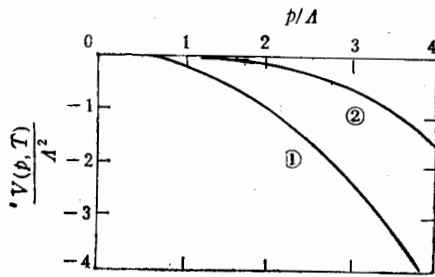


图 3 色交换势随动量的变化曲线

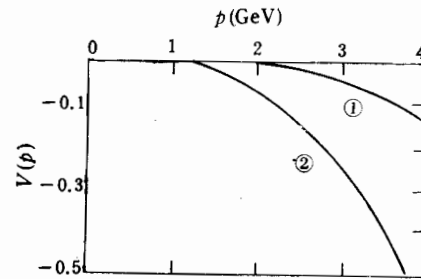
①  $a = 1.0$ , ②  $a = 4.0$ 

图 4 Debye 势随动量的变化曲线

①  $\xi = 0.4$ , ②  $\xi = 0.8$ 

明, 强子物质在超高温极限下变为夸克胶子等离子体。因为有效耦合常数是反映相互作用理论的最基本的参数, 以上得到的温度相关的有效耦合常数的性质为有限温度 QCD 的退禁闭相变提供了较为直接的证据。但是要指出的是, 由于本文是在微扰范围内计算的, 未能在全温度区考察 QCD 耦合常数的变化, 因而不可能给出具体的相变临界温度。

感谢王恩科、庄鹏飞的有益讨论。

## 参 考 文 献

- [1] L. McLerran, and B. Svetitsky, *Phys. Rev.*, **D24**(1981), 450.
- [2] S. Nadkarni, *Phys. Rev.*, **D33**(1986), 3738;  
O. A. Borisenko et al, *Phys. Lett.*, **B236**(1990) 349.
- [3] 毕品镇、郑挺芳、苏汝铿, 科学通报, **31**(1986), 341;  
王恩科、李家荣, 高能物理与核物理, **13**(1989), 1003;  
Wang Enke, Li Jiarong and Liu Lianshou, *Phys. Rev.*, **D41**(1990), 2288.
- [4] H. Matsumoto, Y. Nakano and H. Umezawa, *Phys. Rev.*, **D28**(1983), 1931.  
Progress in Quantum Field Theory chap. 9, Edited by H. Ezawa and S. Kamefuchi, Elsevier Science Publisher B. V. 1986.
- [5] H. Matsumoto, Y. Nakano and H. Umezawa, *Phys. Rev.*, **D29**(1984), 1116.
- [6] H. Matsumoto, I. Ojima and H. Umezawa, *Ann. Phys.*, (N. Y.) **152**(1984), 348.
- [7] Y. Fujimoto and Y. Yamada, *Phys. Lett.*, **B195**(1987), 231.
- [8] U. Heinz, K. Kajantie and T. Toimela, *Ann. Phys.*, (N. Y.) **176**(1987), 218.
- [9] Taizo Muta, Foundations of Quantum Chromodynamics. Chap. 3.  
World Scientific Publishing Co Pte Ltd., (1987)
- [10] Y. Fujimoto and Y. Yamada, *Phys. Lett.*, **B212**(1988), 77.
- [11] A. Ukawa, *Nucl. Phys.*, **A498**(1989), 227c.

## Coupling Constant in High Temperature QCD and Deconfinement Phase Transition

GAO SONG LI JIARONG

*(Institute of Particle Physics, Hua-zhong Normal University, Wuhan, 430070)*

### ABSTRACT

Finite temperature renormalization group equation is employed to investigate the effective coupling constant of QCD with respect to temperature. At high temperature, it is very small over the entire region of momentum, this leads to the property of deconfinement of QCD.