第 15 卷 第11期 高能物理与核物理 Vol. 15, No. 11
1991 年 11 月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Nov., 1991

有 限 反 常 核

张启仁　　李训贵*

(北京大学技术物理系，100871)

摘 要

从一个相对论性核模型解得了有限反常核，并找到了两个临界质量数 $A_1 = 85$ 和 $A_2 = 165$，只当质量数 $A \geqslant A_1$ 时才存在束缚的反常核，当 $A \geqslant A_2$ 时反常核的每核子结合能大于正常核. 当 $A > 3310$ 时反常核由于库伦能而变得非束缚.

李政道等首先提出的关于存在反常核态的可能性[1]从两方面使人感兴趣：一方面是其关于粒子性质依赖于环境的深刻物理思想，另一方面是其作为大大强于裂变与聚变的新核能源应用的可能性. 按李的理论，核物质是一浸泡在标量介子场中的具硬心的核子组成的系统，核结合来自它们与标量场的作用，而饱和则来自它们的硬心之间的排斥. 硬心的作用由范德瓦耳斯近似处理. 有人担心硬心概念的非相对论性质，并认为范德瓦耳斯近似在核物理中的应用尚有待论证. 他们宁可采用 Walecka[2] 提出的相对论平均场理论 (RMF)，其中硬心由一矢量场取代. 虽然这一理论是完全相对论的，正常核态数据却只能由一不具手征对称的标量场符合[3]. 核物质压缩模数的计算值也过大. 引进真空重整化项后，核物质的计算结果有所改进[4]. 然而由手征对称 σ 模型仍解不出有限正常核[5]. RMF 理论的更严重和基本的问题是，强子的扩张结构使关于它的定域场论成为无稽. 欲用场论描写强子系统，须在其组态空间中挖去其扩张结构占据的体积. 这就意味着引进硬心. 为此，采用范德瓦耳斯近似是颇为直观的. 下面我们将按李政道等最初的思路做. 要求近似的手征对称，我们从正常核态数据，包括压缩模数 $K = 240\text{MeV}$，定得一组模型参数. 在略高的核密度处找到了反常核态，并找到了有限反常核解. 因此可以说，反常核态概念与现有的正常核数据相容.

考虑由核子与标量场组成的系统，用 ψ 表示核子场，ϕ 表示标量场，这系统的拉氏函数密度可取为

$$\mathscr{L} = -\bar{\psi}(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi - g\phi\bar{\psi}\psi - \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial_\mu\phi - U,$$

U 为 ϕ 的四次多项式，对 ϕ 取平均场近似，ψ 则量子化为核子系统，对无限大静态均匀核物质 $\partial_\mu\phi = 0$. 利用积分公式

本文 1991 年 2 月 6 日收到.

* 永久通讯处：湖南湘潭，湘潭师范学院物理系.

$$\int_0^P \sqrt{\eta^2+\chi^2}\,\eta^2 d\eta = \frac{1}{4}\left\{P^3\sqrt{P^2+\chi^2}+\frac{1}{2}P\chi^2\sqrt{P^2+\chi^2}\right.$$
$$\left.-\frac{1}{2}\chi^4\ln\left(\frac{P}{\chi}+\sqrt{1+\frac{P^2}{\chi^2}}\right)\right\}.$$

可得核物质中每核子平均能量．在恢复各量应有的量纲后，它可表为

$$\varepsilon = mc^2\left\{\frac{3}{4}\left[\left(1+\frac{\chi^2}{2P^2}\right)\sqrt{P^2+\chi^2}-\frac{\chi^4}{2P^3}\ln\left(\frac{P}{\chi}+\sqrt{1+\frac{P^2}{\chi^2}}\right)\right]\right.$$
$$\left.+\frac{4}{9\pi\alpha}\left(\frac{r}{\lambda}\right)^3(1-\chi)^2[1+\alpha_1(1-\chi)+\alpha_2(1-\chi)^2]\right\}, \tag{1}$$

它是我们过去工作[6-8]的相对论性推广． 其中含第一个方括号的项为核子本身能量的贡献，含第二个方括号的项则为标量场势能密度 U 在每核子平均占有的体积内的贡献；

$$\alpha = \frac{2g^2m^2}{3\pi^2 m_S^2},\qquad \lambda = \frac{\hbar}{mc}; \tag{2}$$

$$P = \left(\frac{9\pi}{8}\right)^{1/3}\frac{\lambda}{r-a}. \tag{3}$$

是经范德瓦耳斯近似修正过的核子的费米动量，a 与核子硬心半径 r_c 有关． 李政道曾用关系

$$a = 0.8r_c, \tag{4}$$

它是黄克逊等[9]导得结果的数值模拟[10]，r 为每核子占据的线度，与核子数密度 ρ 的关系为

$$\rho = \left(\frac{4\pi}{3}r^3\right)^{-1}, \tag{5}$$

m 为核子质量，m_s 为标量介子质量，

$$\chi = 1-\frac{g\hbar\phi}{mc} \tag{6}$$

为标量介子场中核子以 m 为单位的有效质量， g 为核子与标量介子的耦合常数．真空值 $\chi=1$ 应为标量介子场势能密度

$$U = \frac{mc^2}{3\pi^2\alpha\lambda^3}(1-\chi)^2[1+\alpha_1(1-\chi)+\alpha_2(1-\chi)^2] \tag{7}$$

的绝对极小．这是加在参数 α_1 和 α_2 上的一个条件．在完全手征对称的理论中 $\alpha_1=-1$，$\alpha_2=0.25$．实际上它们应接近此值．

要求正常核物质在 $r=1.175\text{fm}$ 的经验密度处达到 ε 的极小值 $939-15.986=923.014\text{MeV}$[11]，且压缩模数取经验值 $K=240\text{MeV}$，我们得到一组近似手征对称参数

$$\alpha_1=-1.06,\quad \alpha_2=0.285, \tag{8}$$
$$\alpha=9.76,\quad a=0.6\text{fm}, \tag{9}$$

相应有效核子质量 $\chi=0.71$． 如用(4)计算，则从(9)的第二式将得硬心半径 $r_c=0.75$ fm．下面我们还需要以 λ_S^{-3} 为单位的核子数密度的表达式

$$\rho = \frac{\alpha\beta P^3}{4\pi(1+bP)^3}, \tag{10}$$

其中 $\lambda_S = \dfrac{\hbar}{m_S c}$ 为标量介子的康普顿波长，

$$b = \left(\frac{8}{9\pi}\right)^{1/3}\frac{a}{\lambda}, \tag{11}$$

$$\beta = \frac{4\pi m}{g^2 m_S}. \tag{12}$$

具参数(8)与(9)的核物质在 $r = 1.06\text{fm}$ 的略高密度处有另一平衡态，其中核子有效质量 $\chi = -0.14$ 很小，每核子结合能 $939 - \varepsilon = 69\text{MeV}$ 很大，且压缩模数高达 $K = 7431\text{MeV}$。这就是李政道等最初预言的反常核态[1]。

按局域密度近似，一有限球对称核的质量数和能量分别为

$$A = \alpha\beta J_1, \tag{13}$$

$$E = mc^2\left(\alpha\beta J_2 + \frac{\beta}{2} J_3\right), \tag{14}$$

其中

$$J_1 = \int_0^{\xi_0} \frac{P^3}{(1 + bP)^3}\xi^2 d\xi, \tag{15}$$

$$J_2 = \int_0^{\xi_0} \frac{3}{4(1 + bP)^3}\left\{\left(P^2 + \frac{\chi^2}{2}\right)P\sqrt{P^2 + \chi^2} - \frac{\chi^4}{2}\ln\left[\frac{P}{\chi} + \sqrt{1 + \frac{P^2}{\chi^2}}\right]\right\}\xi^2 d\xi, \tag{16}$$

$$J_3 = \int_0^{\infty}\left\{\left(\frac{d\chi}{d\xi}\right)^2 + (1 - \chi)^2 + \alpha_1(1 - \chi)^3 + \alpha_2(1 - \chi)^4\right\}\xi^2 d\xi. \tag{17}$$

固定 A，变更 $\chi(\xi)$ 和 $P(\xi)$，令 E 取极小，得

$$\frac{d^2\chi}{d\xi^2} + \frac{2}{\xi}\frac{d\chi}{d\xi} - \chi = \frac{3\alpha p\chi}{2(1 + bP)^3}\left[\sqrt{P^2 + \chi^2} - \frac{\chi^2}{P}\ln\left(\frac{P}{\chi} + \sqrt{1 + \frac{P^2}{\chi^2}}\right)\right]$$
$$- [1 + 1.5\alpha_1(1 - \chi)^2 + 2\alpha_2(1 - \chi)^3], \tag{18}$$

$$\left(1 + \frac{bP}{4} - \frac{3b\chi^2}{8P}\right)\sqrt{P^2 + \chi^2} + \frac{3b\chi^4}{8P^2}\ln\left(\frac{P}{\chi} + \sqrt{1 + \frac{P^2}{\chi^2}}\right) - \chi_0 = 0. \tag{19}$$

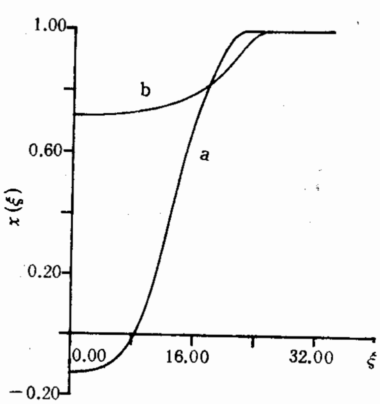

图 1 典型(a)反常核和(b)正常核中核子的有效质量

χ_0 为一拉氏乘子。对一给定核“半径”ξ_0，这组方程有一正规解 $\chi(\xi)$（图 1 中的曲线 b）对应一本征值 χ_0，其中 $\chi(0)$ 接近正常核物质的 χ 值。这就是有限正常核。在解得 $\chi(\xi)$ 和 χ_0 后可从(19)中解得 $P(\xi)$，再从(15)—(17)求得积分 J_1、J_2 和 J_3。此时仍不知道 β 的值。但可得每核子结合能

$$B/A = (mc^2A - E)/A$$
$$= mc^2\left[1 - \left(J_2 + \frac{J_3}{2\alpha}\right)\Big/ J_1\right]. \tag{20}$$

对 $\xi_0 = 9$ 到 30 共八种情形数值求解，并用 $J_1^{-1/3}$ 的多项式拟合了得到的数值函数 $\dfrac{B}{A}(J_1)$。正如我们以

前对非相对论模型得到的结果[6]那样，这个函数有好的线性。其常数项正好是作为输入的正常核物质中的每核子结合能 15.986MeV。这可作为我们数值计算的一个检验。斜率是负的，记作 $-\sigma$，$\sigma = 16.03\mathrm{MeV}$。引用[6]与[8]中导得的公式

$$E_S m_S = \left(\frac{8}{3\pi}\right)^{1/3} m\sigma, \tag{21}$$

其中 E_S 为核表面能。代入上面数值计算得到 σ 值和表面能的经验值[11] $E_S = 20.76\mathrm{MeV}$，得

$$m_S = 687\mathrm{MeV}, \frac{g^2}{4\pi} = 6.15,\ \beta = 0.222。 \tag{22}$$

它们都在合理范围内。

(14)式中不含库仑能 E_c。可用微扰法将它算出。对对称核，质子数密度恰为质量数密度 $\rho(\xi)$ 的一半，因而可由(10)得到。我们对上述八种情况计算了 E_c，并将由此得到的总结合能拟合成下式：

$$\begin{aligned} B(\mathrm{MeV}) = A(&15.986 - 20.76A^{-1/3} - 4.410A^{-2/3} + 25.71A^{-1} \\ &- 15.30A^{-4/3}) - 0.736\frac{Z^2}{A^{1/3}}(1 - 0.059A^{-1/3} \\ &- 1.423A^{-2/3} + 2.548A^{-1} - 1.498A^{-4/3})。\end{aligned} \tag{23}$$

方程组(18)和(19)还有另一组正规解(图 1 的曲线 a)，其 $\chi(0)$ 接近反常核物质的 χ 值。这就是有限反常核。不过，看来只当核半径 ξ_0 大于某一临界值时才有这种解。对 $\xi_0 \leqslant 20$ 的情形我们找不到这种解，而对 $\xi_0 \geqslant 21$ 的情形我们找到了这种解。对 $\xi_0 =$ 21 到 33 共五种情况数值求解出反常核的 $\chi(\xi), P(\xi)$ 及有关的积分以及库伦能 E_c。最后将总结合能拟合成下面的公式：

$$\begin{aligned} B(M,V) = A(&68.74 - 372.76A^{-1/3} + 300.27A^{-2/3} \\ &+ 370.43A^{-1}) - 0.813\frac{Z^2}{A^{1/3}}(1 - 0.11A^{-1/3} \\ &+ 2.68A^{-2/3} - 12.81A^{-1})。\end{aligned} \tag{24}$$

当然此式只在 A 不太小时适用。

正常核与反常核结合能随 A 的变化绘于图 2 中。从这些关系中发现存在一临界质量数 $A_1 =$ 85。只当 $A \geqslant A_1$ 时反常核才是束缚的。这是由于反常核的巨大的表面能。从这些关系中还发现另一临界质量 $A_2 = 165$。只当 $A \geqslant A_2$ 时反常核的结合能才大于正常核。在 A 达 700 附近时反常核的每核子结合能可高达 15MeV，这约为正常核的二倍。我们看到这些数字并不特别大。两临界质量数都是可达到的。反常对称核在 $A > 3310$ 时由于库伦排斥而重新变成非束缚的

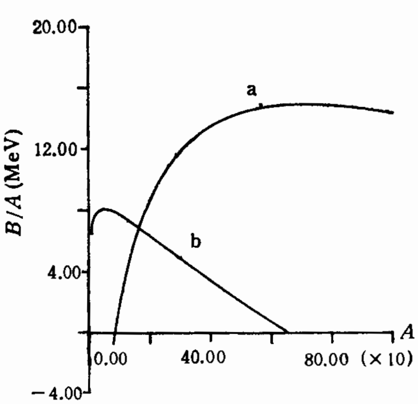

图 2　球形(a)对称反常核和(b)对称正常核中每核子结合能

在相对论性理论中，正负能量是同样地考虑，

因而正负质量也是同样地考虑。 例如由 $\gamma_5=\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4$ 代表的线性变换恰改变一个狄喇克粒子质量的符号。 但这一变换既不改变它的能量-动量张量也不改变电磁作用和其它规范作用的顶点,因而不改变它在引力作用、电磁作用和其它规范作用中的表现。当然,有些顶点是受这一变换影响的。 其中最值得注意的是含 γ_5 的作用。 核子与 π 场的作用即属这种作用。就是说,反常核子在 π 场中受的作用与正常核子相反。如果具负有效质量的反常核子果真存在,这类反常顶点的表现当是极有兴趣的课题。

参 考 文 献

[1] T.D. Lee and G.C. Wick, *Phys. Rev.*, **D9** (1974), 2291.

[2] J.D. Walecka Ann., *Phys.*,**83**(1974), 491.

[3] A.K. Kerman and L.D. Miller, in "Second High Energy Heavy Ion Summer Study" (1974)LBL-3675.

[4] N. K. Glendenning, *Nucl. Phys.*, **A480**(1988), 597.

[5] J. Kunz, D. Masak and U. Post, *Phys. Lett.*, **186B**(1987), 124.

[6] 张启仁,高能物理与核物理, **3**(1979),75.

[7] 张启仁,高能物理与核物理,**4**(1980),576.

[8] Qi-ren Zhang, in Nuclear Equation of State, PtA eds. W. Greiner and H. Stoecker, (Plenum, New York, 1989) p. 625.

[9] A. Bohr and B. R. Mottelson, Nuclear Structure (Benjamin, New York, 1969) p. 256.

[10] K. Huang and C. N. Yang, *Phys. Rev.*, **105** (1957), 767; C. De Dominicis and P. C. Martin, *Phys. Rev.*, **105**(1957), 1417.

[11] W. D. Myers and W. J. Swiatecki, *Ann. Phys.*, **84**(1974), 186.

Finite Abnormal Nuclei

Zhang Qiren Li Xungui

(Department of Technical Physics, Peking University, 100871)

Abstract

We solved the problem for both the normal and abnormal finite nuclei from a simple relativistic model, and found critical mass numbers $A_1=85$ and $A_2=165$. Only nuclei with mass numbers $A\geqslant A_1$ may have bound abnormal states, and only abnormal nuclei with mass number $A\geqslant A_2$ have binding energies larger than those of corresponding normal nuclei. Abnormal nuclei become unbound again if $A>3310$, because of the Coulomb repulsion.