

# 自洽半经典方法与有限温度微观光学势\*

## I. 实部

施建青 李国强 高琴

(杭州大学物理系)

### 摘 要

从扩展 Skyrme 力出发, 利用自洽半经典 (Scsc) 方法确定了热核  $^{40}\text{Ca}$  和  $^{208}\text{Pb}$  的核子密度  $\rho_q(q = n, p)$ ; 由核物质近似及定域密度近似 (LDA) 推导了有限温度微观光学势的计算公式. 利用这些公式及上述密度, 具体计算了不同能量和温度下的核子-核光学势. 这样得到的光学势是完全自洽和微观的, 并且较完整地考虑了温度对光学势的影响. 本文仅讨论光学势的实部.

### 一、引 言

光学模型和光学势在核物理理论和应用方面都占有相当重要的地位. 从基本的核子-核子相互作用出发推导微观光学势颇受人注意, 且已取得了很大进展<sup>[1-5]</sup>.

从多体理论的观点看, 光学势等价于单粒子 Green 函数中的质量算符. 卓益忠等人<sup>[3-5]</sup>发展了一套以核物质近似和扩展 Skyrme 力为基础的计算微观光学势的有效方法. 特别是他们不仅计算了零温度下的光学势<sup>[3]</sup>, 而且得到了有限温度光学势<sup>[4,5]</sup>. 但值得指出的是, 在他们的工作中, 靶核核子密度  $\rho_q(q = n, p)$  简单地取为 Negele 的经验公式<sup>[6]</sup>, 因此就有两个不足之处. 首先, 他们没有很好地处理静态性质(靶核核子密度)和动力学性质(核子-核光学势)之间的自洽性. 从这一角度看, 他们得到的光学势是半微观的. 其次, 对于有限温度情形, 已有的计算表明<sup>[7,8]</sup>, 原子核的核子密度  $\rho_q$  将随  $T$  有所变化. 因而对于有限温度光学势, 仍采用温度无关的 Negele 公式必将引入一定的误差. 为了克服这两个缺点, 我们将采用由自洽半经典方法确定的原子核核子密度来计算有限温度光学势. 由于我们采用同一 Skyrme 力来确定靶核密度和计算光学势, 我们的光学势将是完全自洽和微观的; 同时由于我们应用与温度相关的密度  $\rho_q$ , 光学势的温度效应也得到了更为细致和完整的考虑.

半经典方法在核物理中的应用目前颇受人注意. 半经典的 Vlasov 方程加 Uheling-Ulenbeck 碰撞项的 VUU 方程被广泛用于研究中能重离子碰撞<sup>[9,10]</sup>. Brack 等人的工作表明<sup>[11]</sup>, 自洽半经典方法能用于讨论象形变核裂变位垒这样的复杂物理量. 我们以前的

\* 本项目受国家自然科学基金资助.  
本文1989年3月1日收到.

工作表明<sup>[12,13]</sup>,自洽半经典方法适用于计算巨共振性质和核-核光学势。由于其处理对象是核子密度  $\rho_q$  而不是单粒子波函数  $\{\varphi_q\}$ ,自洽半经典方法可以比较容易地由球形核推广到形变核,由零温度推广到有限温度。

在本文的第二节我们简单地介绍一下有限温度的半经典方法及热核的静态性质,第三节给出光学势的计算公式,并讨论关于实部势的计算结果,最后一节为小结。

## 二、自洽半经典方法简介

为使静态性质和动力学性质自洽起见,我们采用同一扩展 Skyrme 力作为核子-核子相互作用来确定靶核的密度和计算光学势。扩展 Skyrme 力的具体形式如下:

$$\begin{aligned}
 V &= \sum_{i < j} v_{ij}, \\
 v_{ij} &= t_0(1 + x_0\rho_\sigma)\delta(\mathbf{r}) + \frac{1}{6}t_3[\rho(\mathbf{R})]^a\delta(\mathbf{r})(1 + x_3\rho_\sigma) \\
 &\quad + \frac{1}{2}t_1(1 + x_1\rho_\sigma)(\mathbf{k}'^2\delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r})\mathbf{k}^2) \\
 &\quad + \frac{1}{2}t_4(1 + x_4\rho_\sigma)(\mathbf{k}'^2\rho(\mathbf{R})\delta(\mathbf{r}) + \rho(\mathbf{R})\delta(\mathbf{r})\mathbf{k}^2) \\
 &\quad + t_2(1 + x_2\rho_\sigma)\mathbf{k}' \cdot \delta(\mathbf{r})\mathbf{k} + t_5(1 + x_5\rho_\sigma)\mathbf{k}' \cdot \rho(\mathbf{R})\delta(\mathbf{r})\mathbf{k} \\
 &\quad + iW_0(\boldsymbol{\sigma}_i + \boldsymbol{\sigma}_j) \cdot \mathbf{k}' \times \delta(\mathbf{r})\mathbf{k}. \tag{2.1}
 \end{aligned}$$

其中  $\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_i + \mathbf{r}_j)$ ,  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$  分别为质心坐标和相对坐标; 相对动量算符  $\mathbf{k} = \frac{1}{2i}(\nabla_i - \nabla_j)$ , 向右作用;  $\mathbf{k}' = -\frac{1}{2i}(\nabla_i - \nabla_j)$ , 向左作用;  $\rho_\sigma = \frac{1}{2}(1 + \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j)$  为自旋交换算符。

从扩展 Skyrme 力出发,类似于文献[14],可以得到核系统的能量密度  $\mathcal{H}(\mathbf{r})$ :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H}(\mathbf{r}) &= \frac{\hbar^2}{2m}(s_n\tau_n + s_p\tau_p) + (g_4 + g_5\rho^a)(\rho_n^2 + \rho_p^2) \\
 &\quad + (g_6 + g_7\rho^a)\rho_n\rho_p + (g_8 + g_9\rho)(\rho_n\Delta\rho_n + \rho_p\Delta\rho_p) \\
 &\quad + (g_{10} + g_{11}\rho)(\rho_n\Delta\rho_p + \rho_p\Delta\rho_n) + g_{12}\rho((\nabla\rho_n)^2 + (\nabla\rho_p)^2) \\
 &\quad + \frac{1}{2}W_0(\mathbf{J} \cdot \nabla\rho + \mathbf{J}_n \cdot \nabla\rho_n + \mathbf{J}_p \cdot \nabla\rho_p) \tag{2.2}
 \end{aligned}$$

利用 Bloch 密度矩阵及 Wigner-korkwood 变换,可以将动能密度  $\tau_q$ , 自旋-轨道密度  $\mathbf{J}_q$  及熵密度  $\mathcal{S}_q$  表示为核子密度  $\rho_q$  的泛函,从而得到自由能密度泛函:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}[\rho_n, \rho_p] &= \mathcal{H}[\rho_n, \rho_p] - T\mathcal{S}[\rho_n, \rho_p] \\
 &= T(\gamma_n\rho_n + \gamma_p\rho_p) - \frac{1}{3\pi^2}\left(\frac{2mT}{\hbar^2}\right)^{3/2}(I_{3/2}(\gamma_n)/s_n^{3/2} + I_{3/2}(\gamma_p)/s_p^{3/2}) \\
 &\quad + \frac{\hbar^2}{48m}\left[4a_n s_n \frac{(\nabla\rho_n)^2}{\rho_n} + (9a_n + 7)\rho_n \frac{(\nabla s_n)^2}{s_n} + 4(3a_n + 5)\nabla\rho_n \cdot \nabla s_n\right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 4a_p s_p \frac{(\nabla \rho_p)^2}{\rho_p} + (9a_p + 7)\rho_p \frac{(\nabla s_p)^2}{s_p} + 4(3a_p + 5)\nabla \rho_p \cdot \nabla s_p \Big] \\
& + (g_4 + g_5 \rho^a)(\rho_n^2 + \rho_p^2) + (g_6 + g_7 \rho^a)\rho_n \rho_p \\
& + (g_8 + g_9 \rho)(\rho_n \Delta \rho_n + \rho_p \Delta \rho_p) + (g_{10} + g_{11} \rho)(\rho_n \Delta \mu_p + \rho_p \Delta \rho_n) \\
& + g_{12} \rho ((\nabla \mu_n)^2 + (\nabla \rho_p)^2) - \frac{1}{8} \frac{2m}{\hbar^2} [(\nabla \rho + \nabla \rho_n)^2 \rho_n / s_n + (\nabla \mu + \nabla \mu_p)^2 \rho_p / s_p]
\end{aligned} \tag{2.3}$$

其中核子有效质量  $s_q$  为:

$$s_q = \frac{2m}{\hbar^2} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \tau_q} = 1 + \frac{2m}{\hbar^2} [(g_0 + g_1 \rho)\rho_q + (g_2 + g_3 \rho_{-q})] \tag{2.4}$$

$g_0 - g_{12}$  是扩展 Skyrme 力参数  $x_0 - x_5, t_0 - t_5$  的再组合. 而  $a_q, b_q$  是由费米-Dirac 积分  $I_\nu(y_q)$  组成的实数.  $I_\nu(y_q)$  定义为:

$$\begin{aligned}
I_\nu(y_q) &= \int_0^\infty \frac{x^\nu}{1 + \exp(x - y_q)} dx, \quad \nu < -1 \\
I_{\nu-1}(y_q) &= \frac{1}{\nu} \frac{d}{dy} I_\nu(y_q), \quad \nu < -1
\end{aligned} \tag{2.5}$$

考虑到核子数给定这一条件, 我们有下列拉格朗日泛函积分:

$$\mathcal{L}[\rho_n, \rho_p] = \int \{ \mathcal{H}[\rho_n, \mu_p] - \lambda_n \rho_n - \lambda_p \rho_p \} dr \tag{2.6}$$

从此泛函的定态条件

$$\delta \mathcal{L}[\rho_n, \rho_p] = 0 \tag{2.7}$$

可以得到热核的核子密度  $\rho_n$  和  $\rho_p$ . 图 1 给出了  $^{40}\text{Ca}$  的核子总密度 ( $\rho_n + \rho_p$ , 图 1a) 及  $^{208}\text{Pb}$  的核子总密度(图 1b), 并同 Negele 公式作了比较. 很显然, 随着温度的升高, 核子密度分布是有一定的改变的. 其中心密度将下降, 而且分布向外扩展. 因而用温度无关的 Negele 公式来计算有限温度的光学势将引入一定的误差.

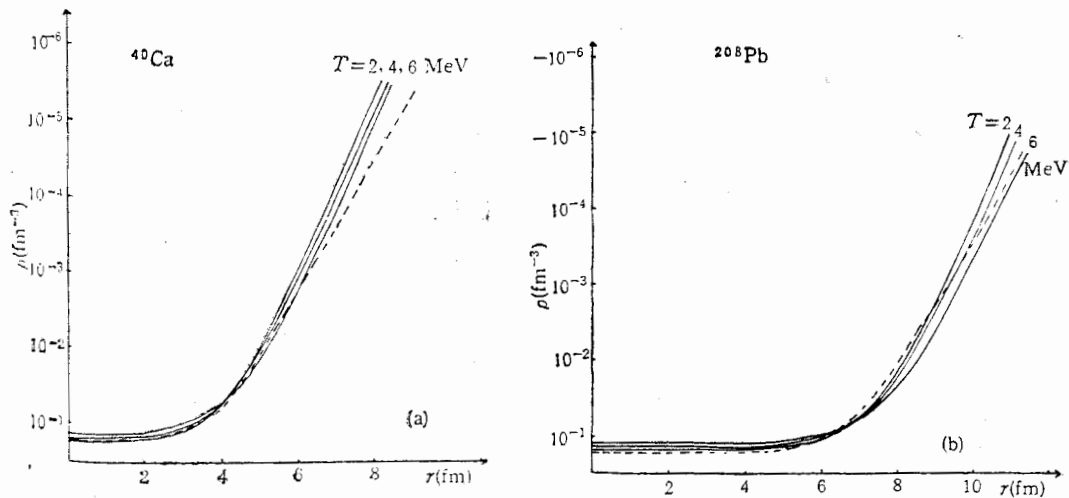


图 1

(a)——Scsc 密度----Negele 密度 (b)——Scsc 密度----Negele 密度

### 三、光学势的计算公式与计算结果

我们已经指出,光学势等价于单粒子 Green 函数中的质量算符. 由于 Skyrme 可看作等效的  $G$  矩阵, 因而我们只要计算一阶和二阶质量算符  $M^{(1)}$  和  $M^{(2)}$ , 它们对应的 Feynman 图见文献[3-5]其具体计算公式为

$$M_{\alpha\alpha}^{(1)} = \sum_{\rho} V_{\alpha\rho, \alpha\rho} n_{\rho} \quad (3.1)$$

$$M_{\alpha\alpha}^{(2)} = \frac{1}{2} \sum_{\mu\lambda\nu} V_{\alpha\mu, \lambda\nu} \left( \frac{n_{\mu}(1-n_{\lambda})(1-n_{\nu})}{E + \varepsilon_{\mu} - \varepsilon_{\lambda} - \varepsilon_{\nu} + i\eta} \right) + \frac{(1-n_{\mu})n_{\nu}n_{\lambda}}{\varepsilon_{\nu} + \varepsilon_{\lambda} - \varepsilon_{\mu} - E + i\eta} V_{\lambda\nu, \alpha\mu} \quad (3.2)$$

有限温度下,费米分布函数为:

$$n_q(\rho) = \frac{1}{1 + \exp((\varepsilon_{\rho} - \mu_q)/T)}, \quad (3.3)$$

相互作用矩阵元为:

$$V_{\alpha\mu, \lambda\nu} = \langle \alpha\mu | V | \lambda\nu \rangle_A$$

在核物质中,单粒子波函数为平面波:

$$\varphi_{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{i\mathbf{k}_{\alpha} \cdot \mathbf{r}} \chi_{\sigma_{\alpha}} \chi_{q_{\alpha}}, \quad (3.4)$$

$\chi_{\sigma_{\alpha}}$ ,  $\chi_{q_{\alpha}}$  分别为自旋及同位旋波函数. 将扩展 Skyrme 力及此波函数代入矩阵元的计算公式,并认为光学势的实部等价于质量算符的一阶项,光学势的虚部等价于质量算符二阶项的虚部,则有下列结果:

$$V_q = \frac{1}{S_q} \left\{ t_0 \left[ \left(1 + \frac{x_0}{2}\right) \rho - \left(x_0 + \frac{1}{2}\right) \rho_q \right] + \frac{t_3}{6} \rho^{\alpha} \left[ \left(1 + \frac{x_3}{2}\right) \rho - \left(x_3 + \frac{1}{2}\right) \rho_q \right] + (s_q - 1) \left( \frac{M}{M + M_q} E_L - V_C \right) + \frac{1}{8\pi^2} [t_1(1-x_1) + t_4\rho(1-x_4) + 3t_2(1+x_2) + 3t_5\rho(1+x_5)] \int_0^{\infty} k_{\lambda}^4 n_q(k_{\lambda}) dk_{\lambda} + \frac{1}{4\pi^2} \left[ t_1 \left(1 + \frac{x_1}{2}\right) + t_4\rho \left(1 + \frac{x_4}{2}\right) + t_2 \left(1 + \frac{x_2}{2}\right) + t_5\rho \left(1 + \frac{x_5}{2}\right) \right] \int_0^{\infty} k_{\lambda}^4 n_{-q}(k_{\lambda}) dk_{\lambda} \right\}, \quad (3.5)$$

$$W_q = -\frac{1}{(2\pi)^5} \sum_{i=1}^7 W_i, \quad (3.6)$$

其中  $W_1 - W_7$  的具体形式已在文献[5]中给出,它们包含了下列形式的积分:

$$I_i(q, q') = \pi^2 \frac{m_q^* \cdot m_{q'}^*}{m_q^* + m_{q'}^*} \int_0^{\infty} k_{\lambda}^2 dk_{\lambda} \int_{-1}^1 d\mu_{\lambda} \int_{-1}^1 d\mu' f_i(P, p) \cdot [n_q(k_{q'}) (1 - n_q(\tilde{k}_{\rho})) (1 - n_{q'}(\tilde{k}_{\delta})) + n_q(\tilde{k}_{\rho}) n_{q'}(\tilde{k}_{\delta}) (1 - n_{q'}(k_{q'}))] \quad (3.7)$$

$\tilde{\kappa}_p$ ,  $\tilde{\kappa}_n$  的具体形式及被积函数  $f_i$  的具体形式见文献 [5]. (3.6) 和 (3.7) 中我们用  $q$  和  $q'$  来区分中子和质子,  $q = n, p$  代表中子或质子入射, 核子有效质量的具体形式见 (2.4) 式,  $m_q$  和  $M$  分别为入射核子及靶核的质量,  $E_L$  是入射核子在实验室的入射能量,  $V_C$  是库仑相互作用.

推导以上结果时我们作了核物质近似, 即对核子波函数取为 (3.4) 式所示的平面波, 所以 (3.5) — (3.7) 实际上是核物质中的结果. 对于有限核, 我们必须采用定域密度近似 (LDA), 即取 (3.5) — (3.7) 中的核子密度  $\rho_q$  为相应的有限核的核子密度 (和  $r$  有关). 在以前的工作中<sup>[2, 5]</sup>, 将有限核核子密度取为 Negele 公式, 从而缺乏自洽性, 且没有完整地计入温度效应 (Negele 公式是温度无关的). 现在我们采用上一节用自洽半经典方法确定的核子密度来计算光学势, 显然可以克服这两个缺点. 由于篇幅所限, 本文中我们只讨论光学势的实部的计算结果, 虚部的结果将另文给出.

从 (3.5) 式可以看到, 在计算  $V_q$  时, 我们必须先得到中子和质子的化学势  $\mu_n$  和  $\mu_p$  (出现在费米分布  $\eta_q$  中, 见 (3.3) 式), 它们可以通过解下列方程得到:

$$\rho_q = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty k_\lambda^2 dk_\lambda \frac{1}{1 + \exp((\epsilon_\rho - \mu_q)/T)} \quad (3.8)$$

给定  $r$  和  $T$ , 用迭代法可以得到  $\mu_q$ . 图 2 给出了  $^{208}\text{Pb}$  的中子和质子化学势随  $r$  和  $T$  的变化, 图 2(a) 为中子化学势, 图 2(b) 为质子化学势.  $\mu$  随  $T$  和  $r$  的变化趋势同以前结果相似, 但  $T$  较高时, 两者还是有一定的差异的, 主要原因在于我们所用的核子密度本身也是温度相关的.

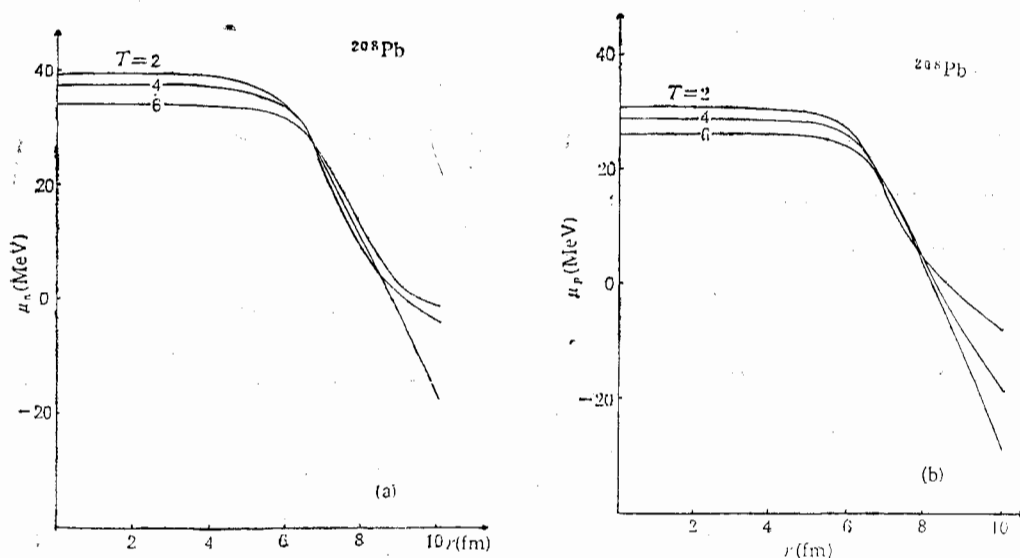
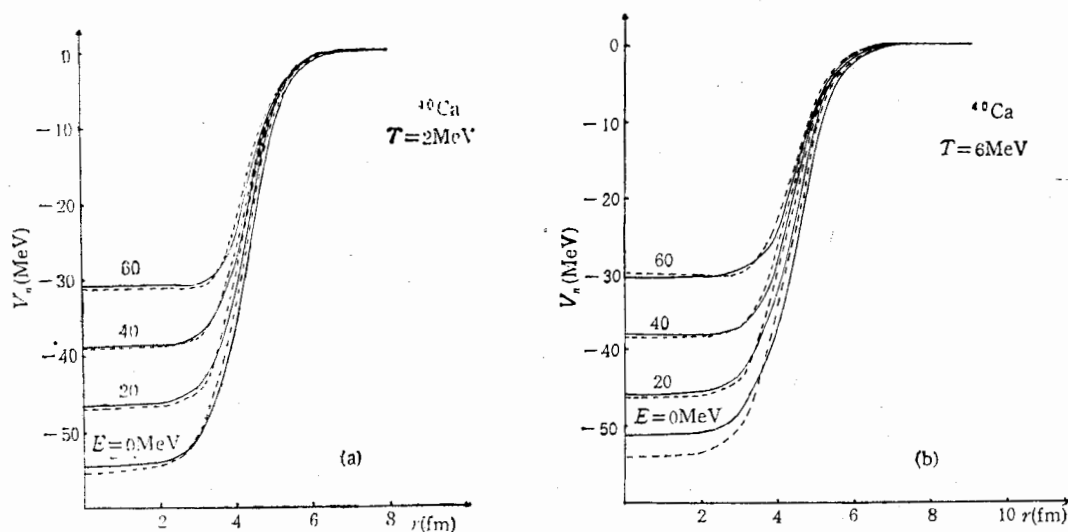
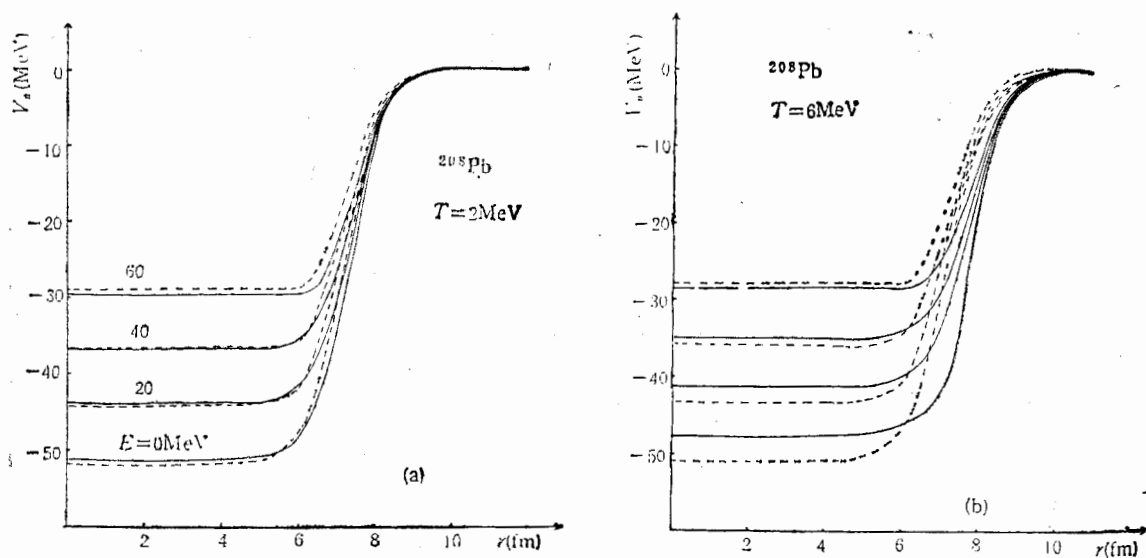


图 2(a)  $^{208}\text{Pb}$  的中子化学势随温度  $T$  的变化 图 2(b)  $^{208}\text{Pb}$  的质子化学势随温度  $T$  的变化

将热核的核子密度及化学势代入 (3.5) 就可以计算核子-核光学势的实部. 我们计算了  $n + ^{40}\text{Ca}$  和  $n + ^{208}\text{Pb}$  在四个不同的入射能量和二种核温度下的光学势的实部, 所有结果在图 3 ( $^{40}\text{Ca}$ ) 和图 4 ( $^{208}\text{Pb}$ ) 中给出. 图 (a), (b) 分别对应于  $T = 2, 6\text{MeV}$ , 图中曲线自上而下对应于入射能量  $E = 60, 40, 20, 0\text{MeV}$ . 在图中我们同时给出了用

图3 不同入射能量和温度下  $n + {}^{40}\text{Ca}$  的光学势实部

——Scsc 密度     ----Negele 密度

图4 不同入射能量和温度下  $n + {}^{208}\text{Pb}$  的光学势实部

——Scsc 密度     ----Negele 密度

Negele 密度所得到的光学势实部(图中用虚线表示), 本文中我们只讨论了中子光学势, 对于质子光学势, 除了由库仑相互作用引起的微小差异外, 结果基本上是相同的。

从图4和图5我们可以得到下列结论: (1) 从自洽半经典(Scsc)密度和 Negele 密度得到的光学势实部, 在温度比较低时差别不大; 温度比较高时, 还是有比较明显的差异, 例如  $T = 6\text{MeV}$  时入射能量为  $0\text{MeV}$  时, 这种差异可达到 10% 左右。这表明用温度有关的 Scsc 密度取代温度无关的 Negele 密度是有必要的。(2) 随温度的升高, 光

学势实部的深度略有减小。(3)光学势和入射粒子能量  $E$  基本上成线性关系(见(3.5)式)。如果计入二阶质量算符的贡献(通过色散关系),这种线性关系将被破坏。

#### 四、小 结

本文中我们将有限温度自洽半经典方法确定热核核子分布与质量算符方法计算核子-核光学势相结合,具体计算和分析了有限温度光学势的实部。目前的方法具有下列两个特点:(1)由于用同一扩展 Skyrme 力 SKa 确定热核的核子密度分布和计算光学势,我们的工作是完全自洽的;而在文献[4,5]中,采用了经验的 Negele 密度,自洽性没有得到充分的重视。(2) Scsc 密度本身是温度有关的,因而目前的工作更完整地考虑了温度对光学势的影响。从结果看,当温度较高时,用 Scsc 密度取代 Negele 密度是必要的。

#### 参 考 文 献

- [1] C. Mahaux, R. Sartor, *Nucl. Phys.*, **A451**(1986), 441.
- [2] C. Mahaux, R. Sartor, *Nucl. Phys.*, **A458** (1986), 25.
- [3] Shen Qiang-biao et al., *Z. Phys.*, **A303**(1981), 69.
- [4] Ge Ling-xian, Zhou Yi-zhong, W. Norenberg, *Nucl. Phys.*, **A459**(1986), 77.
- [5] 韩银录、吴锡真、卓益忠, *高能物理与核物理*, **12**(1988), 257.
- [6] J. W. Negele, *Phys. Rev.*, **C1**(1970), 1260.
- [7] P. Bonche, D. Vautherin, *Nucl. Phys.*, **A427**(1984), 278.
- [8] Li Guo-qiang, Xu Gong-ou, *Commun. Theor. Phys.*, **11**(1989), 181.
- [9] C. Grequire et al., *Nucl. Phys.*, **A466**(1987), 321.
- [10] L. Vinet et al., *Nucl. Phys.*, **A465**(1987), 317.
- [11] M. Brack et al., *Phys. Rep.*, **123**(1985), 276.
- [12] Li Guo-qiang, Xu Gong-ou, *J. Phys.*, **G14**(1988), 1387.
- [13] Li Guo-qiang, Xu Gong-ou, *Chin. Phys. Lett.*, **5**(1988), 549.
- [14] D. Vautherin, D. M. Brink, *Phys. Rev.*, **C5**(1972), 625.

## SELF-CONSISTENT SEMICLASSICAL APPROACH AND FINITE TEMPERATURE NUCLEON-NUCLEUS OPTICAL POTENTIALS I. REAL PART

SHI JIANQING, LI GUOQIANG, GAO QIN

(Department of Physics, Hangzhou University)

#### ABSTRACT

The nucleon densities  $\rho_q$  of  $^{40}\text{Ca}$  and  $^{208}\text{Pb}$  determined by finite temperature self-consistent semiclassical calculation are utilized together with nuclear matter approach and local density approximation to evaluate the nucleon-nucleus optical potentials at finite temperature. The self-consistency and the temperature effect have been better taken care of by the present approach.