

IBM 和 IBFM 在稀土区的应用

习金 华

(中国科学院武汉物理研究所)

孙 洪 洲

(清华大学现代应用物理系, 北京)

摘 要

本文采用相互作用玻色子模型 (IBM) 和相互作用玻色子-费米子模型 (IBFM) 对稀土区的核进行了讨论. 针对该区域核的特点, 选用了 $Q \cdot Q$ 形式的 Hamiltonian. 计算了 $^{182-186}\text{W}$, $^{186-187}\text{Os}$ 的能谱及 ^{186}W , ^{186}Os 的 $E2$ 约化跃迁几率, 理论结果与实验符合较好.

一、引 言

稀土区一直是人们所关心的研究区域. 该区域的核变形较大, 转动特征非常明显, 具有较强的 $SU(3)$ 对称性. 过去人们在讨论 IBM 的 $SU(3)$ 对称性时, 引用的实验例证大都是该区域的核. 但是, 在 $SU(3)$ 极限下, 偶-偶核的 2_1^+ 和 2_2^+ 的能级是简并的, 这一点与实验不符, 这是该极限的不足之处. 要解决这一问题, 就必须在 Hamiltonian 中引入 $SU(3)$ 破缺的成份. 1982年, R.F. Casten 和 D. D. Warner 在讨论 $O(6)$ - $SU(3)$ 过渡区的偶-偶核时, 采用了如下形式的 $Q \cdot Q$ Hamiltonian^[1-4]

$$H = KQ \cdot Q + K'L \cdot L, \quad (1)$$

其中, Q_q 为玻色子四极矩算符

$$Q_q = (d^+s + s^+\bar{d})_q^2 + \frac{x}{\sqrt{5}}(d^+\bar{d})_q^2, \quad (2)$$

L_q 为角动量算符

$$L_q = \sqrt{10}(d^+\bar{d})_q^1. \quad (3)$$

这种 Hamiltonian 的特点是, 在四极矩算符中加进了形状参数 x , 当 $x = 0$ 时, Hamiltonian (1) 式变为

$$H = KC_{20(6)} - KC_{20(5)} + K'C_{20(3)} \quad (4)$$

这是 $O(6)$ 极限的 Hamiltonian. 当 $x = -\sqrt{35}/2$ 时, 得到 $SU(3)$ 极限的 Hamiltonian

$$H = \frac{1}{2} KC_2SU(3) + \left(K' - \frac{3}{8} K \right) C_{2O(3)}. \quad (5)$$

于是,改变 x 的值,可使 Hamiltonian 从一种极限变到另一种极限.

在 $SU(3)$ 极限下 ($x = -\sqrt{35}/2$), 2_{β}^+ 和 2_{γ}^+ 是简并的,在 $O(6)$ 极限下 ($x = 0$), 2_{β}^+ 的能级高于 2_{γ}^+ 的能级. 而张玫、孙洪洲等的研究表明^[9],当 $x < -\sqrt{35}/2$ 时,有 $E_{2_{\beta}^+}$ 低于 $E_{2_{\gamma}^+}$, 于是, x 的变化完全控制了 2_{β}^+ 和 2_{γ}^+ 的能谱相对位置.

在非极限情况下 ($x \neq 0$ 和 $x \neq -\sqrt{35}/2$), Hamiltonian (1) 式包含了 $U(5)$ 极限, $SU(3)$ 极限和 $O(6)$ 极限的成份,是三种极限的混合.

对稀土区的奇 A 核,单核子可能占据的活跃轨道是 $3P_{1/2}$ 、 $3P_{3/2}$ 和 $2f_{5/2}$, 费米子的最大对称群为 $U^F(12)$. 该区域的核具有较好的 $U(6/12)$ 超对称性. 如 ^{195}Pt 具有 $U(6/12)$ 的 $O^{BF}_L(6)$ 极限特征^[6-9] ^{185}W 具有 $SU(3)$ 极限特征^[10,11]. 但是,实验情况与极限情况终究有一定的偏离,为了能更好地符合实验,我们采用非极限下的 Hamiltonian 来讨论该区域内的奇 A 核.

对约化 $U^F(12) \supset U^F_L(6) \otimes U^F_S(2)$, 费米子的伪轨道角动量为 $l = 0, 2$. 因而 $U^F_L(6)$ 和 $U^B(6)$ 具有相同的结构, $U^F_L(6)$ 的约化方式与 $U^B(6)$ 的约化方式相同,各子群的生成元和 Casimir 算子也具有相同的形式,于是,我们可以同样地定义玻色子-费米子体系的 $Q \cdot Q$ Hamiltonian.

首先,我们给出 $U^B(6)$ 和 $U^F_L(6)$ 的生成元

$U^B(6)$ 的生成元为

$$\begin{aligned} B(0, 0)_0^0 &= (s^+s)_0^0, \\ B(0, 2)_0^2 &= (s^+\tilde{d})_0^2, \\ B(2, 0)_0^2 &= (d^+s)_0^2, \\ B(2, 2)_0^4 &= (d^+\tilde{d})_0^4, \quad k = 0, 1, 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (6)$$

$U^F_L(6)$ 的生成元为

$$F_L(l, l')_0^k = \sqrt{2} [a^+(l \ 1/2)\tilde{a}(l' \ 1/2)]_0^{k,0}, \quad (7)$$

即

$$\begin{aligned} F_L(0, 0)_0^0 &= \sqrt{2} A(1/2, 1/2)_0^0, \\ F_L(0, 2)_0^2 &= \sqrt{\frac{4}{5}} A(1/2, 3/2)_0^2 + \sqrt{\frac{6}{5}} A(1/2, 5/2)_0^2, \\ F_L(2, 0)_0^2 &= -\sqrt{\frac{4}{5}} A(3/2, 1/2)_0^2 + \sqrt{\frac{6}{5}} A(5/2, 1/2)_0^2, \\ F_L(2, 2)_0^4 &= \frac{1}{5} \sqrt{(5+k)(4-k)} A(3/2, 3/2)_0^4 \\ &\quad - \frac{1}{5} \sqrt{k(k+1)} \{A(3/2, 5/2)_0^4 - A(5/2, 3/2)_0^4\} \\ &\quad + \frac{1}{5} \sqrt{(6+k)(5-k)} A(5/2, 5/2)_0^4, \\ k &= 0, 1, 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$A(j, j')_q^{\dagger} = (a_j^{\dagger} \tilde{a}_{j'})_q^{\dagger}, \quad (9)$$

$$\tilde{a}_{jm} = (-)^{j+m} a_{j-m}, \quad (10)$$

于是 $U^{BFL}(6)$ 的生成元为

$$G(l, l')_q^{\dagger} = B(l, l')_q^{\dagger} + F_L(l, l')_q^{\dagger}, \quad (11)$$

其中 $l, l' = 0, 2$.

利用上面给出的生成元,我们得到玻色子-费米子体系的 Hamiltonian

$$H = KQ \cdot Q + K'J \cdot J, \quad (12)$$

其中

$$Q_q = G(2, 0)_q^{\dagger} + G(0, 2)_q^{\dagger} + \frac{x}{\sqrt{5}} G(2, 2)_q^{\dagger}, \quad (13)$$

$$J_q = L_q^B + J_q^F, \quad (14)$$

$$J_q^F = \sum_j \sqrt{\frac{1}{3} j(j+1)(2j+1)} A(j, j)_q^{\dagger}. \quad (15)$$

对约化 $U(6/12) \supset \dots \supset U^{BFL}(6)$, 奇 A 核的能谱将被 $U^{BFL}(6)$ 的不可约表示 $[N+1, 0]$ 和 $[N, 1]$ 分为两个不同的带, 其中 N 为体系的玻色子数. 这一特性应在 Hamiltonian 中反映出来. 为此, 我们把 $Q \cdot Q$ Hamiltonian (12) 式改为更合理的形式

$$H = A_0 C_{2U(6)}^{BFL} + KQ \cdot Q + K'J \cdot J. \quad (16)$$

同玻色子的情况类似, (13) 式中参数 x 的变化使 Hamiltonian 从一种极限变到另一种极限.

当 $x = -\sqrt{35}/2$ 时, 得到 $SU_{(3)}^{BFL}$ 极限的 Hamiltonian

$$H = A_0 C_{2U(6)}^{BFL} + \frac{1}{2} K C_{2SU(3)}^{BFL} - \frac{3}{8} K C_{2O(3)}^{BFL} + K' C_{2O(3)}^{BF}. \quad (17)$$

当 $x = 0$ 时, 得到 $O_{(6)}^{BFL}$ 极限的 Hamiltonian

$$H = A_0 C_{2U(6)}^{BFL} + K C_{2O(6)}^{BFL} - K C_{2O(5)}^{BFL} + K' C_{2O(3)}^{BF}. \quad (18)$$

(18) 式只是 $O^{BFL}(6)$ 极限的一种特殊情况, 它不含 $O^{BFL}(3)$ 的 Casimir 算子, 且 $C_{2O(6)}^{BFL}$ 和 $C_{2O(3)}^{BFL}$ 取相同的参数 K , 在 IBM 中也有同样的问题(见(4)式). 因而, 用(4)式和(18)式来处理 $O(6)$ 极限附近的核, 不一定全面. 但由于 x 的变化对能谱影响很大, 且在 $x = -\sqrt{35}/2$ 时, (5)式和(16)式给出了 $SU(3)$ 极限的 Hamiltonian 的一般形式, 因此, 该 Hamiltonian 用于处理大变形核可能是合适的.

二、计算结果与讨论

我们用 $Q \cdot Q$ Hamiltonian 对 $^{182-186}\text{W}$ 和 $^{186-187}\text{Os}$ 的能谱作了计算, 各核的玻色子数分别为:

$$\begin{array}{cccccccc} ^{182}\text{W} & ^{183}\text{W} & ^{184}\text{W} & ^{185}\text{W} & ^{186}\text{W} & ^{186}\text{Os} & ^{187}\text{Os} \\ 13 & 12 & 12 & 11 & 11 & 11 & 10 \end{array}$$

图 1—7 给出了能谱计算值与实验值的比较,能谱实验数据取自文献[12].

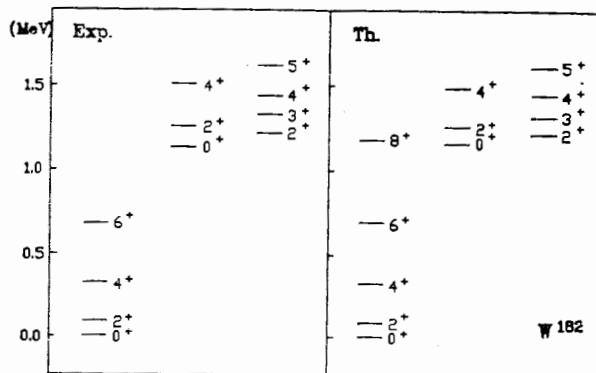


图 1 ^{182}W 理论能谱与实验能谱的比较.

能谱参数取为 $K = -0.016\text{MeV}$, $K' = 0.011\text{MeV}$, $x = -2.75$

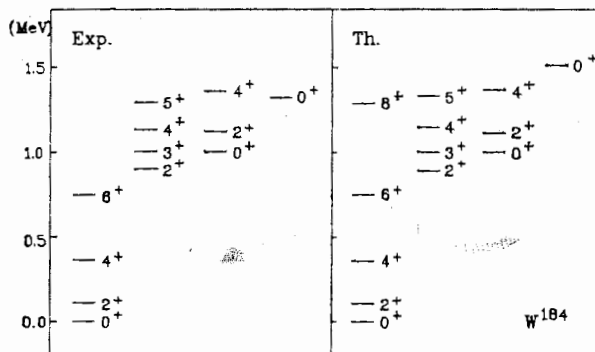


图 2 ^{184}W 理论能谱与实验能谱的比较.

能谱参数取为 $K = -0.0173\text{MeV}$, $K' = 0.0116\text{MeV}$, $x = -1.8$

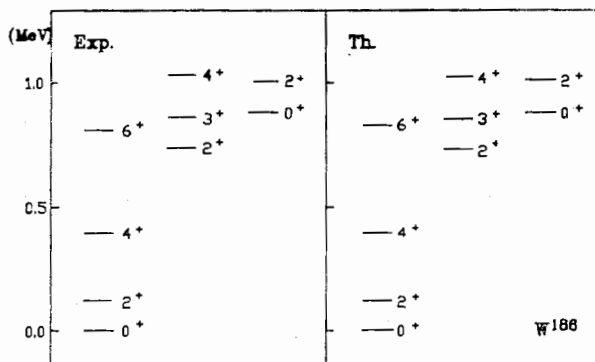
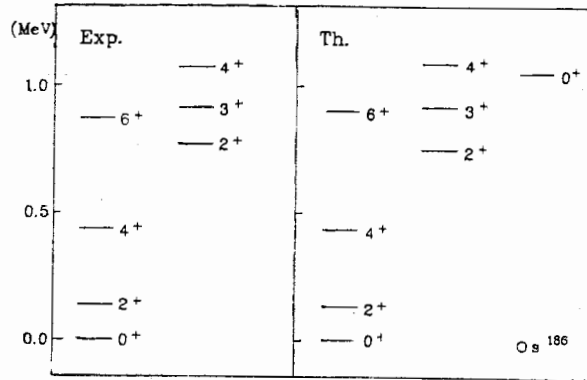
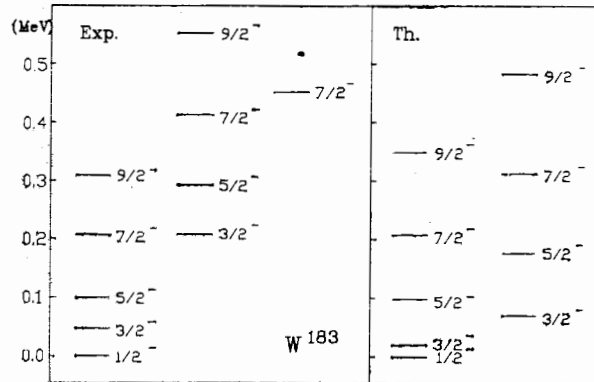
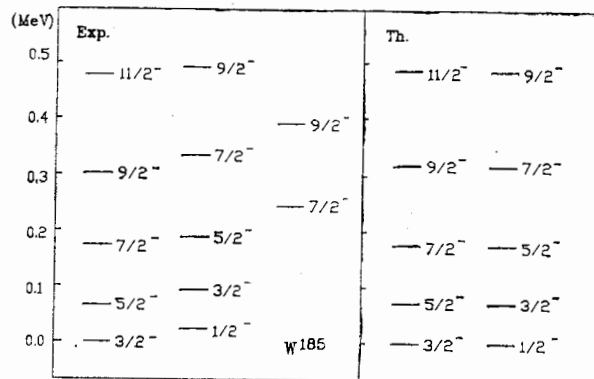
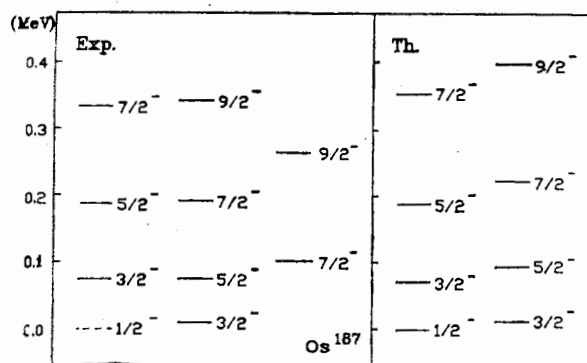


图 3 ^{186}W 理论能谱与实验能谱的比较.

能谱参数取为 $K = -0.0175\text{MeV}$, $K' = 0.013\text{MeV}$, $x = -1.45$

图4 ^{186}Os 理论能谱与实验能谱的比较。能谱参数取为 $K = -0.027\text{MeV}$, $K' = 0.011\text{MeV}$, $x = -0.85$ 图5 ^{183}W 理论能谱与实验能谱的比较。能谱参数取为 $K = -0.0397\text{MeV}$, $K' = 0.0042\text{MeV}$, $x = -1.6$ 图6 ^{185}W 理论能谱与实验能谱的比较。能谱参数取为 $K = -0.0482\text{MeV}$, $K' = 0$, $x = -2.5$

对偶-偶核，理论与实验符合得不错，正如前面所讨论的， x 的变化明显地影响着 β 带和 γ 带的位置。所讨论的几个核的共同特点是， 2^+_{β} 的能级高于 2^+_{γ} 的能级，故都有

图 7 ^{187}Os 理论能谱与实验能谱的比较。

能谱参数取为 $K = -0.05\text{MeV}$, $K' = 0.0051\text{MeV}$, $x = -0.96$.

$x > -\sqrt{35}/2$. 对 ^{182}W , 2_2^+ 和 2_1^+ 比较接近, 具有较强的 $SU(3)$ 对称性, 而 ^{184}W , ^{185}W 和 ^{186}Os 几个核, γ 带依次下移, x 的取值也就依次增大. ^{186}Os 的实验能谱形状与 $O(6)$ 极限相似, 但有点事实与 $O(6)$ 极限明显不符, 在 $O(6)$ 极限下, 2_2^+ 在 4_1^+ 的下面, 0_2^+ 在 3_1^+ 的下面, 而实验谱却相反. 在我们的计算中, 通过适当选取 x 值, 使理论结果与实验基本符合, 而我们所采用的 Hamiltonian 的可调参数的个数与 $O(6)$ 极限下 Hamiltonian 的可调参数个数是相同的.

对奇 A 核 ^{183}W , ^{185}W 和 ^{187}Os , 根据它们的实验能谱特征, 必须以 $U^{BF}_L(6)$ 的不可约表示 $[N, 1]$ 所对应的能带作基带, A_0 的取值能把 $[N+1, 0]$ 和 $[N, 1]$ 两个带分开即可. 在图 5—7 中, 我们给出了 ^{183}W , ^{185}W 和 ^{187}Os 的能谱理论值与实验值的比较, 理论和实验基本符合, 但也有一些偏差, 如实验谱中能带 $7/2^-$, $9/2^-$ 的位置比较低, 而理论上却偏高, 这可能是多体力的影响所致. 另外, Hamiltonian 的形式过简单也可能是一个原因.

尽管理论和实验有一些偏离, 但总的说来, $Q \cdot Q$ Hamiltonian 用于描述稀土区大变形核的低激发态能谱是合适的.

在完成能谱计算的基础上, 我们利用所求得的能谱波函数对 $E2$ 约化跃迁几率作了计算. 由于实验数据太少, 我们只计算了 ^{186}W 和 ^{186}Os 的 $E2$ 约化跃迁几率. 偶-偶核的 $E2$ 跃迁算符取为

$$T_q^{E2} = e \left\{ (s + \tilde{d} + d^+s)_q^2 + \frac{x'}{\sqrt{5}} (d^+\tilde{d})_q^2 \right\}$$

$E2$ 约化跃迁几率为

$$B(E2, \alpha'L' \rightarrow \alpha L) = \frac{1}{2L'+1} \langle \alpha L \| T^{E2} \| \alpha'L' \rangle^2$$

Casten 和 Warner 在讨论 $SU(3)$ 到 $O(6)$ 过渡区的原子核的能谱和 $E2$ 跃迁几率时, 采用了 Consistent- Q 方法, 即 $E2$ 跃迁算符中的参数 x' 与 Hamiltonian 中的能谱拟合参数 x 取相同的数值 ($x' = x$), 这样作的目的, 是希望用较少的参数对原子核性质作综合评价. 但事实上, Hamiltonian 描述的是核力相互作用, 而 T^{E2} 描述的是电磁相互

表1 ^{186}W 的 $E2$ 约化跃迁几率(相对值)

$J_i \rightarrow J_f$	$B(E2)$ 实验值	$B(E2)$ 理论值	
		Consistent-Q	$x' = -0.4$
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	100*	100	100
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	130	141	141
$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$	187	150	151
$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	4.3	1.9	5.3
$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	9.86	3.6	9.6

表2 ^{186}Os 的 $E2$ 约化跃迁几率(相对值)

$J_i \rightarrow J_f$	$B(E2)$ 实验值	$B(E2)$ 理论值	
		Consistent-Q	$x = -0.15$
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	100*	100	100
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	152	142	142
$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$	184	153	153
$4_2^+ \rightarrow 2_2^+$	88.7	53.9	58.4
$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	7.9	4.3	7.8
$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	17	10.7	17
$4_2^+ \rightarrow 2_1^+$	2.3	0.95	2.2
$4_2^+ \rightarrow 4_1^+$	28.4	11.7	18.7

* $B(E2)$ 理论值与实验值的比较以 $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ 为标准。

作用,因此,没有理由认为 x 必须等于 x' 。

我们用最佳 x' 值拟合了 W^{186} 和 Os^{186} 的 $E2$ 跃迁几率,并与 Consistent-Q 方法的计算结果作了比较,两者的主要差别在于带间的跃迁几率不同。

表1和表2给出了跃迁几率的计算结果,并和实验值作了比较。

实验数据取自文献[12]。

参 考 文 献

- [1] D. D. Warner and R. F. Casten, *Phys. Rev. Lett.*, **48**(1982), 1385.
- [2] D. D. Warner and R. F. Casten, *Phys. Rev.*, **C24**(1981), 1713.
- [3] D. D. Warner and R. F. Casten, *Phys. Rev.*, **C28**(1983), 894; 1798.
- [4] D. D. Warner and R. F. Casten, *Phys. Rev.*, **C29**(1984), 356.
- [5] Mei Zhang, M. Vallieres, R. Gilmore, Hong Zhou Sun, Da Hsuan Feng and R. W. Hoff, in *Nuclear Shell Models*, ed. M. Vallieres and B. H. Wildenthal, Drexel University, 1984, p. 234.
- [6] D. D. Warner, R. F. Casten, M. L. Stelts, M. G. Borner and G. Barreau, *Phys. Rev.*, **C26**(1982), 1921.
- [7] Sun Hong Zhou, A. Frank and P. Van Isacker, *Phys. Rev.*, **C27**(1983), 2430.
- [8] Hong Zhou Sun, Da Hsuan Feng, M. Vallieres, R. Gilmore, P. Van Isacker and A. Frank, *Phys. Rev.*, **C31**(1985), 1899.
- [9] Hong Zhou Sun, M. Vallieres, Da Hsuan Feng, R. Gilmore and R. F. Casten, *Phys. Rev.*, **C29**(1984), 352.
- [10] D. D. Warner, *Phys. Rev. Lett.*, **52**(1984), 259.
- [11] D. D. Warner and A. M. Bruce, *Phys. Rev.*, **C30**(1984), 1066.
- [12] *Nuclear Data Sheets*, **14**(1975), 559; **16**(1975), 267; **21**(1977), 50; **33**(1981), 564; **13**(1974), 13; **36**(1982), 575.

THE APPLICATION OF IBM AND IBFM IN RARE EARTH REGION

XI JINHUA

(Wuhan Institute of Physics, Academia, Sinica)

SUN HONGZHOU

(Department of physics, Qinghua University, Beijing)

ABSTRACT

The Interacting Boson Model and the Interacting Boson-Fermion Model are applied to nuclei in the rare earth region in this paper. The $Q \cdot Q$ hamiltonians are introduced to treat the deformed nuclei in this region. The energy spectra and $E2$ transitions of W and O_8 isotopes are calculated and compared with the experimental data.