

# 多粒子空穴态密度中泡利原理效应

张竞上 杨显俊

(中国原子能科学研究院, 北京)

## 摘要

本文提出了一个严格求解多粒子空穴态密度中泡利原理效应的方法，并以激子模型为例给出了等间隔单粒子能级密度模型中的态密度的精确表示以及泡利原理修正值。结果表明，严格的泡利修正值要比以往用的 Kalbach 近似值大一倍多，相应地，激子态间跃迁率及平衡激子数也出现明显变化。

## 一、导言

近年来应用预平衡理论计算核反应能谱和角分布取得明显进展，并相应提出了对更精确的核态密度的需要。回顾粒子空穴态密度理论的发展，由最初不计泡利原理<sup>[1-3]</sup>，进而近似地考虑了泡利原理对态密度的修正<sup>[4-6]</sup>。这些研究表明，对低激发态或高粒子空穴态泡利原理起着重要作用。但如何找到态密度中泡利原理精确值的问题以前并没有解决，针对这个问题本文提出了一个严格求解泡利不相容原理在态密度中修正值的理论方法。其实质在于，由于泡利不相容原理的限制，在一个微观态上占据多于一个粒子或空穴，在态密度表示中对粒子和空穴求和时要求指标彼此不同，称之为受限制求和，一般用不等式表示，如果我们将粒子空穴态求和变成彼此独立求和时，必然出现两个以上粒子或空穴占据相同的微观态上的项，这些被称之为泡利原理修正项的部分要被扣除，以满足泡利原理。本文从这种方式出发，给出了泡利修正项的一般表示以及它们的系数的求值公式，从而得到严格求解泡利原理在态密度中修正值的方法。

在第二节中给出了约化受限制求和为独立求和的方法，并以递推关系表示出来。并且发现，所有的泡利原理修正项恰好可用杨图表示出来。而这些杨图对应的泡利修正项的系数有一个简单的求值公式，使严格求解态密度并给出严格泡利修正值变得简单易行。上述方法与模型无关，可以推广到任意多费米子系统的严格求解的问题。

做为物理应用实例，在第三节中以激子模型为例，进行了严格求解。结果表明精确的泡利修正值要比以往应用的近似值明显加大，更加看出泡利原理在态密度中的重要性。进而还对平衡激子数的相应变化做了讨论，并推荐了一套重归一化的激子态密度表示。

## 二、多粒子空穴态密度的严格求解方法

对于 $m$ 个粒子 $n$ 个空穴的态密度定义是

$$\omega(E; m, n) = \sum_{\substack{p_1 < \dots < p_m \\ h_1 < \dots < h_n}} \delta \left( E - \sum_{p=p_1}^{p_m} \varepsilon_p - \sum_{h=h_1}^{h_n} \varepsilon_h \right), \quad (2.1)$$

其中 $E$ 为核系统激发能,  $\varepsilon_p$ 、 $\varepsilon_h$ 分别为单粒子及单空穴能量, 它们都从费米面数起, 粒子能量正方向朝上而空穴朝下. 由 $\delta$ 函数限定, 这些粒子空穴态的占据组合要满足能量守恒. 由于泡利原理限制, 粒子空穴下标用不等式表示.

若引入系统的单粒子空穴本征态乘积波函数, 并满足

$$H_i |\mu_1 \dots \mu_m; \nu_1 \dots \nu_n\rangle = \varepsilon_i |\mu_1 \dots \mu_m; \nu_1 \dots \nu_n\rangle, \quad (2.2)$$

且

$$i \in \mu_1 \dots \mu_m; \nu_1 \dots \nu_n$$

这里 $H_i$ 表示单粒子或单空穴哈密顿量, 对应本征值为 $\varepsilon_i$ . 这样公式(2.1)可改写为

$$\omega(E; m, n) = \sum_{\substack{\mu_1 < \dots < \mu_m \\ \nu_1 < \dots < \nu_n}} \langle \mu_1 \dots \mu_m, \nu_1 \dots \nu_n | \delta \left( E - \sum_{\mu=\mu_1}^m H_\mu - \sum_{\nu=\nu_1}^n H_\nu \right) | \mu_1 \dots \mu_m, \nu_1 \dots \nu_n \rangle \quad (2.3)$$

对公式(2.2)进行拉普拉斯变换得到

$$Z(\beta; m, n) = \int_0^\infty dE e^{-\beta E} \omega(E; m, n) = Z_p(m) Z_h(n) \quad (2.4)$$

这时可将粒子与空穴部分分开表示为

$$Z_p(m) = \sum_{\mu_1 < \dots < \mu_m} \langle \mu_1 \dots \mu_m | e^{-\beta \sum_\mu H_\mu} | \mu_1 \dots \mu_m \rangle, \quad (2.5.1)$$

$$Z_h(n) = \sum_{\nu_1 < \dots < \nu_n} \langle \nu_1 \dots \nu_n | e^{-\beta \sum_\nu H_\nu} | \nu_1 \dots \nu_n \rangle. \quad (2.5.2)$$

由于它们的求和都是受限制求和, 不能简单用求迹表示, 为此我们将求和约化为独立求和方式. 在这里简记单粒子(或空穴)态的对角矩阵元为

$$f(\mu) = \langle \mu | e^{-\beta H_\mu} | \mu \rangle \quad (2.6.1)$$

及

$$f^{(l)}(\mu) = \langle \mu | e^{-l \beta H_\mu} | \mu \rangle \quad (2.6.2)$$

后者表示在 $\mu$ 能级上占有 $l$ 个粒子(或空穴). 下面以 $N = 2, 3, 4$ 为例给出这种约化方式的结果

$$\begin{aligned} N = 2: \quad 2! \sum_{\mu_1 < \mu_2} f(\mu_1) f(\mu_2) &= \sum_{\mu_1 \neq \mu_2} f(\mu_1) f(\mu_2) \\ &= \sum_{\mu_1 \mu_2} f(\mu_1) f(\mu_2) - \sum_{\mu} f^{(2)}(\mu), \end{aligned} \quad (2.7.1)$$

$$N = 3: \quad 3! \sum_{\mu_1 < \mu_2 < \mu_3} f(\mu_1) f(\mu_2) f(\mu_3) = \sum_{\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3} f(\mu_1) f(\mu_2) f(\mu_3)$$

$$= \sum_{\mu_1 \mu_2 \mu_3} f(\mu_1) f(\mu_2) f(\mu_3) - 3 \sum_{\mu_1 \mu_2} f^{(2)}(\mu_1) f(\mu_2) + 2 \sum_{\mu} f^{(3)}(\mu) \quad (2.7.2)$$

$$\begin{aligned} N = 4: \quad & 4! \sum_{\mu_1 < \mu_2 < \mu_3 < \mu_4} f(\mu_1) f(\mu_2) f(\mu_3) f(\mu_4) \\ & = \sum_{\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \mu_4} f(\mu_1) f(\mu_2) f(\mu_3) f(\mu_4) \\ & = \sum_{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_4} f(\mu_1) f(\mu_2) f(\mu_3) f(\mu_4) - 6 \sum_{\mu_1 \mu_2 \mu_3} f^{(2)}(\mu_1) f(\mu_2) f(\mu_3) \\ & \quad + 3 \sum_{\mu_1 \mu_2} f^{(2)}(\mu_1) f^{(2)}(\mu_2) + 8 \sum_{\mu_1 \mu_2} f^{(3)}(\mu_1) f(\mu_2) - 6 \sum_{\mu} f^{(4)}(\mu). \quad (2.7.3) \end{aligned}$$

不难看出, 约化结果中除第一项外各项均为泡利修正项, 它们都含有两个以上粒子(或空穴)占据一个能态上。若引用杨图标记

$$[n_1 n_2 \cdots n_L] = \sum_{\mu_1 \cdots \mu_L} f^{(n_1)}(\mu_1) f^{(n_2)}(\mu_2) \cdots f^{(n_L)}(\mu_L), \quad (2.8)$$

且

$$\sum_{i=1}^L n_i = N \quad \text{及} \quad n_1 \geq n_2 \geq \cdots \geq n_L$$

这里  $[n_1 n_2 \cdots n_L]$  为  $N$  格  $L$  行杨图。 $n_i (i = 1, 2, \dots, L)$  为第  $i$  行格数。这样可发现受限制求和约化为独立求和形式时, 所有项恰好用  $N$  格全部杨图表示出来。在独立求和形式下可用求迹表示, 并记为

$$A_1^{(l-1)} = \sum_{\mu} f(\mu) = \sum_{\mu} \langle \mu | e^{-l\beta H} | \mu \rangle = \text{Tr}\{e^{-l\beta H}\} \quad (2.9.1)$$

以及

$$\sum_{\mu_1 < \cdots < \mu_L} f(\mu_1) \cdots f(\mu_L) = A_L^{(0)}. \quad (2.9.2)$$

它们满足以下递推关系

$$A_m^{(0)} = \sum_{i=0}^{m-1} \frac{(m-1)!}{(m-i-1)!} (-1)^i A_1^{(i)} A_{m-i-1}^{(0)} \quad m > 1. \quad (2.10)$$

及

$$A_0^{(0)} = 1.$$

我们可用 (2.10) 式得到全部  $A_1^{(l)}$  的表示, 合并同类项后即可得到各泡利修正项及其系数。但对于粒子或空穴数较大时, 这种展开项数以  $2^{N-1}$  形式剧增, 使计算变得非常烦杂, 下面给出一个简单求解各泡利修正项及其系数的公式。

由 (2.7.1-3) 的实例看到, 用 (2.10) 式递推的最终形式可用杨图标号表示, 对  $N$  粒子(或空穴)态密度的拉氏变换形式可表示为

$$Z_{p(b)}(N) = N! A_N^{(0)} = \sum_{L=1}^N \sum_{\alpha=1}^{N_L} D(N, L, \alpha) [n_1^\alpha, n_2^\alpha \cdots n_L^\alpha] \quad (2.11)$$

这里  $N_L$  表示  $N$  格  $L$  行杨图的不同杨图的个数,  $D(N, L, \alpha)$  是  $N$  格  $L$  行第  $\alpha$  个杨图的

系数,它的杨图结构用  $[n_1^a \cdots n_L^a]$  表示。若记  $\nu_i^a (i = 1, 2 \cdots N)$  为该杨图中格数为  $i$  的行数,且有

$$\sum_{i=1}^N \nu_i^a = L, \quad \sum_{i=1}^N i \nu_i^a = N \quad (2.12)$$

利用置换群理论,我们发现  $D(N, L, \alpha)$  恰好为  $(N, L, \alpha)$  杨图的共轭杨图中置换元的个数,它的公式表示为<sup>[7]</sup>

$$D(N, L, \alpha) = \frac{N!}{\nu_1^a!(2^{\nu_2^a}\nu_2^a!)(3^{\nu_3^a}\nu_3^a!) \cdots (N^{\nu_N^a}\nu_N^a!)}. \quad (2.13)$$

因而一旦将  $N$  格的全部杨图写出后,由公式(2.13)可以得到  $Z_p(m)$  及  $Z_h(n)$  的解析表示。为此我们设计了程序 QCY, 可以自动给出  $N$  格全部杨图及其系数<sup>[8]</sup>。

### 三、激子模型的态密度的严格表示

目前激子模型中普遍使用等间隔单粒子能级密度方式 ( $g = \text{const}$ )。这时迹有简单表示

$$\text{Tr}\{e^{-l\beta H}\} = \sum_{\mu} \langle \mu | e^{-l\beta \mu} | \mu \rangle = \frac{g}{l\beta} \quad (3.1)$$

因而态密度是以  $(g/\beta)^m$  的幂级数表示,它的逆拉氏变换为

$$L^{-1}\left\{\left(\frac{g}{\beta}\right)^m\right\} = g \frac{(gE)^{m-1}}{(m-1)!}. \quad (3.2)$$

因而  $N$  粒子(或空穴)激子态密度表示为

$$\omega(E; N) = \frac{g}{N!(N-1)!} \sum_{i=0}^{N-1} C_{N,i} (gE)^{N-i-1} (-1)^i, \quad (3.3)$$

其中  $C_{N,i}$  为  $L = N - i$  行所有杨图项的组合系数

$$C_{N,i} = \sum_{\alpha=1}^{N_L} D(N, L, \alpha) \frac{(N-1)!}{(N-i-1)! n_1^a \cdots n_L^a} \quad (3.4)$$

且

$$L = N - i.$$

由于泡利修正项的存在,激子态密度被表示为  $(gE)$  的幂的多项式形式,且随激发能加大  $\omega(E, N)$  单调加大,这时就会存在一个起点  $B(N)$ ,当  $gE = B(N)$  时,  $\omega = 0$ ,当  $gE$  从  $B(N)$  值减小时  $\omega$  变负,表明是非物理区域,这样公式(3.3)的最大零点给出严格泡利修正值。表 1 及图 1 给出了  $N = 2-15$  的计算结果,与 Kalbach<sup>[6]</sup> 值比较有明显加大。图中实线为精确值,虚线为 Kalbach 值,仅在  $N = 2$  时二者相同。Blin<sup>[9,10]</sup> 等人曾提出一种计算泡利修正项的方法。定义  $l$  个粒子占据到已被占据态的项为

$$A_A^{(l)} = N! \sum_{\mu_1 < \cdots < \mu_N} \langle \mu_1 \cdots \mu_N | e^{-\beta \sum_{\mu=1}^N H_{\mu} - l\beta H_1} | \mu_1 \cdots \mu_N \rangle. \quad (3.5)$$

它满足递推关系

$$A_N^{(l)} = A_1^l [A_1^{(0)}]^{N-1} - \sum_{n=2}^N \binom{N}{K} A_{N-K+1}^{(K+l-1)}, \quad (3.6)$$

这个递推关系可进一步简化为

$$A_N^{(0)} = [A_1^{(0)}]^N - \sum_{i=1}^{N-1} R_{Ni} A_1^{(i)} [A_1^{(0)}]^{N-i-1}, \quad (3.7)$$

$$\text{且 } R_{Ni} = \binom{N}{i+1} - \sum_{j=1}^{i-1} R_{nj} \binom{N-j}{i-j+1}. \quad (3.8)$$

可见所有泡利修正项仅含  $A_1^{(i)} [A_1^{(0)}]^{N-i-1}$  形式, 对应杨图为  $[i+1, 1 \cdots \cdots 1]$ , 因而缺少两个以上能级违反泡利原理的项, 因而是一种近似, 仅在  $N=2, N=3$  时与精确结果相同, 这是因为  $N \leq 3$  不可能有两个以上能级违反泡利原理。图 1 中折线表示 Blin 的结果。 $B(N)$  不是单调上升, 是他们所取的近似所致。

在同时考虑粒子及空穴的态密度时, 由(24)式可知  $Z_p(m)$  与  $Z_\lambda(n)$  的乘积出现粒子与空穴态之间的相干, 计算表明这种相干效应总使泡利修正值加大, 可用下面不等式表示这种相干效应

$$B(m, n) > B(m, 0) + B(0, n), \quad \text{当 } m, n > 0 \quad (3.9)$$

表 2 给出  $B(m, n)$  的计算结果, 图 2 中给出曲线表示。表 3 给出比值  $B(m, n)/(B(m, 0) + B(0, n))$  以表示相干效应的数值。

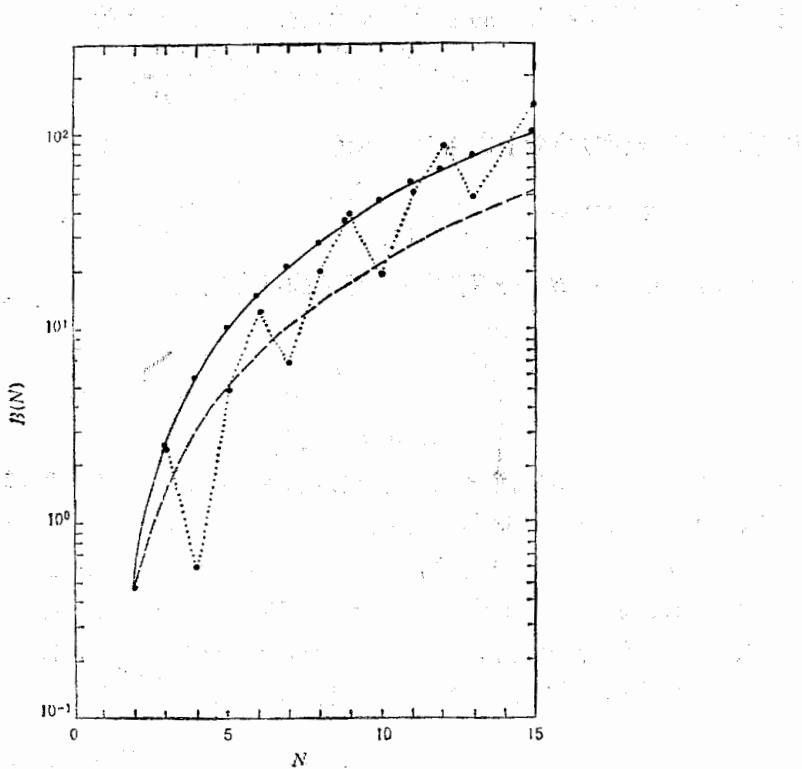


图 1 等间隔单粒子能级密度模型中单纯粒子(或空穴)的泡利原理修正值。图中实线为本文的精确方法计算结果, 虚线为 Kalbach 公式值, 点折线为 Blin 的结果。

表 1 等间隔单粒子能级密度中单纯粒子(或空穴)的泡利原理修正值 ( $BCN$ ) 为精确计算值,  $A^K(N)$  为 Kalbach 泡利原理修正值

$N$	$B(N)$	$A^K(N)$	$N$	$B(N)$	$A^K(N)$
2	0.5	0.5	9	37.26	18.0
3	2.46	1.5	10	46.68	22.5
4	5.66	3.0	11	57.13	27.5
5	9.93	5.0	12	68.59	33.0
6	15.22	7.5	13	81.07	39.0
7	21.52	10.5	14	94.57	45.5
8	28.86	14.0	15	109.09	52.5

表 2 激子模型态密度中严格泡利修正值  $B(m,n) = B(n,m)$

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6
0	0	0.50	2.46	5.66	9.93	15.22
1	0	1.00	3.28	6.65	11.00	16.34
2		2.37	4.81	8.24	12.62	18.01
3			7.29	10.69	15.05	20.51
4				14.04	18.40	23.94
5					23.95	28.40
6						33.93

$n \backslash m$	7	8	9	10	11	12
0	21.52	28.86	37.26	46.68	57.13	68.59
1	22.72	30.17	38.66	48.15	58.65	70.17
2	24.51	32.06	40.59	50.10	60.63	72.21
3	27.08	34.64	43.14	52.66	63.26	74.88
4	30.52	38.02	46.48	56.07	66.74	78.32
5	34.94	42.37	50.87	60.55	71.18	82.61
6	40.38	47.79	56.37	66.04	76.52	87.79
7	46.77	54.22	62.86	72.46	82.80	94.18
8		61.76	70.41	79.92	90.23	101.87
9			78.98	88.38	98.76	110.51
10				97.73	108.25	120.05
11					118.94	130.66
12						142.20

表3 激子模型态密度中粒子与空穴的相干效应、—比值  $\frac{B(m,n)}{B(m,0) + B(0,n)}$

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6
$n$	1	2	3	4	5	6
0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
1	1.0	2.0	1.335	1.175	1.107	1.074
2		2.366	1.628	1.339	1.209	1.146
3			1.483	1.317	1.214	1.160
4				1.240	1.180	1.147
5					1.149	1.129
6						1.115
$n \backslash m$	7	8	9	10	11	12
$n$	7	8	9	10	11	12
0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
1	1.056	1.045	1.038	1.031	1.027	1.023
2	1.113	1.092	1.075	1.062	1.052	1.045
3	1.130	1.106	1.086	1.072	1.062	1.054
4	1.123	1.101	1.083	1.071	1.063	1.055
5	1.111	1.092	1.078	1.069	1.061	1.052
6	1.099	1.084	1.074	1.067	1.058	1.048
7	1.087	1.076	1.070	1.062	1.053	1.045
8		1.070	1.065	1.058	1.049	1.045
9			1.060	1.053	1.046	1.044
10				1.047	1.043	1.041
11					1.041	1.039
12						1.037

以往激子模型中所用的 Kalbach 值为

$$A^K(m,n) = \frac{1}{4} m(m-1) + \frac{1}{4} n(n-1), \quad (3.10)$$

表4给出比值  $B(m,n)/A^K(m,n)$ , 粗略讲是个略大于 2 的因子。这一点物理意义是明显的。若在等间隔单粒子态排放  $N$  个粒子时, 前  $N-1$  个粒子平均占据能量为

$$\sum_{i=1}^{N-1} i/g = \frac{1}{2g} N(N-1) \quad (3.11)$$

因而激发能必须大于该值时才能安放第  $N$  个粒子。由这种粗略方式估算泡利修正值为

$$B'(m,n) \gtrsim \frac{1}{2} m(m-1) + \frac{1}{2} n(n-1), \quad (3.12)$$

可见它比(3.10)式要大一倍。计算值对 2 的因子的偏离是量子力学效应所致。

在实际计算中, 要将态密度归一到费米气体能级密度表示, 若采用 Back-Shifted 费米气体能级密度表示<sup>[11]</sup>

表4 精确泡利修正值与 Kalbach 值的比值—— $\frac{B(m,n)}{A^k(m,n)}$ 

$n \backslash m$	2	3	4	5	6	7
0	1.0	1.638	1.886	1.987	2.029	2.050
1	2.0	2.187	2.215	2.200	2.179	2.164
2	2.366	2.407	2.355	2.294	2.252	2.228
3		2.429	2.375	2.316	2.279	2.257
4			2.339	2.300	2.280	2.261
5				2.283	2.272	2.254
6					2.262	2.244
7						2.227
$n \backslash m$	8	9	10	11	12	
0	2.062	2.070	2.075	2.077	2.078	
1	2.155	2.148	2.140	2.133	2.126	
2	2.211	2.194	2.178	2.166	2.156	
3	2.235	2.212	2.194	2.181	2.170	
4	2.236	2.213	2.199	2.188	2.176	
5	2.230	2.212	2.202	2.190	2.174	
6	2.223	2.211	2.201	2.186	2.168	
7	2.213	2.206	2.196	2.179	2.167	
8	2.206	2.200	2.189	2.174	2.167	
9		2.194	2.182	2.171	2.166	
10			2.172	2.165	2.163	
11					2.160	
12						2.155

$$\rho_{B-S}(E) = \frac{\sqrt{\pi}}{12} \frac{e^{2\sqrt{aE}}}{a^{1/4}(E+t)^{5/4}}$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} f(E) \omega(E; m, m), \quad (3.13.1)$$

其中

$$a = \frac{\pi^2}{6} g, \quad (3.13.2)$$

$$E = at^2 - t. \quad (3.13.3)$$

得到重归一化因子为

$$f(E) = \frac{\pi}{3} \frac{E}{a^{1/4}(E+t)^{5/4}}, \quad (3.14)$$

需要指出的是本文不讨论对壳修正，这里  $E$  可理解为修正后的有效激发能。Williams<sup>[5]</sup> 曾给出激子态密度求和的渐近表示

$$\sum_{m=1}^{\infty} \omega^W(E; m, m) = \sum_{m=1}^{\infty} g \frac{(gE - A^W(m, m))^{2m-1}}{m! m! (2m-1)!} = \frac{e^{2\sqrt{aE}}}{\sqrt{48 E}} \quad (3.15)$$

式  
个其  
实

1

具有与公式(3.14)非常相近的重归一化因子

$$f^w(E) = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \frac{E}{a^{1/4}(E+i)^{5/4}}. \quad (3.16)$$

按本文给出的严格粒子空穴态密度表示由  $Z_p(m)$  及  $Z_s(n)$  乘积的逆拉氏变换给出为

$$\omega(E; m, n) = g \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} (-1)^{i+j} \frac{C_{m,i} C_{N,j} (gE)^{m+n-i-j-1}}{m! n! (m+n-i-j-1)!}, \quad (3.17)$$

不失一般性, 当  $m \geq n$  时有

$$\omega(E; m, n) = g \sum_{k=0}^{m+n+2} G(m, n, k) \frac{(-1)^k (gE)^{m+n-k-1}}{m! n! (m+n-k-1)!}, \quad (3.18)$$

$$G(m, n, k) = \begin{cases} \sum_{j=0}^k C_{m,k-j} C_{n,j}, & \text{当 } k < m-1 \\ \sum_{j=0}^{n-1} C_{m,k-j} C_{n,j}, & \text{当 } m-1 \leq k \leq n-1 \\ \sum_{j=k-m+1}^{n-1} C_{m,k-j} C_{n,j}, & \text{当 } n-1 < k \end{cases} \quad (3.19)$$

若不计泡利原理, 相当于置  $C_{mi} = C_{nj} = 0$ , 即在公式(3.18)中, 仅取  $k=0$  项, 这时公

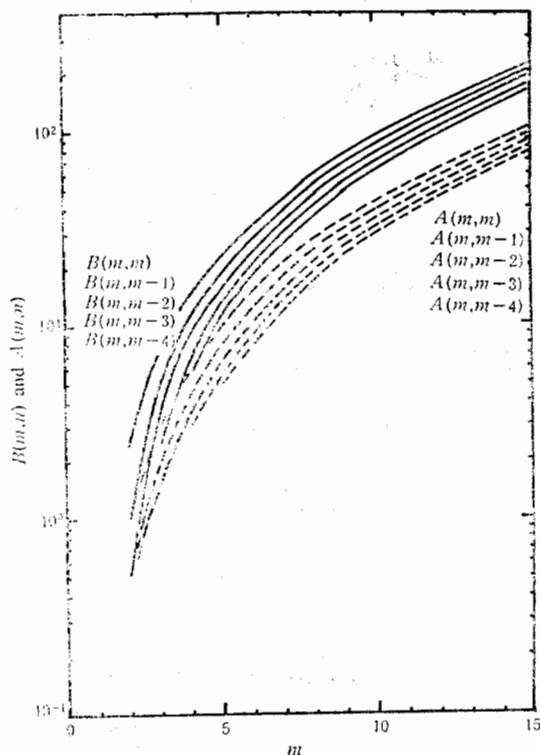


图 2 等间隔单粒子能级密度模型中  $m$  粒子  $n$  空穴的激子态密度的泡里原理精确修正值。(实线)及 Kalbach 公式修正值

式(3.18)就约化为熟知的 Ericson 公式<sup>[2]</sup>。为应用方便，免于  $G$  系数的计算，我们给出一个与(3.18)近似程度较好的态密度解析表示

$$\omega_{\text{近}}(E; m, n) = \frac{g(gE)^{n'}(gE - B(m, n))^{m'}}{m'!n'!(m + n - 1)!}, \quad (3.20)$$

其中  $n' = \min\{m, n\}$ ,  $m' = \max\{m, n\}$ ,

它的重归一化因子为

$$f_{\text{近}}(E) = 0.06\pi^2/(aE)^{1/3}. \quad (3.21)$$

上述两种态密度归一后与费米气体公式比较见图3,除较低激发能区域外，归一误差均在1%之内。

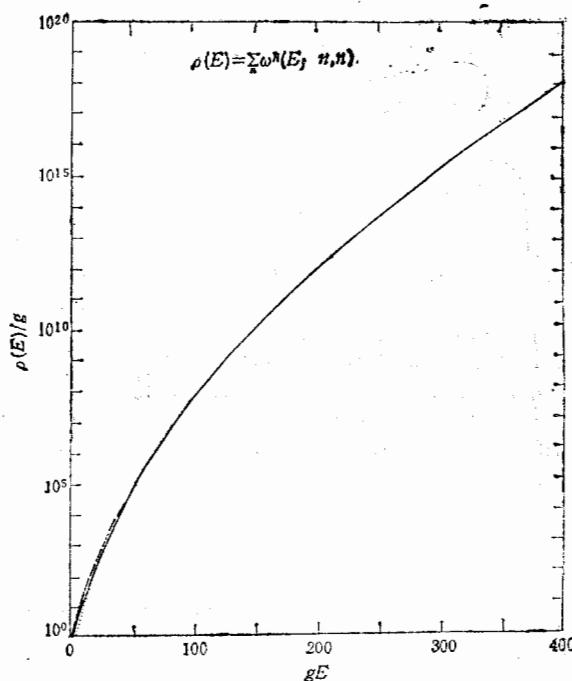


图3 应用精确求解子态密度并重归一化的能级密度与费米气体能级密度的比较  
图中实线为 Back-Shifted 费米气体公式结果<sup>[11]</sup>, 点线为本文给出的精确解及重归一化因子(3.14)式, 虚线为推荷的经验公式(3.20)及(3.21)式计算结果

由于泡利修正值的精确解比以往应用值加大,因而相应的平衡激子数也发生变化.原来不计泡利原理的 Ericson 公式给出平衡激子数为

$$\bar{n} \approx \sqrt{2gE}, \quad (3.22.1)$$

在近似考虑泡利原理修正后, Williams 和 Kalbach 公式给出

$$\bar{n} \approx \sqrt{1.6gE}, \quad (3.22.2)$$

而严格泡利修正值给出为

$$\bar{n} \approx \sqrt{1.4gE}. \quad (3.22.3)$$

## 四、小结

本文给出了多粒子空穴态密度及其泡利原理修正值的严格求解方法。并以激子模型为例进行了实际计算。结果表明，严格的泡利修正值比以往采用的近似值要大一倍多，可以看出泡利原理在态密度中起着不可忽视的作用。这种增大效应会软化出射粒子谱，并阻止核激发系统向更高激子态的跃迁，相应地平衡激子数比以往的应用值减小。

由于该方法与模型无关，可进一步对壳模型及 Wood-Saxon 模型做更现实的能态密度计算，该方法还可应用到重离子反应中求解系统泡利原理修正问题。

作者感谢卓益忠教授推荐资料[9]，由此开始这项研究工作。

## 参考文献

- [1] C. Bloch, *Phys. Rev.*, **93**(1954), 1094.
- [2] T. Ericson, *Adv. in Phys.*, **9**(1960), 425.
- [3] J. J. Griffin, *Phys. Rev. Lett.*, **17**(1966), 479.
- [4] M. Bohning, *Nucl. Phys.*, **A152**(1970), 529.
- [5] F. C. Williams, *Nucl. Phys.*, **A166**(1971), 231.
- [6] C. Kalbach, in Proc. IAEA Advisory Group Meeting on Basic and Applied Problem of Nuclear Level Densities, M. R. Bhat(Ed), Report BNL-NCS-51694 (Brookhaven National Laboratory, 1983), p. 113.
- [7] M. Hamermesh, "Group theory and its application to physical problem" Argonne National Laboratory, p. 27. London; Addison-Wesley, 1962.
- [8] 张亮上，“杨图的计算机计算技巧”，原子能科学与技术，(待发表)。
- [9] A. H. Blin, B. Hiller, R. W. Hasse and P. Schuck, *J. Phys.*, **45**(1984), C6—231.
- [10] A. H. Blin, R. W. Hasse, B. Hiller, P. Schuck and C. Yannouleas, GSI—A5—56 preprint. Oct., 1985.
- [11] W. Dilg, W. Schantl, H. Vonach and M. Uhl, *Nucl. Phys.*, **A217**(1973), 269.

## EFFECT OF THE PAULI EXCLUSION PRINCIPLE IN MULTI-PARTICLE AND HOLE STATE DENSITIES

ZHANG JINGSHANG YANG XIANJUN

(Institute of Atomic Energy, Beijing)

### ABSTRACT

A method to calculate the effect of the Pauli exclusion principle in multiparticle and hole state densities has been proposed. As the physical application, the exact Pauli exclusion correlation values have been calculated in the equidistant spacing model. The exact Pauli exclusion correlation values are obviously larger than that used before, such as the kalbach's values. Correspondingly the internal transition rates and equilibrium exciton number have been changed.