

一定能择考础区互

统其中集变

式量因上边

编者注

对 $^5_{\Lambda}\text{He}$ 的过紧束缚问题的一个可能的新解释*

柳继峰

(广西师范大学, 桂林)

沈建平 厉光烈

(中国科学院高能物理研究所, 北京)

摘要

本文在分析构成 $^5_{\Lambda}\text{He}$ 的过紧束缚问题因素的基础上, 对壳心核 ^4He 的波函数作适当的调整, 以现有的 Λ -N相互作用势做计算, 所给出的 $^5_{\Lambda}\text{He}$ 基态的 Λ 超子结合能理论值与实验值大致相符。由此, $^5_{\Lambda}\text{He}$ 的过紧束缚问题可能得到解释。

一、引言

众所周知, 迄今为止, $^5_{\Lambda}\text{He}$ 基态 Λ 超子结合能 $B_{\Lambda}(^5_{\Lambda}\text{He})$ 的理论值总比实验值($3.12 \pm 0.02\text{MeV}$)大一倍左右^[1-3], 其中理论计算所采用的 Λ 超子-核子(Λ -N)相互作用势能较好地拟合 Λ -p弹性散射数据, 并能较好地符合 $A=3, 4$ 超核 Λ 结合能的实验值。为了解决 $^5_{\Lambda}\text{He}$ 基态 Λ 结合能的理论值大于实验值的问题, 人们曾研究过 Λ -N势的改进, 例如考虑过张量力^[2]、空间交换力^[3]甚至 Λ NN三体力^[2]等对 Λ 结合能的影响, 但其结果对 $B_{\Lambda}(^5_{\Lambda}\text{He})$ 的理论值改变不大, 于是就构成了所谓 $^5_{\Lambda}\text{He}$ 超核的过紧束缚(overbinding)问题, 这是目前超核物理中令人感兴趣的一个研究课题。

$^5_{\Lambda}\text{He}$ 的过紧束缚是什么因素造成的呢?

对 $^5_{\Lambda}\text{He}$ 基态 Λ 结合能的理论研究大多数是采用弱耦合模型图象, 即把 $^5_{\Lambda}\text{He}$ 看作由壳心核 ^4He 与一个 Λ 超子结合而成。我们发现, 壳心核 ^4He 的结构波函数的不同选取会明显地影响 B_{Λ} 的理论计算值。例如唐尧千等^[2,3]采用了壳心核结合较紧的单高斯型 $1s$ 壳谐振子波函数(其单核子密度的均方根半径 $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 1.479\text{fm}$)作计算, 所得的 B_{Λ} 理论值比实验值大 3MeV 左右; 而刘渊等^[4]对壳心核 ^4He 单核子密度分布采用了由实验确定的相对松散的双高斯型分布形式(其 $\rho_a(r)$ 的均方根半径为 1.643fm), 所得到的 $B_{\Lambda}(^5_{\Lambda}\text{He})$ 的理论值比实验值大 $1 \sim 2\text{MeV}$ 。由此可见, 壳心核结构波函数对 B_{Λ} 的影响是

* 国家自然科学基金资助课题。

本文 1989 年 4 月 6 日收到。

很大的。因此我们认为只要对壳心核结构波函数做一点修正就可能解释 ^5He 的 Λ 结合能；换句话说，现有理论中出现 ^5He 的过紧束缚问题有可能是由于壳心核结构波函数选择不当而造成的。

本文在 Rayleigh-Ritz 变分法的理论框架下，计算了 ^5He 基态 Λ 超子结合能。在考察了现有的 α 粒子的结构波函数及 Λ -N 相互作用势所给出的 $B_A(^5\text{He})$ 理论值的基础上，对壳心核 ^4He 结构波函数做一点调整，尝试给出了一组单高斯型的 $1s$ 壳谐振子波函数，计算结果表明其中多数的 Λ -N 相互作用势所给出的 B_A 与实验符合得较好。

本文第二节将给出简要的理论描述及计算中所用到的壳心核结构波函数和 Λ -N 相互作用势；在第三节中将给出 $B_A(^5\text{He})$ 的计算值，并予以适当的讨论。

二、模 型

1. 计算公式

与通常文献一样，设想 ^5He 超核是由壳心核 $^4\text{He}-\alpha$ 集团和一个 Λ 粒子结合而成，系统的波函数取为

$$\psi = \phi_\alpha F(\mathbf{r}_A - \mathbf{R}_\alpha) Z(\mathbf{R}_{c.m.}) \xi_\alpha \xi_\Lambda. \quad (1)$$

其中 \mathbf{R}_α 是 α 集团的质心坐标； \mathbf{r}_A 是 Λ 粒子的位矢； $\mathbf{R}_{c.m.}$ 是 ^5He 的整体质心坐标； ϕ_α 是 α 集团的内部结构波函数； $Z(\mathbf{R}_{c.m.})$ 是整体质心运动波函数； ξ_α 和 ξ_Λ 分别为 α 集团和 Λ 粒子的同位旋-自旋波函数。

根据文献[3]， Λ -N 势的空间交换项对 B_A 的影响不大可予忽略，在 Rayleigh-Ritz 变分法的理论框架下，相对运动波函数 $F(\mathbf{R})$ 所满足的积分微分方程是

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_R^2 + V_D(\mathbf{R}) - E \right) F(\mathbf{R}) = 0; \quad (2)$$

$$V_D(\mathbf{R}) = \int \rho_\alpha(\mathbf{r}) V_{AN}(\mathbf{r} - \mathbf{R}) d\mathbf{r}. \quad (3)$$

式中 $\mathbf{R} = \mathbf{r}_A - \mathbf{R}_\alpha$ 是相对座标； $\mu = m_A \cdot m_\alpha / (m_A + m_\alpha)$ 为约化质量； E 为相对运动能量； $V_D(\mathbf{R})$ 表示了 Λ 超子与壳心核 $^4\text{He}-\alpha$ 集团的等效相互作用势。

方程式(2)就是计算 ^5He 基态 Λ 结合能 B_A 的方程，它表明 B_A 实际上是由 $\Lambda-\alpha$ 集团的等效势确定的，由(3)式可见， B_A 不仅与 Λ -N 两体相互作用势 V_{AN} 有关，而且还与壳心核结构的单核子密度分布有关。因此，要使 B_A 的理论值与实验值一致，在计算中选取符合实际情况的 Λ -N 相互作用和壳心核结构波函数是十分重要的。

2. 壳心核 ^4He 的结构波函数

原则上说，如果 N-N 势和 Λ -N 势确定，通过求解多体自治方程可以得到 Λ 超子的结合能，但困难在于目前对 N-N 势和 Λ -N 势的了解都还不够清楚，而且对多体问题的精确求解是十分困难的事。因此，现有的 $B_A(^5\text{He})$ 的理论研究大多采用弱耦合图象。通常在计算中采用 $1s$ 壳谐振子波函数或实验电荷密度函数 $\rho_\alpha(\mathbf{r})$ 来描写壳心核 ^4He 结构，但就现有的文献来说， α 粒子的 $\rho_\alpha(\mathbf{r})$ 采取的形式颇多，从它们的均方根半径来看，差别

甚大。为了计算方便,本文只考察由双高斯型的实验电荷密度函数和 $1s$ 壳谐振子波函数来描述的壳心核 ${}^4\text{He}$ 所得到的 ${}^3\text{He}$ 超核基态 Λ 超子结合能。

A. α 粒子的双高斯型核子密度分布

双高斯型电荷密度函数可用下式表示:

$$\rho_\alpha(r) = N \cdot [\exp(-K_1^2 r^2) - C \cdot \exp(-K_2^2 r^2)]. \quad (4)$$

其中 $N = (K_1 K_2)^3 / [\pi^{3/2} (K_2^3 - C \cdot K_1^3)]$ 为归一化系数。

本文选取了五组实验上给出的电荷密度函数,它们的参数由表 1a 给出,它们所对应的均方根半径也列在表 1a 中。在图 1 中给出了壳心核 ${}^4\text{He}$ 结合得最紧的(a组)和最松的(e组)单核子密度分布曲线,其余各组的曲线基本上依照均方根半径的大小有序地分布在这两条曲线之间。

表 1a α 粒子的双高斯型电荷密度分布参数

编 号	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	K_1^2 (fm^{-2})	K_2^2 (fm^{-2})	C	参考文献
a	1.376	0.92473	2.1108	0.79176	[5]
b	1.5	0.72	3.6	1.0	[6]
c	1.619	0.6	4.2	1.0	[7]
d	1.643	0.56	5.0	0.48	[8]
e	1.675	0.579	2.459	0.858	[6]

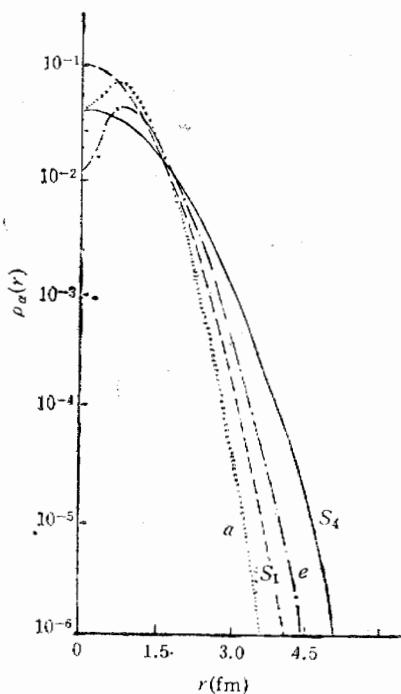


图 1 ${}^4\text{He}$ 的单核子密度分布曲线

B. α 粒子的 $1s$ 壳谐振子波函数

如文献[3],认为 α 粒子由 $(1s)^4$ 壳模型组态构成,其波函数可写作:

$$\phi_\alpha = \prod_{i=1}^4 \exp \left[-\frac{1}{2} \alpha^2 (\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_\alpha)^2 \right]. \quad (5)$$

由上式给出的壳心核单核子密度分布实际上是比较简单的单高斯型函数,它仅由一个参数 α 决定。本文选取的四种 $1s$ 壳波函数的参数给在表 1b 中。第 S_1 组参数是根据文献[3]选取的;第 S_2 组参数所对应的单核子密度分布的均方根半径与表 1a 中第 e 组的相同,选取这组参数是为了考察在同样的均方根半径下不同形式的单核子密度分布对 B_A 的影响;第 S_3 组参数的选取是与现在见到的实验电荷密度函数中具有最大均方根半径^[9]相对应的;最后一组参数,即 $\alpha = 0.53694 \text{ fm}^{-1}$ 的选取是为了拟合 ${}^3\text{He}$ 基态的 Λ 结合能的实验值,它的壳心核的均方根半径稍大些,其在物理上的合理性将在下一节中讨论。在图 1 中还给出了第 S_1 组与第 S_4 组的单核子密度分布曲线。

表 1b α 粒子 1s 亮谐振子波函数参数

编 号	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (fm)	α (fm $^{-1}$)
S_1	1.4794	0.791694
S_2	1.675	0.63323
S_3	1.75	0.60609
S_4	1.9754	0.53694

3. Λ -N 相互作用势

A. Λ -N 唯象势

我们在计算中选取了七种常用的双高斯型 Λ -N 唯象势作比较, 它们可以下式表示:

$$V_{\Lambda N}(r) = -V_1 \cdot \exp(-x_1^2 r^2) + V_2 \cdot \exp(-x_2^2 r^2). \quad (6)$$

其中 V_1, x_1, V_2, x_2 是唯象势的位形参数(由表 2 列出)。这些唯象势都在不同程度上符合 Λ 超核物理有关的实验数据。在图 2 中给出其中三组 Λ -N 唯象势的位形曲线, 显然, 其差别较大。

表 2 Λ -N 唯象势的位形参数

编 号	V_1 (MeV)	x_1 (fm $^{-1}$)	V_2 (MeV)	x_2 (fm $^{-1}$)	参考文献
I	64.75	0.833333	69.75	1.17647	[10]
II	55.2	0.969914	9.2	1.69262	[11]
III	59.8	0.969914	27.6	1.69262	[11]
IV	24.85	0.7176	0	0	[3]
V	46.275	0.957	0	0	[3]
VI	60.78	0.8	71.31	1.2195	[12]
VII	141.1425	0.9091	197.96	1.2195	[12]

B. Λ -N 介子交换势

在我们最近的工作中^[13], 用单玻色、双玻色介子交换机制给出 Λ -N 势, 采用这种介子交换势相当好地拟合了 Λ -p 弹性散射截面, 由它得到的 Λ -He、 Λ -H 的 Λ 结合能及激发谱也与实验符合得很好。为了进一步检验此 Λ -N 介子势的适用性, 本文也用它来计算 Λ -He 基态的 Λ 结合能。

我们的介子交换势可用下式表示

$$V_{\Lambda N}^s(r) = V_{ph}^s(r)[1 - f(r)] + f(r)V_M(r); \quad (7)$$

$$V_{ph}^s(r) = V_s \cdot \exp(-p^2 r^2); \quad (p = 1.55 \text{ fm}^{-1}) \quad (8)$$

$$f(r) = (pr)^\beta / [1 + (pr)^\beta], \quad (\beta = 30) \quad (9)$$

$$V_s = \begin{cases} 60 \text{ MeV} & \text{对 } S = 0 \\ 35 \text{ MeV} & \text{对 } S = 1 \end{cases} \quad (10)$$

其中 S 表示 Λ -N 二体系统的自旋。

这种 Λ -N 介子交换势实际上由两部分构成: 其中, 长程部分由单玻色介子 ($K, \eta, \omega, \eta', \phi$) 和双玻色介子 ($2\pi, \pi\rho$) 交换机制给出(即(7)式中的 $V_M(r)$), 其短程部分

($r < 0.6 \text{ fm}$) 的软排斥心 V_s 是唯象确定的, 然后参照 N-N 巴黎势引入一个切断函数 $f(r)$, 对相互作用势作全程的统一性描述。其细节请参看文献[13]。

对于计算 $B_A(^5\text{He})$ 这一具体物理问题, 在考虑壳心核 ^4He 的自旋状态后, Λ -N 等效介子势可用下式表示:

$$V_{\Lambda N}(r) = \frac{3}{4} V_{\Lambda N}^{S=1}(r) + \frac{1}{4} V_{\Lambda N}^{S=0}(r). \quad (11)$$

其对应的位形曲线见图 2。

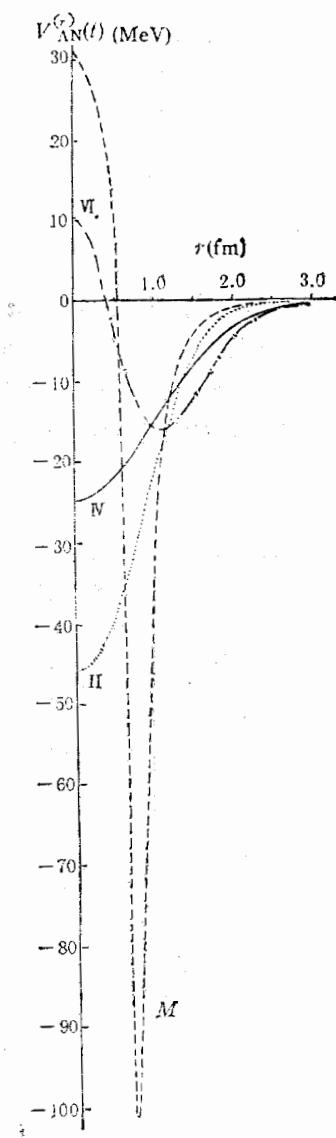


图 2 Λ -N 相互作用势

三、结果与讨论

综上所述, ^5He 基态的 Λ 结合能是由 Λ 超子与壳心核 ^4He 之间的等效相互作用势 $V_D(R)$ 决定的, 由(3)式给出的 V_D 实际上仅仅是 R 的函数。

对于 Λ -N 介子交换势, $V_D(R)$ 由双重积分得到:

$$V_D(R) = 2\pi \int_0^\infty r^2 dr \int_0^1 dx \rho_a(r) \cdot V_{\Lambda N}(\sqrt{r^2 + R^2 - 2rRx}). \quad (12)$$

对于双高斯 Λ -N 唯象势, 由本文所选取的两类壳心核结构波函数所得的 $V_D(R)$ 变得非常简单, 它们的解析表达式可分别写为:

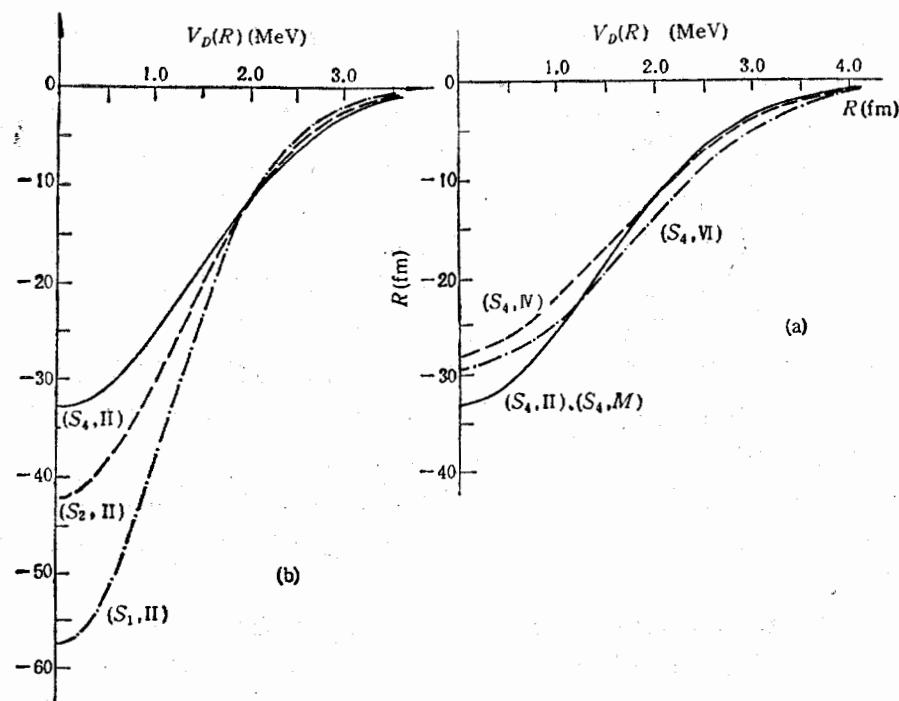
(i) 在双高斯型电荷密度分布下

$$V_D(R) = \frac{4K_1^3 K_2^3}{K_2^3 - c K_1^3} \sum_{i=1}^2 (-1)^i V_i \cdot \left[\exp\left(-\frac{K_1^2 x_i^2}{K_1^2 + x_i^2} \cdot R^2\right) / (k_1^2 + x_i^2)^{3/2} - c \cdot \exp\left(-\frac{K_2^2 x_i^2}{K_2^2 + x_i^2} \cdot R^2\right) / (k_2^2 + x_i^2)^{3/2} \right]. \quad (13)$$

(ii) 在 $1s$ 壳谐振子波函数下

$$V_D(R) = 4 \sum_{i=1}^2 (-1)^i V_i \left(\frac{4\alpha^2}{4\alpha^2 + 3x_i^2} \right)^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{4\alpha^2 x_i^2}{4\alpha^2 + 3x_i^2} R^2\right). \quad (14)$$

由(12)–(14)式, 可以得到各种壳心核结构波和 Λ -N 势下的 $V_D(R)$ 。在图 3a 中给出了在固定壳心核结构 (S_1) 波函数下, 由 Λ -N 介子势 (M) 和第 II、IV、VI 组唯象势得到的 $V_D(R)$ 位形曲线; 在图 3b 中给出了在固定 Λ -N 唯象势 (II) 下, 由第 S_1 、 S_2 、 S_4 组壳心核密度分布下得到的 $V_D(R)$ 位形曲线。由图 3a 可见, 在同样的壳心核结构下, 四组差别显著的 Λ -N 势(见图2)导出的 Λ - α 等效势是很接近的; 由图 3b 可见, 对

图 3 $A-\alpha$ 等效位形曲线

于固定的 $A-N$ 势, $A-\alpha$ 等效势 $V_D(R)$ 随着壳心核均方根半径的加大而明显变浅, 因此必然会导致 ^5He 基态的 A 结合能变小.

在计算出 A -壳心核的等效相互作用势 $V_D(R)$ 后, 通过求解方程(2)即可计算出 $B_A(^5\text{He})$, 现将计算结果列在表 3 上.

表 3 由各种壳心核结构波函数与各种 $A-N$ 势计算得到的 $B_A(^5\text{He})$ (单位: MeV)

壳心核 $\rho_a(r)$		$A-N$ 相互作用势							
编号	$\langle r^2 \rangle^{1/2}(\text{fm})$	M	I	II	III	IV	V	VI	VII
a	1.376	9.316	6.639	9.247	9.271	6.713	6.911	8.592	7.882
b	1.5	7.430	5.736	7.453	7.526	5.695	5.491	7.540	7.000
c	1.619	5.940	4.935	6.025	6.122	4.827	4.372	6.589	6.177
d	1.643	5.761	4.792	5.852	5.944	4.689*	4.232*	6.414	6.009
e	1.675	5.194	4.540	5.308	5.416	4.397	3.818	6.117	5.774
S_1	1.479	8.150	5.938	8.158	8.190	6.020**	6.036**	7.818	7.204
S_2	1.675	5.588	4.665	5.678	5.768	4.561	4.093	6.260	5.867
S_3	1.75	4.819	4.223	4.937	5.037	4.093	3.521	5.727	5.396
S_4	1.975	3.076	3.089	3.226	3.331	2.928	2.217	4.329	4.131

注: 实验值 $B_A(^5\text{He}) = 3.12 \pm 0.02 \text{ MeV}$.

由表 3 可见:

1) (d , IV), (d , V) 的 $\rho_a(r)$ 与 V_{AN} 的选取与文献[4]一样, 其所得到的 $B_A(^5\text{He})$

(以“*”表示)也完全一致; (S_1 , IV) 与 (S_1 , V) 的 $\rho_a(r)$ 与 V_{AN} 的选取与文献[3]一样, 其 B_A 计算值(以“**”表示)也相同。

2) 当壳心核采用 $a-S_3$ 组结构波函数时, 对所选取的 $A-N$ 相互作用势(其中包括 $A-N$ 介子交换势)计算得到的 $B_A(^5\text{He})$ 都比实验值大。然而由表 3 可见, 随着所选壳心核均方根半径的加大, 过紧束缚趋于缓和, 这种趋势对所有 $A-N$ 势都成立。

3) 与 $A-N$ 相互作用势的不同选取相比, 壳心核结构对 A 结合能的影响相对要大些。当壳心核的 $\rho_a(r)$ 固定时, 不同 $A-N$ 势给出的 B_A 的差别大约为 2MeV 左右, 但是在固定的 $A-N$ 相互作用势下, 不同的 $\rho_a(r)$ 给出的 $B_A(^5\text{He})$ 的差别一般都比较大。

4) 由表 3 第 e 行与第 S_2 行的比较可见, 具有相同均方根半径的不同形式的壳心核结构(即双高斯型和单高斯型的 $\rho_a(r)$) 所得到的 B_A 之差在 0.1~0.4MeV 之间, 这就表明 B_A 主要是由壳心核的均方根半径的大小确定的。

5) 第 S_4 行结果表明, 在壳心核 ^4He 的均方根半径尝试取为 1.975fm 时, 由 M、I、II、III、IV 五组 $A-N$ 相互作用势给出的 ^5He 基态的 A 超子结合能理论值与实验符合得很好。

从现有的文献看, 为符合各种实验数据所采用的 ^4He 的差别很大, 其均方根半径由 1.19fm^[14]~1.74fm^[9], 因此我们在计算 ^5He 超核的 A 结合能时, 对壳心核波函数做一点适当的修正, 也是合理的。重要的是这样一来, 现有的 $A-N$ 相互作用势的大多数都能给出与实验符合的 B_A 理论值, 从而消除了 ^5He 的过紧束缚问题, 这是很有意义的。当然, 这样的壳心核波函数是否合理还有待实验的进一步证实。

我们注意到在 $1p$ 壳的一些超核也出现过紧束缚问题, 例如 ^{13}C 超核的 B_A 实验值为 $11.69 \pm 0.12\text{MeV}$, 由各种计算所给出的理论值要比它大 6MeV 以上^[15], 所以进一步用类似的想法去讨论 $1p$ 壳 A 超核的 A 结合能也是令人感兴趣的。

作者对沈彭年、刘渊同志所予以的有益讨论深表感谢。

参 考 文 献

- [1] B. F. Gibson, *Nucl. Phys.*, **A479**(1988), 115C.
- [2] R. H. Dalitz, R. C. Herndon and Y. C. Tang, *Nucl. Phys.*, **B47**(1972), 109.
- [3] Thomas Schimert, D. J. Stubeda, M. Lemere and Y. C. Tang, *Nucl. Phys.*, **A343**(1980), 429.
- [4] 刘渊, 刘宪辉, 原子核物理, **5**(1983), 186.
- [5] C. Daskaloyannis, *Phys. Rev.*, **C26**(1982), 702.
- [6] R. H. Bassel and C. Wilkin, *Phys. Rev.*, **174**(1968), 1179.
- [7] T. T. Chou, *Phys. Rev.*, **168**(1968), 1594.
- [8] J. P. Auger et al., *Nucl. Phys.*, **262**(1976), 372.
- [9] R. C. Barrett and D. F. Jackson, Nuclear Sizes and Structure (1977) p. 146.
- [10] T. H. Ho et al., *Phys. Lett.*, **B30**(1969), 303; **B31**(1970), 259.
- [11] W. Bassichis et al., *Phys. Rev.*, **C1**(1970), 28.
- [12] S. P. Verma et al., *Phys. Rev.*, **C20**(1979), 781; **C22**(1980), 229.
- [13] Liu Dong-sheng, Shen Jian-ping, Li Gaung-lie and Yu You-wen 原子核研究 (Japan), **V31**(1986), 65; *Commun. in Theor. Phys.*, **V6**(1986), 175.
- [14] A. Tékou, *Nuovo. Cimento.*, **54A**(1979), 15.
- [15] 施义晋等, 高能物理与核物理, **5**(1983), 605.

包括
訛大但
大。
核
就4、验
由点
给
为类

A PROBABLE EXPLANATION OF THE ^3He OVERBINDING PROBLEM

LIU JIFENG

(Guangxi Normal University, Guilin)

SHEN JIANPING LI GUANGLIE

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing)

ABSTRACT

In this paper, based upon analysing the various factors which might cause the overbinding of ^3He , we make a proper adjustment for the wave function of the core nucleus ^4He . With the adjusted core wave function and various Λ -N interactions, we calculate the Λ -hyperon binding energy $B_\Lambda(^3\text{He})$ of the ^3He ground state and obtain a reasonable agreement between the theoretical and experimental values of $B_\Lambda(^3\text{He})$. Thus, the ^3He overbinding problem could be explained.

在本文中，我们分析了引起 ^3He 过紧束缚的各种因素，对核心核素 ^4He 的波函数进行了适当的调整。利用调整后的核心波函数和各种 Λ -N相互作用，计算了 ^3He 基态的 Λ -超子结合能 $B_\Lambda(^3\text{He})$ ，理论值与实验值取得了较好的一致性。因此， ^3He 过紧束缚问题得到了解释。