

# $\eta^{-24}\text{Mg}$ 和 $\eta^{-32}\text{S}$ 介核的束缚态

凌有光

(中国科学院上海原子核研究所)

袁志洪

(复旦大学物理系, 上海)

## 摘 要

$\eta^{-24}\text{Mg}$  和  $\eta^{-32}\text{S}$  分别被看作为  $^{12}\text{C}-\eta^{-12}\text{C}$  和  $^{16}\text{O}-\eta^{-16}\text{O}$  三体系统, 利用 Born-Oppenheimer 近似方法, 先严格求解  $\eta$  介子相对于  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  ( $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ ) 运动的双中心问题, 再求解  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  ( $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ ) 的相对运动方程. 假设  $\eta^{-12}\text{C}$  和  $\eta^{-16}\text{O}$  相互作用为  $S$  波可分势, 在上述情况下计算了  $\eta^{-24}\text{Mg}$  和  $\eta^{-32}\text{S}$  的结合能, 所得计算结果与其它模型计算结果相接近.

## 一、引 言

研究强相互作用粒子的束缚态可以得到在多体环境下的强子-核子相互作用的许多性质. 最近  $\eta$  介子能否和原子核形成  $\eta$  介核 (Eta-Mesic Nucleus) 引起了理论家和实验家的很大兴趣. 理论计算表明, 对于质量数  $A > 10$  的原子核,  $\eta$  介子可能与原子核形成  $\eta$  介核<sup>[1]</sup>. 当质子动能约为 1 GeV 时, 在质子-原子核碰撞实验中已观察到  $\eta$  介子的产生<sup>[2]</sup>. 这就为研究  $\eta$  介子与原子核能否形成束缚态提供了实验手段. 本文把  $^{24}\text{Mg}$  看作为两个  $^{12}\text{C}$  所组成的集团, 而把  $^{32}\text{S}$  视为由两个  $^{16}\text{O}$  组成的集团<sup>[4]</sup>, 计算了  $\eta^{-24}\text{Mg}$  和  $\eta^{-32}\text{S}$  介核的基态结合能.

大家知道用 Born-Oppenheimer 近似(简称为 B.O. 近似)处理氢分子获得了很大的成功, 这是由于质子与电子的质量比  $m = m_p/m_e$  约为  $2 \times 10^3$ . 对三体系统用 Faddeev 方程处理核物理及粒子物理中的短程力问题是有效的, 但如果在三体系统中出现了长程力的库仑势, 则无法用 Faddeev 方程求解. 近年来 Fonseca<sup>[5]</sup> 的工作扩大了 B.O. 近似的适用范围. 他指出, 即使对小质量比  $m \geq 1$ , 只要轻重粒子之间的相互作用力是短程力, B.O. 近似还是适用的. 我们也曾利用 B.O. 近似计算了  $^8\text{Be}$  超核的基态结合能, 取得了令人满意的结果<sup>[6]</sup>.

由于  $^{24}\text{Mg}$  可以看作是由两个  $^{12}\text{C}$  集团所组成, 而  $^{32}\text{S}$  基态则可以看作两个  $^{16}\text{O}$  集

团所组成,因此我们把上述 Fonseca 扩大的 B.O. 近似方法用于  $\eta$ - $^{24}\text{Mg}$  和  $\eta$ - $^{32}\text{S}$  这样的三体系统,计算了它们的基态束缚能. 根据 Liu 和 Haider 的工作<sup>[1]</sup>,  $\eta$ - $^{12}\text{C}$  和  $\eta$ - $^{16}\text{O}$  都只有一个束缚态,并计算了它们的束缚能,因此对  $\eta$ - $^{12}\text{C}$  和  $\eta$ - $^{16}\text{O}$  可分势,我们取  $S$  波一项可分势,这是因为一秩可分势只有一个束缚态.

下面第二小节我们给出了  $\eta$ - $^{12}\text{C}$  和  $\eta$ - $^{16}\text{O}$  的可分势的形状因子;第三小节叙述了 B.O. 近似的一般框架;第四小节是结果和讨论.

## 二、 $\eta$ - $^{12}\text{C}$ 和 $\eta$ - $^{16}\text{O}$ 的可分势

我们知道,一秩可分势只能有一个束缚态,而  $\eta$ - $^{12}\text{C}$  和  $\eta$ - $^{16}\text{O}$ , 由文献[1]的工作均只有一个束缚态,所以  $\eta$ - $^{12}\text{C}$  和  $\eta$ - $^{16}\text{O}$  可分势取  $S$  波一项是合理的. 对  $\eta$ - $^{12}\text{C}$  和  $\eta$ - $^{16}\text{O}$  的  $S$  波相互作用可分势取为

$$V(\vec{p}, \vec{p}') = \lambda f(p)f(p'), \quad (1)$$

我们取最简单的 Yamaguchi 型<sup>[7]</sup>的  $f(p)$ , 即

$$f(p) = \frac{1}{p^2 + \beta^2}, \quad (2)$$

这里  $\beta$  是力程参量,考虑到  $\eta$  介子与原子核的相互作用,故  $\beta$  可简单地取为  $\eta$  介子的 Compton 波长的倒数,即  $\beta = m_\eta = 2.78\text{fm}^{-1}$ . 在下面的所有计算中,  $\beta$  均取定为这个值. 在(1)式中的  $\vec{p}$  和  $\vec{p}'$  分别为末态和初态的动量;而强度参量  $\lambda$  则可由  $\eta$ - $^{12}\text{C}$  和  $\eta$ - $^{16}\text{O}$  的基态结合能由下式定出:

$$\lambda^{-1} = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \cdot \frac{f^2(p)}{\epsilon_0 - p^2/2m}, \quad (3)$$

这里  $m$  是  $\eta$  介子和  $^{12}\text{C}$  或  $^{16}\text{O}$  的折合质量,即  $m = \frac{m_\eta m_c}{m_\eta + m_c}$  或  $m = \frac{m_\eta m_0}{m_\eta + m_0}$ ,  $m_c$  和  $m_0$  分别为  $^{12}\text{C}$  和  $^{16}\text{O}$  的质量,而  $\epsilon_0$  则表示  $\eta$ - $^{12}\text{C}$  或  $\eta$ - $^{16}\text{O}$  的结合能. 在本文的计算中,我们取文献[1]得到的  $\eta$ - $^{12}\text{C}$  和  $\eta$ - $^{16}\text{O}$  的结合能作为  $\epsilon_0$ , 即对  $\eta$ - $^{12}\text{C}$ ,  $\epsilon_0$  取为  $\epsilon_0 = -1.19\text{MeV}$ , 对  $\eta$ - $^{16}\text{O}$ ,  $\epsilon_0$  则取为  $\epsilon_0 = -3.45\text{MeV}$ . 由此得到  $\lambda$  为

$$\begin{aligned} \lambda &= -60.23\text{fm}^{-5} && \text{对 } \eta\text{-}^{12}\text{C} \\ \lambda &= -62.02\text{fm}^{-5} && \text{对 } \eta\text{-}^{16}\text{O}. \end{aligned}$$

## 三、B.O. 近似方法的一般形式

对于 h-l-h 这样的三体系统,这里 h 表示重粒子, l 表示轻粒子,如果采用图 1 所示的坐标系,那么这个三体系统的薛定谔方程可以写成为

$$\begin{aligned} &\left[ -\frac{\nabla_l^2}{2\mu} - \frac{\nabla_r^2}{2\nu} + V_{lh}\left(\vec{r} - \frac{\vec{R}}{2}\right) + V_{lh}\left(\vec{r} + \frac{\vec{R}}{2}\right) + V_{hh}(\vec{R}) \right] \Psi(\vec{r}, \vec{R}) \\ &= E\Psi(\vec{r}, \vec{R}) \end{aligned} \quad (4)$$

这里  $\mu$  是两个重粒子的约化质量,  $\mu = \frac{m_h}{2}$ ,  $m_h$  是重粒子的质量,  $\nu$  是三体系统的约化

质量,  $\nu = \frac{2m_h m_1}{2m_h + m_1}$ ,  $m_1$  是轻粒子的质量;  $V_{lh}$  和  $V_{hh}$  分别表示轻粒子和重粒子的相互作用势或两个重粒子之间的相互作用势.

B.O. 近似方法的关键之处是把波函数  $\psi(\vec{r}, \vec{R})$  分成两个波函数的乘积, 即:

$$\psi(\vec{r}, \vec{R}) = \phi(\vec{r}, \vec{R})\phi(\vec{R}); \quad (5)$$

这样方程(4)就可以分解为两个方程, 其中  $\phi(\vec{r}, \vec{R})$  是如下双中心问题的本征函数:

$$\left[ -\frac{\nabla_r^2}{2\nu} + V_{lh}\left(\vec{r} - \frac{\vec{R}}{2}\right) + V_{lh}\left(\vec{r} + \frac{\vec{R}}{2}\right) \right] \phi(\vec{r}, \vec{R}) = \varepsilon(R)\phi(\vec{r}, \vec{R}), \quad (6)$$

这个双中心薛定谔方程经 Fourier 变换后, 可在动量空间中严格求解, (6)变换到动量空间后成为<sup>[5]</sup>

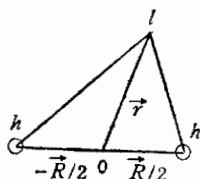


图 1

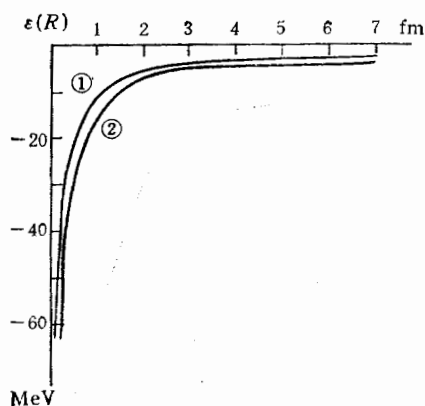


图 2

$$1 - \lambda \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{f^2(p)}{\varepsilon(R) - p^2/2\nu} + \Lambda \left[ -\lambda \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \cdot \frac{f^2(p)}{\varepsilon(R) - p^2/2\nu} \right] = 0, \quad (7)$$

上式中  $\Lambda$  是  $\phi(\vec{r}, \vec{R})$  相对于交换两个重粒子的对称性量子数,  $\Lambda$  可取  $+1$  或  $-1$ . 计算表明只有  $\Lambda = +1$  时,  $\varepsilon(R)$  才对所有的  $R$  都存在解<sup>[5]</sup>, 因此在计算束缚能时只需考虑  $\Lambda = +1$  时的解. 方程(7)是可以严格求解得到  $\varepsilon(R)$ , 在图 2 中画出了利用(2)式, (3)式和(7)式求得的  $\varepsilon(R)$ , 这即是  $\eta$  介子在双中心势场中势能的面图; 其中曲线①是  $^{12}\text{C}$ - $^{12}\text{C}$  的情况, 曲线②则是  $^{16}\text{O}$ - $^{16}\text{O}$  的情况.

(5)式中的  $\phi(R)$  是如下薛定谔方程的本征函数:

$$\left[ -\frac{\nabla_R^2}{2\mu} + V_{hh}(R) + \varepsilon(R) \right] \phi(\vec{R}) = E\phi(\vec{R}), \quad (8)$$

该方程相应于  $h$ - $h$  之间由于存在轻粒子  $l$  而增加了一项等效势  $\varepsilon(R)$ , 求解方程(8)即可得这个三体系统的基态结合能.

对于  $^{16}\text{O}$ - $^{16}\text{O}$  来说,  $V_{\infty}(\vec{R})$  选为<sup>[4]</sup>

$$V_{\infty}(R) = -V_0 / \left( 1 + \exp\left(\frac{R - R_0}{a}\right) \right) + V_c(R), \quad (9)$$

其中  $V_c(R)$  为库仑势, 其形式为

$$V_c(R) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2R_c} \left( 3 - \frac{R^2}{R_c^2} \right) & R < R_c \\ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} & R > R_c, \end{cases} \quad (10)$$

$Z_1$  和  $Z_2$  是核电荷数, 由文献[4],  $R_c = R_0$ , 以及各参数为

$$\begin{aligned} V_0 &\approx 270 \text{ MeV}, \quad R_0 \approx 2.7-2.8 \text{ fm}, \\ a &\approx 0.8-0.9 \text{ fm}. \end{aligned} \quad (11)$$

对于  $^{12}\text{C}-^{12}\text{C}$  来说,  $V_{cc}(R)$  的形式与(9)式一样

$$V_{cc}(R) = -V_0 / \left( 1 + \exp\left(\frac{R - R_0}{a}\right) \right) + V_c(R), \quad (12)$$

其中  $V_c(R)$  的形式与(10)式相同, 但是对  $V_{cc}(R)$  中光学势的参数  $V_0, R_0$  和  $a$  则取如下数值

$$\begin{aligned} V_0 &= 282.0 \text{ MeV}, \quad R_0 = 2.453 \text{ fm}, \\ a &= 0.736 \text{ fm}. \end{aligned} \quad (13)$$

这时可以拟合  $^{24}\text{Mg}$  的结合能  $-13.9\text{MeV}$ . 在(13)式中  $R_0$  的大小是这样定出的, 因为  $R_0$  与  $A^{1/3}$  成正比, 这是根据光学势的性质而得出的, 这里  $A$  是原子核的质量数, 故从(11)式给出的  $R_0$  的数值和  $^{12}\text{C}$  与  $^{16}\text{O}$  的质量数之比给出了(12)式中的  $R_0 = 2.453 \text{ fm}$ ; 这里与文献[4]一样也假定有  $\frac{a}{R_0} = 0.3-0.4$ , 因此由  $R_0 = 2.453\text{fm}$ , 取  $\frac{a}{R_0} = 0.3$  得  $a = 0.736 \text{ fm}$ . 同样在  $^{12}\text{C}-^{12}\text{C}$  的情况下亦取  $R_c = R_0$ . 关于(12)式中光学势中  $V_0, R_0$  和  $a$  的其它值则列在表 2 中, 它们同样给出了  $^{24}\text{Mg}$  的结合能  $-13.9\text{MeV}$ , 至于  $R_0$  和  $a$  的值则和上述方法相同的方式定出的.

把解方程(7)得到的  $\varepsilon(R)$  代入方程(8)中, 利用上面给出的  $V_{\infty}(R)$  和  $V_{cc}(R)$  及相应的参数, 我们就可以计算出  $\eta-^{24}\text{Mg}$  和  $\eta-^{32}\text{S}$  的基态束缚能了.

#### 四、结果和讨论

利用上节给出的  $V_{\infty}(R)$  和  $V_{cc}(R)$  以及求解方程(7)得到的  $\varepsilon(R)$ , 解方程(8), 我们计算得到的  $\eta-^{32}\text{S}$  和  $\eta-^{24}\text{Mg}$  的束缚能分别如表 1 和表 2 所示. 在计算  $\eta-^{32}\text{S}$  的束缚能时, 光学势参数均取由文献[4]给出的数值; 而在计算  $\eta-^{24}\text{Mg}$  的束缚能时, 光学势中的参数  $R_0$  和  $a$  是利用上节所述的方法定出的, 而  $V_0$  的大小则是由拟合  $^{24}\text{Mg}$  的结合能  $-13.9\text{MeV}$  定出的. 在图 3 中画出了三体系统总的势能  $V_{\text{tot}}(R)$ , 其中曲线①是  $V_{\text{tot}}(R) = V_{cc}(R) + \varepsilon(R)$ , 曲线②是  $V_{\text{tot}}(R) = V_{\infty}(R) + \varepsilon(R)$ ; 光学势所用的参数如图 3 所示.

根据文献[1]的工作, 原子核质量数越大, 则  $\eta$  介子与该原子核的束缚能也越大(指绝对值), 我们的计算结果也是如此. 在文献[1]的工作中给出的  $\eta-^{26}\text{Mg}$  的结合能为  $-6.39\text{MeV}$ ,  $\eta-^{40}\text{Ca}$  的结合能为  $-8.91\text{MeV}$ . 从表 1 和表 2 中看到, 我们的计算结果与文献[1]得到的结果是在接近的数值范围内, 这也说明我们用 B.O. 近似来计算  $\eta-^{24}\text{Mg}$

和  $\eta$ - $^{32}\text{S}$  的基态束缚能所得到的结果是可靠的, B. O. 近似可以用于像  $\eta$ - $^{24}\text{Mg}$  和  $\eta$ - $^{32}\text{S}$  这样的三体系统.

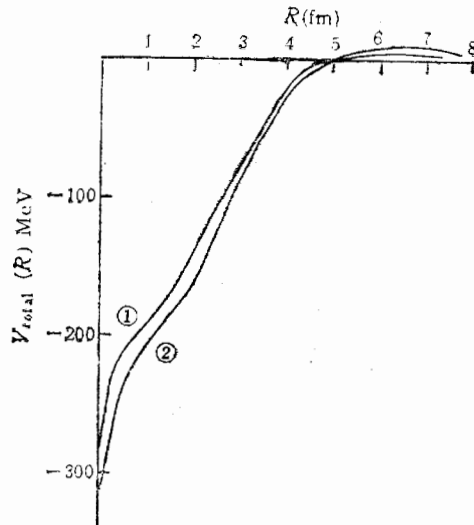


图 3 ①  $V_0 = 268 \text{ MeV}$ ,  $R_c = 2.54 \text{ fm}$ ,  $a = 0.736 \text{ fm}$

②  $R_c = 2.8 \text{ fm}$ ,  $a = 0.8 \text{ fm}$

表 1  $\eta$ - $^{32}\text{S}$  的基态束缚能

$R_0(\text{fm})$	$a(\text{fm})$	$E(\text{MeV})$
2.8	0.8	-8.78
2.7	0.8	-8.73
2.8	0.9	-8.39
2.8	0.8	-8.35

表 2  $\eta$ - $^{24}\text{Mg}$  的基态束缚能

$V_0(\text{MeV})$	$R_0(\text{fm})$	$a(\text{fm})$	$E(\text{MeV})$
282.0	2.453	0.736	-5.04
268.0	2.544	0.736	-5.07
268.0	2.453	0.98	-4.65
258.0	2.544	0.98	-4.63

由于像文献[1]那样用光学模型来计算  $\eta$  介子与原子核的结合能时, 这时把原子核当作一个整体来看待, 如果原子核有明显的集团结构, 如  $^{24}\text{Mg}$  核可以分为两个  $^{12}\text{C}$  集团, 这时用 B.O. 近似方法, 利用已经得到的  $\eta$ - $^{12}\text{C}$  的束缚能数据, 就能计算出  $\eta$ - $^{24}\text{Mg}$  的束缚能了. 且 B.O. 近似方法物理图象清楚, 计算简单, 这些都是用 B.O. 近似方法来处

理  $\eta$ - $^{24}\text{Mg}$  和  $\eta$ - $^{32}\text{S}$  束缚能的优点.

最后我们要指出, 本文是利用拟合  $^{24}\text{Mg}$  和  $^{32}\text{S}$  基态结合能的实验数据定出的光学势来求出  $\eta$ - $^{24}\text{Mg}$  和  $\eta$ - $^{32}\text{S}$  的基态束缚能, 因为这样的光学势只有实部没有虚部, 因此不能求出  $\eta$  介核的能级宽度, 但这样求出的  $\eta$  介核的基态束缚能应该认为是可靠的.

### 参 考 文 献

- [1] L. C. Liu and Q. Haider, *Phys. Rev.*, **C34** (1986), 1845.
- [2] P. Berthet et al., *Nucl. Phys.*, **A443** (1985), 589.
- [3] R. A. Baldock and B. Buck, *J. Phys., G. Nucl. Phys.*, **12**(1986), L29.
- [4] V. G. Neudatchin et al., *Phys. Lett.*, **34B**(1971) 581.
- [5] A. C. Fonseca and P. E. Shanley, *Ann. Phys.*, **117**(1979), 268.
- [6] 袁竹书等, 高能物理与核物理, **9**(1985), 765.
- [7] Y. Yamaguchi, *Phys. Rev.*, **95**(1954), 1728.

## BOUND STATES OF $\text{ETA-}^{24}\text{Mg}$ AND $\text{ETA-}^{32}\text{S}$

LING YOUGUANG

(*Institute of Nuclear Research, Chinese Academy of Sciences*)

QIU ZHIHONG

(*Department of Physics, Fudan University, Shanghai*)

### ABSTRACT

The  $\text{Eta-}^{24}\text{Mg}$  mesic nucleus and the  $\text{Eta-}^{32}\text{S}$  mesic nucleus are considered as the  $^{12}\text{C-Eta-}^{12}\text{C}$  and  $^{16}\text{O-Eta-}^{16}\text{O}$  three body systems respectively. With the separable potentials which include only S-wave  $\text{Eta-}^{12}\text{C}$  and  $\text{Eta-}^{13}\text{O}$  interactions as the effective interactions, the Schrödinger equations of the systems are solved in the Born-Oppenheimer approximation. The two-center problems are solved exactly first, and then the binding-energies of  $\text{Eta-}^{24}\text{Mg}$  and  $\text{Eta-}^{32}\text{S}$  are calculated. The calculated results are satisfactory.