

核子-核子短程关联对 $x > 1$ 区域 原子核结构函数的影响*

曹志军 沈建平 厉光烈

(中国科学院高能物理研究所,北京)

摘要

利用 Jastrow 关联波函数,重新讨论了核子-核子短程关联对原子核结构函数的作用,发现在选用正确的单粒子能量和包括核子间短程对关联效应在内的核内核子动量密度分布以后,并不能解释原子核结构函数在 $x > 1$ 区域的实验数据。

一、引言

EMC 效应能否在传统核物理框架里得到解释,一直是一个令人感兴趣的问题。1985 年, Akulinichev 等^[1]指出, EMC 效应在传统核物理框架中用包括核内核子束缚能在内的费米运动修正来解释。但是,我们已经发现^[2]: Akulinichev 等用以估算核内核子平均单粒子能量的方法仅对密度无关的核子-核子相互作用才是对的。而在核多体理论中,任何与密度无关的核子-核子相互作用都无法给出与实验相符合的平均结合能(理论值约为实验值的一半)。因此,他们的方法是不自洽的。我们利用密度相关的 Skyrme 力给出的 Hartree-Fock 单粒子能量和波函数,重新分析了核内核子能动量分布对 EMC 效应的贡献,发现在选用正确的单粒子能量和波函数以后,EMC 效应不能仅仅用包括核内核子束缚能在内的费米运动修正来解释。

不久前, Akulinichev 和 Shlomo^[3]通过考虑核子-核子短程关联效应考察了原子核结构函数在核子 Bjorken 标度变量 $x > 1$ 区域的行为,指出核子-核子短程关联的作用不容忽视。他们利用文献[4, 5]给出的包括核子间短程对关联效应在内的核内核子动量密度分布的近似表达式,很好地解释了原子核 ^{12}C 的结构函数在 $x > 1$ 区域的实验数据。但是,我们注意到 Akulinichev 和 Shlomo 所取的核内核子关联动量密度分布参数 β 值在通常人们所取 β 值范围之外。我们发现,若取正确的核内核子动量密度分布,即使仍然按照 Akulinichev 和 Shlomo 的计算方法,也不能很好地解释原子核 ^{12}C 的结构函数。

* 国家自然科学基金资助项目

本文 1989 年 4 月 29 日收到。

在 $x > 1$ 区域的行为。

本文利用 Jastrow 关联波函数, 重新讨论了核子-核子短程关联对原子核结构函数的贡献, 同样发现在选用正确的单粒子能量和包括核子间短程对关联效应在内的核内核子动量密度分布以后, 不能解释原子核结构函数在 $x > 1$ 区域的实验数据, 亦即核子间短程对关联效应对原子核结构函数的影响并不象 Akulinichev 和 Shlomo 所认为的那样重要。

二、原子核结构函数

原子核结构函数 $F_{2A}(x, Q^2)$, 可用卷积表示为^[1,3]

$$F_{2A}(x, Q^2) = \int_x^\infty dz f(z) F_2^N \left(\frac{x}{z}, Q^2 \right). \quad (1)$$

其中,

$$f(z) = \sum_\lambda \int_a^\infty \frac{M_N p dp}{(2\pi)^3} |\varphi_\lambda(\mathbf{p})|^2. \quad (2)$$

$x = \frac{Q^2}{2M_N q_0}$, $Q^2 = -q^2$, $z = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}}{M_N q_0} = (p_0 + p_3)/M_N$ (被敲出核子动量 \mathbf{p} 的第三分量

取在动量转移 \mathbf{q} 的方向, 在 Bjorken 标度极限下有 $q_3/q_0 = 1$), $p_0 = M_N + \epsilon_1$, $a = |p_3| = |M_N(z-1) - \epsilon_1|$, M_N 为核子的质量, $\varphi_\lambda(\mathbf{p})$ 是处于单粒子态 λ 上的核子在动量空间的波函数, ϵ_1 为其相应的分离能, $\varphi_\lambda(\mathbf{p})$ 满足归一化条件

$$\int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} |\varphi_\lambda(\mathbf{p})|^2 = 1. \quad (3)$$

$F_2^N(x, Q^2)$ 是自由核子的结构函数, 其参数化的解析表达式由文献[11-13]给出。

在(2)式中, 人们通常采用原子核独立粒子模型来描述核内核子的动量分布。该模型只考虑了核子-核子相互作用的平均效应, 忽略了核子间的短程关联作用。在原子核中, 当两个核子靠近到一定距离 ($\sim 1\text{ fm}$) 时, 核子间存在着很强的排斥作用, 导致所谓的核子间短程关联效应, 它对许多核现象, 特别是涉及大动量转移的核过程, 起着重要的作用, 因此引起了人们的广泛兴趣^[4-16]。由于目前理论上尚缺乏正确处理核内核子间短程关联效应的相对论动力学方法, 通常用 Brueckner-Bethe-Goldstone 方程或 Jastrow 方法对它进行唯象地描述。

Jastrow 建议^[6]引入关联因子 $f(r_{ik})$ 来修正原子核 ${}^{4}\text{Z}$ 的独立粒子模型波函数 $\psi(1, 2, \dots, A)$:

$$\psi^J(1, 2, \dots, A) = \psi(1, 2, \dots, A) \prod_{\substack{i, k=1 \\ i < k}}^A f(r_{ik}). \quad (4)$$

其中, $\psi^J(1, 2, \dots, A)$ 为已考虑了核内核子间短程关联修正的原子核波函数, $\psi(1, 2, \dots, A)$ 由独立粒子模型单粒子波函数 $\phi_a(\mathbf{r})$ 的 Slater 行列式给出:

$$\Psi(1, 2, \dots, A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \begin{vmatrix} \phi_{a_1}(1) & \phi_{a_1}(2) & \cdots & \phi_{a_1}(A) \\ \phi_{a_1}(1) & \phi_{a_1}(2) & \cdots & \phi_{a_1}(A) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{a_A}(1) & \phi_{a_A}(2) & \cdots & \phi_{a_A}(A) \end{vmatrix} \quad (5)$$

a_i 表示描写该单粒子态的完备量子数集。关联因子 $f(r_{ik})$ 是核子间距 r_{ik} 的函数，它反映了核子-核子相互作用在短程 ($r_{ik} \lesssim 1\text{ fm}$) 的强排斥作用对原子核独立粒子模型波函数的修正，具有以下渐近行为

$$\begin{aligned} f(r_{ik}) &\rightarrow 0, \quad r_{ik} \rightarrow 0; \\ f(r_{ik}) &\rightarrow 1, \quad r_{ik} \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (6)$$

由于对原子核内真实的核子-核子相互作用，特别是它的离壳 (off-shell) 性质不甚清楚，人们只能唯象地分析关联因子的物理作用。

对 $f(r_{ik})$ 作 Fourier-Bessel 变换

$$f(r_{ik}) \equiv n_e [1 - g(r_{ik})] = n_e \left[1 - \int dq W(q) j_0(qr_{ik}) \right]. \quad (7)$$

其中， $j_0(qr_{ik})$ 是球 Bessel 函数， $W(q)$ 为 $g(r_{ik})$ 的 Fourier 变换， n_e 是归一化因子。由 Bessel 函数的性质

$$j_0(qr_{ik}) = 4\pi \sum_{\lambda m_\lambda} j_\lambda(qr_i) j_\lambda(qr_k) Y_{\lambda m_\lambda}^*(\hat{r}_i) Y_{\lambda m_\lambda}(\hat{r}_k) \quad (8)$$

可以看出^[7]，关联因子给出了两个独立运动的核子间相互交换动量的行为，所交换的动量由 $g(r_{ik})$ 或 $W(q)$ 给出。

由 (6) 式可知， $g(r_{ik})$ 仅在短程才非零。一般来说，(4) 式中的独立粒子项和含 $g(r_{ik})$ 的线性项的贡献是主要的^[7]。由此得到 Jastrow 关联单粒子波函数 $\phi_a^J(r)$ 为^[9]

$$\phi_a^J(1) = \phi_a(1) - \sum_r \langle \phi_r(2) | g(1, 2) | [\phi_a(1)\phi_r(2) - \phi_a(2)\phi_r(1)] \rangle. \quad (9)$$

式中 ϕ_a , ϕ_r 为独立粒子模型单粒子波函数， \sum_r 是对所有占据态求和。显然，第二项是由于考虑了核内核子短程对关联效应引起的对独立粒子模型单粒子波函数 $\phi_a(1)$ 的修正。

令

$$\phi_a(r) = R_{n_\alpha l_\alpha}(r) \sum_{\mu_\alpha \nu_\alpha} \left\langle l_\alpha \mu_\alpha \left| \frac{1}{2} \nu_\alpha \right| j_\alpha m_\alpha \right\rangle Y_{l_\alpha m_\alpha}(\hat{r}) \left| \frac{1}{2} \nu_\alpha \right\rangle \quad (10)$$

由(9)式，我们计算得到

$$\begin{aligned} \phi_a^J(r_1) &= \phi_a(r_1) - \phi_a(r_1) \sum_b (2j_r + 1) \int dq W(q) j_0(qr_1) \\ &\quad \cdot \int_0^\infty dr_2 r_2^2 |R_{n_\gamma l_\gamma}(r_2)|^2 j_0(qr_2) + \sum_{M, \nu'_r} \left\langle LM \left| \frac{1}{2} \nu'_r \right| j_\alpha m_\alpha \right\rangle \\ &\quad \cdot \left| \frac{1}{2} \nu'_r \right\rangle \left| \frac{1}{2} \tau_{3\alpha} \right\rangle Y_{LM}(\hat{r}_1) \sum_b \int dq W(q) \delta_{r_3 r_2} V_{\alpha r L}(q, r_1). \end{aligned} \quad (11)$$

其中，

$$\begin{aligned}
 V_{\alpha\gamma L}(q, r_1) = & \sum_{\lambda} R_{\alpha\gamma l_\gamma}(r_1) j_\lambda(qr_1) (-1)^{L-l_\alpha} (2\lambda + 1) (2j_\gamma + 1) (2l_\gamma + 1) \\
 & \cdot \sqrt{(2l_\alpha + 1)(2L + 1)} W\left(j_\alpha, \lambda, \frac{1}{2} l_\gamma; j_\gamma l_\alpha\right) W\left(j_\alpha, \lambda, \frac{1}{2} l_\gamma; j_\gamma L\right) \\
 & \cdot \binom{l_\gamma}{0} \binom{\lambda}{0} \binom{l_\alpha}{0} \int dr_2 r_2^2 R_{\alpha\gamma l_\gamma}^*(r_2) j_\lambda(qr_2) R_{\alpha l_\alpha}(r_2). \quad (12)
 \end{aligned}$$

\sum 是对所有占据能级求和。对 ^{12}C , 有 $L = l_\alpha$.

严格地说, 上式仅对 (nlj) 壳为核子填满的原子核(如 ^{12}C) 才成立。对 ^4He 、 ^{16}O 等 (nl) 为满壳的原子核,(11)、(12)式简化为

$$\phi_a^J(r_1) = \phi_a(r_1) \left\{ 1 - \sum_{\alpha\gamma l_\gamma} \int dq W(q) [U_{\alpha\gamma}(q, r_1) - \delta_{\alpha\gamma} \delta_{l_\gamma l_\alpha} V_{\alpha\gamma}(q, r_1)] \right\} \quad (13)$$

其中,

$$U_{\alpha\gamma}(q, r_1) = \sum_{l_\gamma} (2j_\gamma + 1) j_0(qr_1) \int_0^\infty dr_2 r_2^2 |R_{\alpha\gamma l_\gamma}(r_2)|^2 j_0(qr_2) \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
 V_{\alpha\gamma}(q, r_1) = & (2l_\gamma + 1) \sum_{\lambda} (2\lambda + 1) \binom{l_\gamma}{0} \binom{\lambda}{0} \binom{l_\alpha}{0}^2 j_\lambda(qr_1) \frac{R_{\alpha\gamma l_\gamma}(r_1)}{R_{\alpha l_\alpha}(r_1)} \\
 & \cdot \int_0^\infty dr_2 r_2^2 R_{\alpha\gamma l_\gamma}^*(r_2) j_\lambda(qr_2) R_{\alpha l_\alpha}(r_2). \quad (15)
 \end{aligned}$$

应该指出, 在计算中通常取 $W(q)$ 为 $\delta(q - q_c)$ ^[7-9], 即

$$g(r_{ik}) = j_0(q_c r_{ik}). \quad (16)$$

这相当于两个核子在短程交换 q_c 大小的动量, q_c 为关联参量。通过与实验相比较, 对 ^{12}C 、 ^{16}O 等较轻的原子核, q_c 的取值范围是^[7-9]

$$250 \text{ MeV}/c \leq q_c \leq 400 \text{ MeV}/c. \quad (17)$$

三、结果与讨论

运用前面计算得到的 Jastrow 关联单粒子波函数和文献[2]给出的单粒子能量, 我们计算了原子核 ^{12}C 的结构函数。图 1 给出了我们的计算结果。在我们的计算中, 考虑到原子核 ^{12}C 的 Hartree-Fock 单粒子波函数^[12]与谐振子波函数的差别甚小, 为了计算方便, 我们将(11)式中独立粒子模型单粒子波函数取为谐振子波函数。自由核子结构函数 $F_2^N(x, Q^2)$ 由文献[12]中的第二组参数给出 (Q^2 取为 $20 \text{ GeV}^2/c^2$)。实线和点划线是分别相应于 q_c 等于 $300 \text{ MeV}/c \sim 400 \text{ MeV}/c$ 和 $250 \text{ MeV}/c$ 的计算结果。从图 1 中可以看出, 无论 q_c 为 $400 \text{ MeV}/c$ 、 $300 \text{ MeV}/c$ 还是 $250 \text{ MeV}/c$, 都无法解释原子核 ^{12}C 结构函数的实验数据。

我们注意到 Akulinichev 和 Shlomo 根据文献[4,5]给出的核内核子动量密度分布

$$N(p) = N_{mf}(p) + N_e(p) \quad (18)$$

其中, $N_{mf}(p)$ 为平均场非关联动量密度分布, 如谐振子的动量密度分布。 $N_c(p)$ 为核

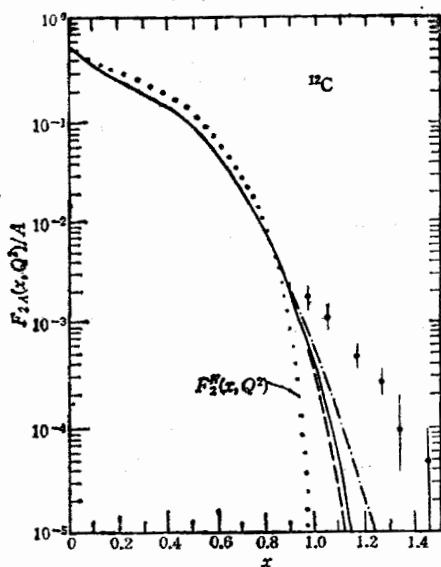


图 1 原子核 ^{12}C 结构函数随 x 的变化
点划线和实线为 $q_c = 250 \text{ MeV}/c$ 和 $300 \text{ MeV}/c \sim 400 \text{ MeV}/c$ 的计算结果, 虚线是未考虑核子-核子短程关联的结果。实验数据取自文献[14]

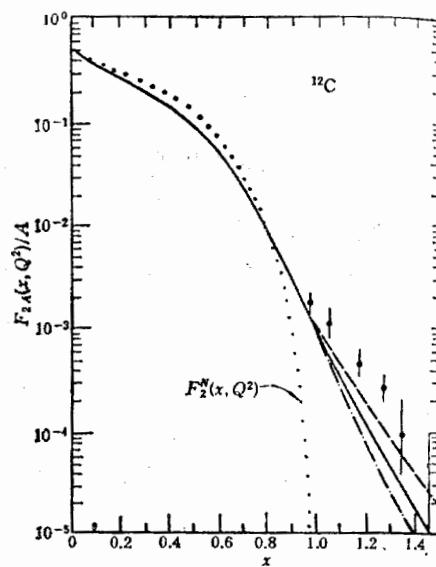


图 2 原子核 ^{12}C 结构函数随 x 的变化
虚线、实线和点划线为 $\beta = 1.5 \text{ fm}, 1.9 \text{ fm}$ 和 2.3 fm 的计算结果。实验数据取自文献[14]

内核子间短程关联动量密度分布, 可近似表示为

$$N_c(p) = N_c(p_c) e^{-\beta p}, \quad p > 2 \text{ fm}^{-1}. \quad (19)$$

$N(p)$ 满足如下的归一化条件

$$\int dp p^2 N(p) = A. \quad (20)$$

他们取 $\beta = 1.5 \text{ fm}$, 计算了原子核 ^{12}C 的结构函数, 并很好地解释了原子核 ^{12}C 结构函数在 $x > 1$ 的实验结果^[3]。但是我们发现, Akulinichev 和 Shlomo 所取的核内核子关联动量密度参数 β 值为 1.5 fm , 在通常人们所取的 β 值范围[4,5]:

$$\beta = 2.1 \pm 0.2 \text{ fm} \quad (21)$$

之外。我们选取正确的 β 值和单粒子能量, 重复了 Akulinichev 和 Shlomo 的计算, 计算结果如图 2 所示。从图 2 中可以看出, 若取正确的 β 值和单粒子能量, 即使仍然按照 Akulinichev 和 Shlomo 的计算方法, 也不能很好地解释原子核 ^{12}C 结构函数在 $x > 1$ 区域的实验数据。

综上所述, 仅仅考虑包括核内核子束缚能和核子-核子短程关联效应在内的费米运动修正, 并不能解释原子核结构函数在 $x > 1$ 区域的实验数据。要解释这一实验结果, 看来需要引入非核子自由度。很显然, 更精确的实验数据是需要的。

参 考 文 献

- [1] S. V. Akulinichev, G. M. Vagradov and S. A. Kulagin, *JETP Lett.*, **42**(1985), 127;
S. V. Akulinichev, S. A. Kulagin and G. M. Vagradov, *Phys. Lett.*, **B158**(1985), 485;
S. V. Akulinichev, S. Shlomo, S. A. Kulagin and G. M. Vagradov, *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985), 2239.
- [2] G. L. Li, K. F. Liu and G. E. Brown, *Phys. Lett.*, **B213**(1988), 531;
G. L. Li and K. F. Liu, *High Energy Phys. and Nucl. Phys. (Allerton Press, Inc./New York)*, **13**(1989), No. 1;
厉光烈, 沈建平和曹志军, 物理学进展, **9**(1989), 33.
- [3] S. V. Akulinichev and S. Shlomo, *Phys. Rev.*, **C33**(1986), 1551.
- [4] J. G. Zabolitzky and W. Ey, *Phys. Lett.*, **B76**(1978), 527.
- [5] J. Van Orden, W. Truem and M. K. Banerjee, *Phys. Rev.*, **C21**(1980), 2628.
- [6] R. Jastrow, *Phys. Rev.*, **98**(1955), 1479.
- [7] M. G. Huber, *Ann. Phys. (Paris)*, **5**(1970), 239.
- [8] V. Gillet, *High-Energy Physics and Nuclear Structure*, 5th Int. Conf. High-Energy Phys. & Nucl. Structure, (Uppsala, 1973), P. 340.
- [9] W. Weise, *Nucl. Phys.*, **A193**(1972), 625.
- [10] R. Guardiola and E. Oset, *Nucl. Phys.*, **A234**(1974), 458.
- [11] A. J. Buras and K. J. F. Gaemers, *Nucl. Phys.*, **B132**(1978), 249.
- [12] D. W. Duke and J. F. Owens, *Phys. Rev.*, **D30**(1984), 49.
- [13] M. Glück, E. Hoffmann and E. Reya, *Z. Phys.*, **C13**(1982), 119.
- [14] I. A. Savin, Dubna, Joint Inst. for Nucl. Research, Report No. D1, 2-81-728, 1981.

THE ROLE OF NUCLEON-NUCLEON SHORT-RANGE CORRELATIONS IN THE NUCLEAR STRUCTURE FUNCTION IN THE $x > 1$ REGION

CAO ZHIJUN, SHEN JIANPING, LI GUANGLIE

(Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing)

ABSTRACT

By using the Jastrow correlation wave function, the role of nucleon-nucleon short-range correlations in the nuclear structure function is reanalyzed. The result shows that, with the correct single-particle energies and the proper momentum density distribution of nucleons in the nucleus including the effect of nucleon-nucleon short-range correlations, the experimental data of the nuclear structure function in the $x > 1$ region could not be well explained.