

$SU(2)$ 格点规范 Monte-Carlo 的 非禁闭迹象*

萨本豪

(中国原子能科学研究院,北京)

朱正坤

(苏州大学)

张孝泽 金星南

(中国原子能科学研究院,北京)

摘 要

本文用蒙特卡罗模拟方法讨论了 $SU(2)$ 纯格点规范场($8^3 \times 4$ 点阵)的有限温度问题及其相应的零温问题(8^4 点阵). 并计算了系统的能量密度、热容和熵密度. 它们的温度行为均表明在 $T/\Lambda_L = 40-50$ 区域有非禁闭相变发生.

一、引 言

规范理论是研究基本粒子物理和强相互作用的一个有力手段. 近年来发展起来的格点规范蒙特卡罗 (MC)^[1] 又为非微扰规范理论研究带来了新局面. 自从有了关于核物质新形态的理论预言^[2]和得到了一些实验初步结果^[3]后,人们热衷于弄清在足够高的温度下是否真有发生非禁闭相变的可能.

以往研究非禁闭相变大都集中于研究 Wilson loop 和 $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ 的温度行为^[4]. 而对研究熵等具有几率和类型的物理量重视不够. 本文用纯 $SU(2)$ 格点规范场的 MC 模拟研究了格点系统的能量密度、热容和熵的温度行为,并看到了发生非禁闭相变的迹象.

本文将在第二节给出格点规范 MC 的要点. 在第三节和第四节具体讨论零温下和有限温度下的格点系统的物理性质. 第五节是结论和进一步研究的打算.

二、格点规范蒙特卡罗要点

格点规范 MC 可以说是场论与统计物理结合的典型. 在同一个理论框架里既能研究零温的,也可以研究有温度的问题. 在欧氏格点规范理论中,物理量的期待值定义成如下标准形式^[5]

$$\langle 0 \rangle = \frac{1}{Z} \sum_{[U]} O([U]) \exp\{-\beta_g \cdot S_G([U])\} \quad (1)$$

* 国家自然科学基金资助项目.
本文 1987 年 5 月 22 日收到.

$$z = \sum_{[U]} \exp\{-\beta_g \cdot S_G([U])\} \quad (2)$$

其中 $[U]$ 代表链变量的组态。 $\beta_g \cdot S_G$ 是下面要提及的 Wilson 作用量。假如链变量 U 属于一个分立的规范群, (1), (2) 式中 $\sum_{[U]}$ 是通常求和; 假如 U 属于连续李群, 那么它是群多重度上的不变积分。 z 代表配分函数。能量密度、热容和熵可以分别写成下列形式:

$$\langle \varepsilon \rangle = -\frac{1}{V} \frac{\partial(\ln z)}{\partial(1/T)} = \frac{\beta_g}{V} \left\langle \frac{\partial S_G}{\partial(1/T)} \right\rangle \quad (3)$$

$$C_V = \frac{\partial \langle \varepsilon \rangle}{\partial T} \quad (4)$$

$$S(T) - S(\infty) = V \left[\frac{\langle \varepsilon \rangle}{T} - \int_0^{1/T} \langle \varepsilon' \rangle d\left(\frac{1}{T'}\right) \right] \quad (5)$$

计算热容的另一种方法为下式

$$C_V = \frac{\langle \varepsilon^2 \rangle - \langle \varepsilon \rangle^2}{T^2} \quad (6)$$

计算物理量期望值的 Monte-Carlo 方法是: 根据分布 $\exp(-\beta_g S_G)$ 抽样链变量组态, 物理量的期望值的估计为:

$$\langle O \rangle_{MC} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I O([U]_i) \quad (7)$$

其中 I 是抽样的组态总数。本文中具体采用的是热浴方法^[6]。

三、零温度情形

零温度情况下讨论的是四维空间的对称点阵 N^4 。并在每个方向上加上周期性边界条件。Wilson 作用量的形式如下:

$$\beta_g S_G = \beta_g \sum_{1 \leq \mu < \nu \leq 4} P_x^{\mu\nu} \quad (8)$$

$$P_x^{\mu\nu} = 1 - 1/N_c \text{Re tr} U_x^\mu U_{x+\mu}^\nu U_{x+\nu}^{\mu+} U_x^{\nu+} \quad (9)$$

其中 U_x^μ 代表由 x 地址发出指向 μ ($\mu = 1, 2, 3, 4$) 的链变量, $\beta_g = 2N_c/g_E^2$, g_E 是耦合常数, N_c 为色的数目。

把方程(1)(2),(8)和统计力学中的配分函数和物理量期望值的标准表示相比较。可见: $\exp(-\beta_g S_G)$ 和 β_g 各起着 Boltzmann 因子和温度倒数的作用(仅是形式而已)。这样从式(3)和(4)可得:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{6N_c}{a^3} \cdot \bar{P} \quad (10)$$

$$C_V = \frac{\beta_g^2}{N^3 a^3} \left[\left\langle \left(\sum_{\mu < \nu} P_x^{\mu\nu} \right)^2 \right\rangle - \left\langle \sum_{\mu < \nu} P_x^{\mu\nu} \right\rangle^2 \right] \quad (11)$$

其中

$$\bar{P} = \frac{1}{6N^4} \left\langle \sum_{\mu < \nu} P_{\mu\nu}^{\mu\nu} \right\rangle \quad (12)$$

称为平均方格。

四、有温度情形

研究有温度^[5,8-10]的量子场的性质,人们总是从哈密顿形式出发

$$z = \text{Tr} e^{-H/T} \quad (13)$$

以 $1/T$ 类比 τ (时间),并把上式以路径积分形式改写^[9],最后又可得到公式(1)和(2)。但是现在 $1/T$ 作为时间方向积分的上限而出现在拉格朗日密度表示中。

在格点规范理论中,对有温度情况研究的总是空间方向无限而时间方向有限的点阵,并加给时间方向相应的力学量以周期边界条件,且有。

$$T = \frac{1}{N_t a_t} \quad (14)$$

其中 a_t, N_t 分别为时间方向的点阵间距和点阵长度。并取 Wilson 作用量

$$S_G([U]) = \frac{2N_c}{g_t^2} \xi^{-1} \sum_{\mu < \nu < 4} P_{\mu\nu}^{\mu\nu} + \frac{2N_c}{g_t^2} \xi \sum_{\mu < 4} P_{\mu 4}^{\mu 4} \quad (15)$$

其中 $\xi = a_s/a_t$, a_s 为空间方向的点阵间距。从方程(2-3)和(14)可得到:

$$\langle \varepsilon(T) \rangle = \frac{1}{N_t V} \left\langle \frac{\partial S_G}{\partial a_t} \right\rangle \quad (16)$$

原式(3)中的 β_g 已被吸收到 S_G 中去(下同)。

在实际 MC 模拟中,总是考虑时空方向各有 N_s, N_t 点阵长度的点阵,并在时空方向各加相应的周期边界条件(空间方向不必要,但可以消除表面效应)还要满足 $N_s/N_t \geq 2$ 。我们采用的是 4×8^3 点阵;并像通常那样假设 $g_s = g_t = g_E$ 和 $a_s = a_t = a$ ($\xi = 1$)。方程(16)可写成:

$$\langle \varepsilon(T) \rangle = \frac{6N_c}{a^4} \{ g_E^{-2} \cdot (\bar{P}_s - \bar{P}_t) - C'_s \bar{P}_s - C'_t \bar{P}_t \} \quad (17)$$

其中 C'_s, C'_t 将在稍后说明,另外

$$\bar{P}_s = \frac{1}{3N_s^3 N_t} \cdot \left\langle \sum_{\mu < \nu < 4} P_{\mu\nu}^{\mu\nu} \right\rangle \quad \text{和} \quad \bar{P}_t = \frac{1}{3N_s^3 N_t} \left\langle \sum_{\mu < 4} P_{\mu 4}^{\mu 4} \right\rangle \quad (18)$$

分别称为空间-空间和空间-时间‘平均方格’。扣除真空(8')贡献后,能量密度可写成:

$$\langle \varepsilon(T) \rangle = \frac{6N_c}{a^4} \{ g_E^{-2} \cdot (\bar{P}_s - \bar{P}_t) + C'_s \cdot (\bar{P} - \bar{P}_s) + C'_t \cdot (\bar{P} - \bar{P}_t) \} \quad (19)$$

至于温度,可由(14)式及下列重整化关系得到。

$$a \Lambda_L = (b_0 g_E^2)^{-b_1/b_0^2} \exp\left(-\frac{1}{2b_0 g_E^2}\right) (1 + O(g_E^2)) \quad (20)$$

其中

$$b_0 = 11N_c/(48\pi^2), \quad b_1 = \left[17N_c^2 - \frac{3}{2}(N_c^2 - 1)/N_c \right] / (384\pi^4) \quad (21)$$

另外 $\Lambda_L = 5.2\text{MeV}$ 称为点阵尺度因子。

耦合常数 g_s, g_t 与 a_s, a_t 的关系在文献[7]中用背景场 (background field) 方法作了研究并得到结果。

$$\begin{aligned} g_s^{-2}(a_s, \xi) &= g_E^{-2}(a_s) + C_s(\xi) + O(g_E^2) \\ g_t^{-2}(a_t, \xi) &= g_E^{-2}(a_t) + C_t(\xi) + O(g_E^2) \end{aligned} \quad (22)$$

在 $\xi = 1$ 时 $C_s(\xi)$ 和 $C_t(\xi)$ 均等于 0, 其一次微商为

$$\begin{aligned} C'_s &= \left(\frac{\partial g_s^{-2}}{\partial \xi} \right)_{\xi=1} = 0.11403 \\ C'_t &= \left(\frac{\partial g_t^{-2}}{\partial \xi} \right)_{\xi=1} = -0.06759 \end{aligned} \quad (23)$$

同样由式(5)和(19)可以导出熵密度的表达式。

$$S(T) = \frac{\langle \varepsilon(T) \rangle}{T} + \int_{1/T}^{1/T'} \langle \varepsilon(T'') \rangle d\left(\frac{1}{T''}\right) \quad (24)$$

取 $T'/\Lambda = 16.03$ 为参考点, 相应的 $S(T')$ 取为 $\langle \varepsilon(T') \rangle / T'$ 类似地可以得到理想胶子

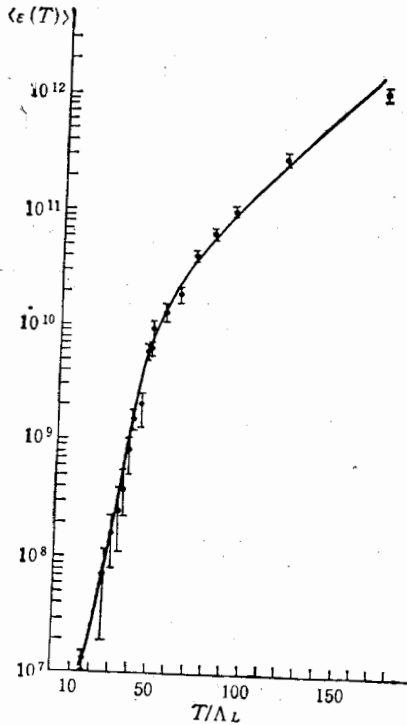


图1 平均能量密度 $\langle \varepsilon(T) \rangle$ 对温度 T/Λ_L 的函数关系 (4×8^3 点阵, $\Lambda_L = 5.2\text{MeV}$)

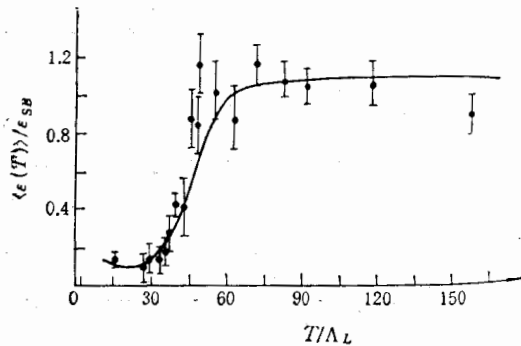


图2 $\langle \varepsilon(T) \rangle / \varepsilon_{SB}$ 对温度 T/Λ_L 的函数关系 (4×8^3 点阵, $\Lambda_L \approx 5.2\text{MeV}$)

气体的熵密度

$$S_{SB}(T) = \frac{4\pi^2}{15} T^3 - \frac{\pi^2}{15} T'^3 \quad (25)$$

上式推导中用到理想胶子气体的能量密度

$$\epsilon_{SB} = \frac{\pi^2}{5} T^4 \quad (26)$$

图 1、图 2、图 3、图 4 和图 5 分别给出了 $\langle \epsilon(T) \rangle$ 、 $\langle \epsilon(T) \rangle / \epsilon_{SB}$ 、 $S(T)$ 、 $S(T) / S_{SB}$ 和 C_V 对 T/Λ_L 的曲线。图 2 和图 4 中 $\langle \epsilon(T) \rangle / \epsilon_{SB}$ 和 $S(T) / S_{SB}$ 的剧烈上升区域均在

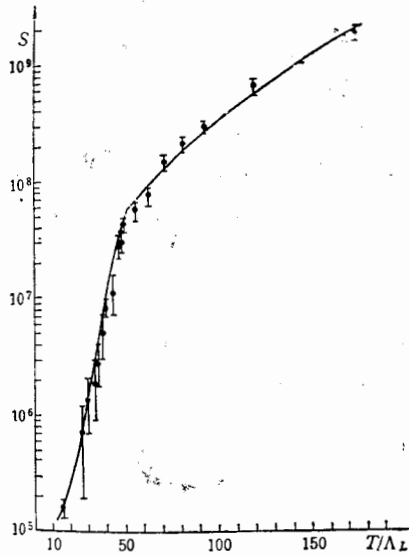


图 3 熵密度 S 对温度 T/Λ_L 的函数关系
(4×8^3 点阵 $\Lambda_L \simeq 5.2 \text{ MeV}$)

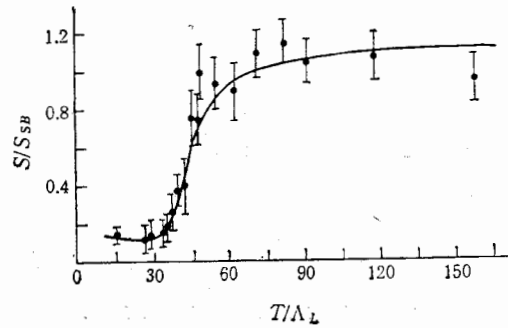


图 4 S/S_{SB} 对温度 T/Λ_L 的函数关系 (4×8^3
点阵 $\Lambda_L \simeq 5.2 \text{ MeV}$)

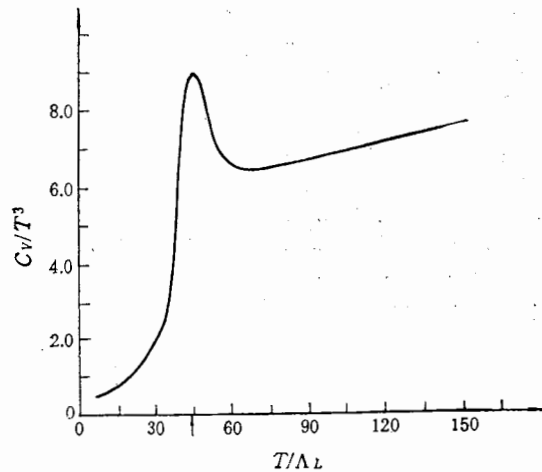


图 5 单位体积热容对温度 T/Λ_L 的函数关系 (4×8^3 点阵 $\Lambda_L \simeq 5.2 \text{ MeV}$, 结果来自于对图 1 能量密度的拟合曲线作数值微商)

$T/\Lambda_L \simeq 40-50$ 附近,图5中的热容曲线在 $T/\Lambda_L \simeq 40-50$ 有一个尖锐的峰。可见在 $T/\Lambda_L \simeq 40-50$ 有发生非禁闭相变的迹象。必须指出,由于没有作有限体积修正^[9],因此 $\langle \epsilon(T) \rangle / \epsilon_{SB}$ 及 $S(T)/S_{SB}$ 可能大于1。

五、结论和展望

除了熵密度 S 及相应的 S/S_{SB} 结果外,本文的结果均和文献[9]相近。只是我们是用 $SU(2)$ 全群做的,而不是二十面体子群^[9]。我们的结果也与同是 4×8^3 点阵但用 Wilson loop 计算非禁闭相变的文献[4]的结果也一致。我们的有限温度熵密度 S 的结果,还未见他人发表过,计算方法也与文献[11]的计算零温度熵密度方法不同。我们的结果说明 $SU(2)$ 胶子系统可能发生二级非禁闭相变。

象文献[12]指出的那样,有限温度非禁闭相变的研究,用对称点阵但具有不对称耦合常数和不对称度 ξ 的办法更好。我们认为,另外一个优点是:可以使有限温度和相应的零温度问题在同一个随机过程中计算(利用同一批随机数),这样会有利于提高精度。不久我们将开始这方面的工作。

最后,我们感谢吴济民同志的多次有益的讨论及其对我们工作的关心。朱正坤同志还要对原子能院热情的接待表示感谢。我们同时也感谢 CYBER-825 和 VAX-780 机房的同志们,因为我们的大部分计算是在那儿完成的。

参 考 文 献

- [1] K. Wilson, *Phys. Rev.* **D10**(1974), 2445.
- [2] H. Satz, *Nucl. Phys.*, **A400**(1983), 541c.
- [3] T. H. Burnett et al., *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 2062.
T. H. Burnett et al., *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 3249.
- [4] J. Kogut, M. Stone, H. W. Wyld, W. R. Gibbs, J. Shigemitsu, S. H. Shenker and D. K. Sinclair, *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 393.
- [5] M. Creutz, L. Jacobs and C. Rebbi, *Phys. Rep.*, **95**(1983), 203.
J. Cleymans, R. V. Gavai and E. Suhonen, *Phys. Rep.*, **130**(1986), 217.
- [6] M. Creutz, *Phys. Rev.*, **D12**(1980), 2308.
- [7] F. Karsch, *Nucl. Phys.*, **B205**(1982), 285.
- [8] M. Gyulassy, Introduction to QCD thermodynamics and the quark gluon plasma, LBL-19941, 1985.
- [9] J. Engels F. Karsch and H. Satz, *Phys. Lett.*, **931B**(1981), 89, *Nucl. Phys.*, **B205**(1982), 545.
- [10] L. P. McLerran and B. Svetitsky, *Phys. Lett.*, **98B**(1981), 195.
J. Kuti, J. Polonyi and K. Szlachanyi, *Phys. Lett.*, **98B**(1981), 199.
- [11] N. Kimura and K. Sogo, *Phys. Lett.*, **178B**(1986), 84.
- [12] S. Das and J. B. Kogut, *Nucl. Phys.*, **B205**(1986), 303.

THE EVIDENCE OF DECONFINEMENT PHASE TRANSITION
OF $SU(2)$ LATTICE GAUGE MODEL BY
MONTE CARLO METHOD

SA BENHAO

(*Institute of Atomic Energy, Beijing*)

CHU ZHENGKUN

(*Suzhou University, Suzhou*)

ZHANG XIAOZE JIN XINGNAN

(*Institute of Atomic Energy, Beijing*)

ABSTRACT

In this paper, we have calculated the $SU(2)$ lattice gauge by the Monte Carlo method. For the finite temperature problem $8^3 \times 4$ lattice is used and for the zero temperature problem 8^4 lattice. From the calculations of the energy density, heat capacity and entropy density, the results indicate that there is a deconfinement phase transition when $T/\Lambda_L = 40-50$.

一
在
此

是
用
结
结

合
的
不

志
房

198.