

快报

六导数项作为稳定项的重子孤粒子模型*

闻家如 黄涛

(中国科学院高能物理研究所, 北京)

摘 要

我们用一六阶导数项取代了 $SU(2) \times SU(2)$ Skyrme 模型中的四阶导数项 (Skyrme 项) 作为孤粒子质量稳定项, 从而引入了一个新的低能 π 介子模型. 将重子 N 和 Δ 视为该模型的量子化孤粒子, 我们得到了一系列与重子静态性质有关的理论预期值. 与 Skyrme 模型比较, 我们的结果都有改进, 尤其是 π 介子衰变常数 F_π 以及轴矢流耦合常数 g_A 改进较大.

近年来, 重子可视为 QCD 大 N 低能极限下的等效拉氏量的拓扑孤粒子这一思想, 得到了很多人的注意与研究^[1-5]. 一个大家熟知的事实是: 虽然作为 QCD 大 N 低能极限下的等效拉氏量——非线性 σ 模型可以给出拓扑上非平庸的孤粒子解, 但是, 要使这些拓扑上非平庸的孤粒子具有非零有限的质量, 我们必须非线性 σ 模型上再加上一个高阶项来从能量上稳定孤粒子. 另外一个必须注意的事实是: 这个高阶项 (通常称为稳定项) 的选择并不是唯一的.

一个最常见、最简单的具有稳定能量的拓扑孤粒子的模型便是大家很熟悉的 $SU(2) \times SU(2)$ Skyrme 模型^[7],

$$\mathcal{L} = \frac{F_\pi^2}{16} \text{Tr}(\partial_\mu U \partial^\mu U^+) + \frac{1}{32e^2} \text{Tr}[R_\mu, R_\nu]^2. \quad (1)$$

在上式中, 场量 u 是一个 $SU(2)$ 矩阵, 在不变的 Maure-Cartan 形式 R_μ 定义为

$$R_\mu = \partial_\mu U \cdot U^+, \quad (2)$$

$F_\pi = 186 \text{ MeV}$ 是 π 介子衰变常数, e 则是一个无量纲参量. 在 Skyrme 模型中, 第一项就是 $SU(2) \otimes SU(2)$ 非线性 σ 模型, 而含有四个导数乘积的第二项乃是由 Skyrme 引入用来从能量上稳定孤粒子的稳定项, 称为 Skyrme 项.

Adkins 等将重子 N 与 Δ 视为 Skyrme 模型的量子化孤粒子, 计算出了一系列与重子静态性质有关的理论值 [5]. 令人遗憾的是, 这些理论值大都较大地偏低于相应的实验值, 尤其是两个很重要的量—— π 介子衰变常数 F_π 和轴矢流耦合常数 g_A , 前者偏低于实验值 30%, 后者偏低于实验值 50%. 因此, 我们不禁要问: “为什么?”

令 Skyrme 模型的静态孤粒子的质量为 M , $M = M_2 + M_4$, 而 M_2 与 M_4 分别是

* 中国国家自然科学基金资助的课题.
本文 1987 年 9 月 26 日收到

挂
金
型
自
巧
条
项

这
m
十
行
托
模

由
量
以
参

这

并
A(

在
并
算

σ 项和 Skyrme 项对 M 的贡献. 由于 σ 项与 Skyrme 项的标度行为分别是 r^{-2} 以及 r^{-4} , 据 Derrick 定理, M 是稳定的这一条件便要求有 $M_2 = M_4$, 即: 手加的稳定项与 QCD 等效的 σ 项对于静态孤粒子的质量的贡献相等.

通过以上关于稳定项与 σ 项对静态孤粒子质量贡献的分析, 我们认为: Skyrme 模型的理论值较大地偏低实验值的一个很重要的原因就是手加的稳定项对于静态孤粒子的贡献太大.

考虑到标度行为, 为尽可能地减小稳定项的影响, 应该选用高于四阶的项来作为稳定项. 但是, 由于同时满足 $SU(2) \otimes SU(2)$ 手征不变以及 Lorentz 不变的八阶以上的项必然含有高于两阶的时间导数从而会带来模型的量子力学处理的困难, 我们只能选用六阶项来作为稳定项.

我们给出一个具有稳定能量的拓扑孤粒子解的 $SU(2) \otimes SU(2)$ 低能 π 介子模型,

$$\mathcal{L} = \frac{F_\pi^2}{16} \text{Tr}(\partial_\mu U \partial^\mu U^+) - C_\mu C^\mu, \quad (3)$$

这里, C^μ 是三阶项,
$$C^\mu = \frac{1}{24\sqrt{2}m} \text{Tr} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} R_\nu R_\alpha R_\beta, \quad (4)$$

m 是一个具有质量量纲的参量. 显然, 如果令该模型的静态孤粒子的质量为 M , $M = M_2 + M_6$, M_2 与 M_6 分别是 σ 项和稳定项 $-C_\mu C^\mu$ 对 M 的贡献, 那么, 由于 $-C_\mu C^\mu$ 的标度行为是 r^{-6} 据 Derrick 定理, M 是稳定的这一条件便要求有 $M_6 = 1/3 M_2$. 这样, 我们把稳定项与 σ 项对于静态孤粒子质量的贡献之比由 Skyrme 模型中的 1:1 压缩成了本模型的 1/3.

顺便指出, 如果采用 Jackson 模型^[6], 即同时用 Skyrme 项与六阶项作为稳定项,

$$\mathcal{L} = \frac{F_\pi^2}{16} \text{Tr}(\partial_\mu U \partial^\mu U^+) + \frac{1}{32e^2} \text{Tr}[R_\mu, R_\nu]^2 - C_\mu C^\mu, \quad (5)$$

由标度行为的分析不难看出, 起稳定能量作用的 Skyrme 项与六阶项对于静态孤粒子质量的贡献与 σ 项对于静态孤粒子质量的贡献之比 $\frac{M_4 + M_6}{M_2} > \frac{1}{3}$. 另外, 该模型除 F_π

以外, 还需引入两个参量 e 和 m . 所以, 从尽可能减小稳定项的影响以及尽可能少地引入参量这一思想出发, 我们不考虑该模型.

在我们的模型(3)中, 引入场量 $U(\mathbf{x}, t)$,

$$U(\mathbf{x}, t) = A(t)v(\mathbf{x})A^+(t), \quad (6)$$

这里, hedgehog 静态场 $v(\mathbf{x})$ 为

$$v(\mathbf{x}) = \cos f(r) + i \sin f(r) \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\mathbf{x}}, \quad \hat{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{r}}{r}, \quad (7)$$

并且, 边界条件 $f(0) = \pi$, $f(\infty) \rightarrow 0$ 保证了场量 $v(\mathbf{x})$ 以及 $U(\mathbf{x}, t)$ 具有重子数 $B = 1$, $A(t)$ 是 $SU(2)$ 含时矩阵.

类似于文献[5], 即: 给出 $v(\mathbf{x})$ 对应的静态孤粒子的质量式; 导出并数值地求解 $f(r)$ 在上述边界下的运动方程; 视 $A(t)$ 为量子力学集体坐标, 给出(3)对应的量子力学体系, 并将重子 N 与 Δ 视为该量子力学体系的能量本征态. 然后, 经过小心、详细的推导与计算, 可以得到一系列与重子静态性质有关的理论值. 为和 Skyrme 模型比较给出表 1.

表 1

Quantity	Prediction This Model	Prediction Skyrme Model	Experiment
M_N	Input	Input	939 MeV
M_Δ	Input	Input	1232 MeV
F_π	154 MeV	129 MeV	186 MeV
$\langle r^2 \rangle_{I=0}^{1/2}$	0.61 fm	0.59 fm	0.72 fm
$\langle r^2 \rangle_{M,I=0}^{1/2}$	0.86 fm	0.92 fm	0.81 fm
μ_p	1.87	1.87	2.79
μ_n	-1.31	-1.31	-1.91
$g_{I=0}$	1.16	1.11	1.76
g_A	0.76	0.61	1.23
$g_{\pi NN}$	9.3	8.9	13.5
$g_{\pi NA}$	13.9	13.2	20.3
μ_{NA}	2.3	2.3	3.3

从上表可见,较之于 Skyrme 模型,我们的结果确实有了改进,尤其是 F_π 和 g_A 的改进较大——这就证实了我们的想法:减小手加的稳定项对于静态孤粒子质量的贡献可以得到更合理的理论预期值。

作者感谢郑汉青同志、沈齐兴同志在数值计算方面与我们进行的有益的讨论。

参 考 文 献

- [1] N. K. Pak and H. C. Tze, *Ann. Phys.*, **117**(1979), 164.
 [2] A. P. Balachandran, V. P. Nair, S. G. Rajeev and A. Stern, *Phys. Rev. Lett.*, **49**(1982), 1124; *Phys. Rev.*, **D27**(1983), 1153.
 [3] E. Witten, *Nucl. Phys.*, **B223**(1983), 422.
 [4] E. Witten, *Nucl. Phys.*, **B223**(1983), 433.
 [5] G. Adkins, C. Nappi and E. Witten, *Nucl. Phys.*, **B228**(1983), 552.
 [6] A. Jackson, A. D. Jackson, A. S. Goldhaber, G. E. Brown and L. C. Castillejo, *Phys. Lett.*, **B154**(1985), 101.
 [7] T. H. R. Skyrme, *Proc. Roy. Soc.*, **A260**(1961), 127.

BARYONS AS SOLITONS IN A NON-LINEAR σ MODEL WITH ONLY A SIXTH-ORDER STABILIZING TERM

WEN JIARU HUANG TAO

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing)

ABSTRACT

We treat baryons as solitons and compute static properties of them in a $SU(2) \times SU(2)$ non-linear σ model which contains only a sixth-order term to stabilize solitons. The prediction values in this model are better than that in the Skyrme model, especially the pion decay constant F_π and the axial coupling constant g_A .