

快报

有限温度下的单π交换势\*

陈涛 苏汝铿

(复旦大学, 上海)

摘要

利用虚时温度格林函数方法,通过对所有“泡泡图”求和,我们推广核子-核子间的单π交换势到有限温度。我们发现,在低温区下,单π交换势的温度效应不显著,但在高温区下,效应明显。在临界温度  $T_c = 177 \text{ MeV}$  时,π介子的有效质量  $M_\pi(T)$  变为虚数,吸引的单π交换势将消失,发生相变。

由于高能重离子碰撞实验的进展,核物质的汽液相变,超导相变<sup>[1-3]</sup>及夸克-胶子等离子体相变<sup>[4,5]</sup>已成为核理论中一个重要的研究课题。许多作者用不同方法,从不同角度进行了研究。在本文中,我们试图从核力的角度对此作些探讨。熟知,核子与核子之间的相互作用在长程来自单π交换,中程来自双π或σ介子交换,短程来自矢量介子交换<sup>[6,7]</sup>。单π交换势可用量子场论的方法,通过二级微扰费曼图形的计算,或“泡泡”图(bubble diagrams)求和给出<sup>[8,9]</sup>。如果我们把它推广到有限温度,利用温度场论中的生成泛函技术<sup>[10]</sup>和松原(Matsubara)格林函数方法<sup>[11]</sup>,可以求得有限温度下的有效单π交换势。这种有效单π交换势是温度的函数。可以想象,当温度升高时,作为核力中主要吸引力部分的单π交换力将减弱。如果温度升高到某一临界温度  $T_c$  时,单π交换势消失,这意味着原子核将解体而发生相变。

为简单起见,仿效文献[8],先忽略同位旋部分,取相互作用拉氏密度为

$$\mathcal{L}_I = i\sqrt{4\pi g} \bar{\psi} \gamma_5 \psi \phi \tag{1}$$

在最低级近似下,单π交换势可由(图1a)给出。

$$V(p', p) = 4\pi g^2 i \bar{u}(p') \gamma_5 u(p) \frac{i}{q^2 - m_\pi^2} \bar{u}(-p') \gamma_5 u(-p) \tag{2}$$

其中  $D^0 = \frac{i}{q^2 - m_\pi^2}$  是π介子的自由传播子,  $q = p' - p$  是π介子的四维动量交换。在零温下,图1(b)(c)等泡泡图的贡献也易算出,此处不赘。

推广到有限温度。按温度场论,体系的热力学性质可由生成泛函

$$Z^B(J) = \text{Tr} \left[ e^{-BH} \text{T exp} \left( i \int d^4x \varphi(x) J(x) \right) \right] / \text{Tr} (e^{-BH}) \tag{3}$$

给出。而费曼规则只须做如下变化

\* 国家自然科学基金资助的课题。  
本文1987年4月22日收到。

利

其  
所

其

显

完

上  
式  
类  
似

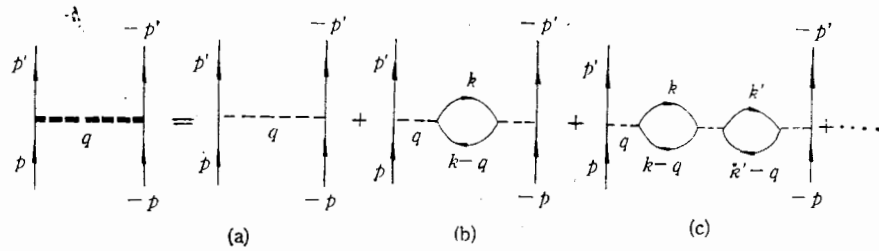


图 1

$$\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \rightarrow \frac{i}{\beta} \sum_n \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}, \quad \beta = 1/KT$$

$$\omega_n = (2n + 1)\pi i/\beta \quad (\text{费米子})$$

利用这一费曼规则, 图 1(b) 的贡献是

$$V_\beta^{(1)} = 4\pi i g^2 \bar{u}(p') \gamma_5 u(p) \frac{i}{q^2 - m_\pi^2} \left[ (-1) 4\pi i g^2 \cdot \frac{1}{\beta} \sum_n \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \text{Tr} \left( \gamma_5 \frac{1}{\not{k} - m_n} \right. \right.$$

$$\left. \cdot \gamma_5 \frac{1}{(\not{k} - q) - m_n} \right] \frac{i}{q^2 - m_\pi^2} \bar{u}(-p') \gamma_5 u(-p) \quad (5)$$

其中  $m_n$  是核子质量,  $\not{k} = k^\mu \gamma_\mu = \omega_n \gamma_0 - \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\gamma}$ . (图 1(b)) 是一个费米圈的贡献, 计及所有费米圈的贡献, 对所有“泡泡”图求和后的结果可由 Dyson 型的方程给出,

$$V_\beta(p', p) = i 4\pi g^2 \bar{u}(p') \gamma_5 u(p) \left[ \frac{i}{q^2 - m_\pi^2} + \frac{i}{q^2 - m_\pi^2} \Pi^\beta(q^2) \frac{i}{q^2 - m_\pi^2} + \dots \right]$$

$$\cdot \bar{u}(-p') \gamma_5 u(-p)$$

$$= 4\pi g^2 i \bar{u}(p') \gamma_5 u(p) \frac{i}{q^2 - m_\pi^2 - i \Pi^\beta(q^2)} \bar{u}(-p') \gamma_5 u(-p) \quad (6)$$

其中

$$\Pi^\beta(q^2) = - \frac{4\pi g^2 i}{\beta} \sum_n \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \text{Tr} \left[ \gamma_5 \frac{1}{\not{k} - m_n} \gamma_5 \frac{1}{(\not{k} - q) - m_n} \right] \quad (7)$$

$$D^\beta(q^2) = \frac{i}{q^2 - m_\pi^2 - i \Pi^\beta(q^2)} \quad (8)$$

显然,  $D^\beta(q^2)$  是有限温度下计及所有泡泡图贡献后的格林函数. 利用恒等式

$$\frac{1}{ab} = \int_0^1 \frac{d\lambda}{[a\lambda + b(1-\lambda)]^2}$$

完成 (7) 式中陈迹计算后得

$$\Pi^\beta(q^2) = \frac{4i(4\pi g^2)}{\beta} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \int_0^1 d\lambda \sum_n \left[ \frac{1}{k^2 - m_n^2 + q^2(1-\lambda)\lambda} \right.$$

$$\left. - \frac{2q^2(1-\lambda)\lambda}{[k^2 - m_n^2 + q^2(1-\lambda)\lambda]^2} \right] \quad (9a)$$

上式中, 对  $n$  的求和可通过在复平面中的回路积分算得<sup>[11]</sup>. 用在量子场论中算真空极化类似的手续, 经过一些计算后可得

$$\Pi^\beta(q^2) = \Pi_0(q^2) + \tilde{\Pi}^\beta(q^2) \quad (9b)$$

核  
应  
有

子等离  
|角度进  
:间的相  
[6,7]. 单  
ole dia-  
|技术<sup>[10]</sup>  
这种有  
;分的单  
:着原子

在

其中

$$\Pi_0(q^2) = -4i(4\pi g^2) \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \int_0^1 d\lambda \left\{ \frac{1}{2(\mathbf{k}^2 + m_n^2 - q^2(1-\lambda)\lambda)^{1/2}} + \frac{\lambda(1-\lambda)q^2}{2[\mathbf{k}^2 + m_n^2 - q^2(1-\lambda)\lambda]^{3/2}} \right\} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Pi}^\beta(q^2) &= 4i(4\pi g^2) \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \int_0^1 d\lambda \left\{ \frac{1}{[\mathbf{k}^2 + m_n^2 - q^2\lambda(1-\lambda)]^{1/2}} \right. \\ &\quad \cdot \frac{1}{e^{\beta(\mathbf{k}^2 + m_n^2 - q^2(1-\lambda)\lambda)^{1/2}} + 1} + \frac{q^2\lambda(1-\lambda)}{[\mathbf{k}^2 + m_n^2 - q^2(1-\lambda)\lambda]^{3/2}} \\ &\quad \cdot \frac{1}{e^{\beta(\mathbf{k}^2 + m_n^2 - q^2(1-\lambda)\lambda)^{1/2}} + 1} - \frac{2\beta q^2\lambda(1-\lambda)}{[\mathbf{k}^2 + m_n^2 - q^2\lambda(1-\lambda)]} \\ &\quad \left. \cdot \frac{e^{\beta(\mathbf{k}^2 + m_n^2 - q^2\lambda(1-\lambda))^{1/2}}}{(e^{\beta(\mathbf{k}^2 + m_n^2 - q^2\lambda(1-\lambda))^{1/2}} + 1)^2} \right\} \\ &\cong \frac{8ig^2}{\pi} \left[ \frac{1}{\beta^2} I_1(\beta) + \frac{q^2}{4} I_2(\beta) - q^2 I_3(\beta) \right] \quad (11) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} I_1(\beta) &= \int_0^\infty \frac{a^2 dx}{(x^2 + a^2)^{1/2} [e^{(x^2 + a^2)^{1/2}} + 1]}, \quad a = m_n \beta \\ I_2(\beta) &= \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{(x^2 + a^2)^{3/2} [e^{(x^2 + a^2)^{1/2}} + 1]}, \\ I_3(\beta) &= \int_0^\infty \frac{x^2 e^{(x^2 + a^2)^{1/2}} dx}{(x^2 + a^2) [e^{(x^2 + a^2)^{1/2}} + 1]^2} \end{aligned} \quad (12)$$

当  $T \rightarrow 0^\circ\text{K}$ ,  $\beta \rightarrow \infty$  时, 可证明  $\tilde{\Pi}^\beta(q^2) \rightarrow 0$ , 即  $\Pi_0(q^2)$  表示零温的贡献, 而  $\tilde{\Pi}^\beta(q^2)$  表示温度的影响. 将 (9)、(10)、(11)、(12) 式代入 (6) 式, 在低温情况下, 取非相对论极限后得

$$\begin{aligned} V_\beta(q) &\cong - \frac{4\pi g^2 (\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{q})(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{q})}{4m_n^2} \frac{1}{q^2 + m_\pi^2} - \frac{8g^2 (\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{q})(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{q})}{m_n^2 (q^2 + m_\pi^2)^2} \\ &\quad \cdot \left[ \frac{1}{\beta^2} I_1(\beta) - \frac{q^2}{4} I_2(\beta) + q^2 I_3(\beta) \right] \quad (13) \end{aligned}$$

作傅里叶变换回到坐标空间后得

$$\begin{aligned} V_\beta(\mathbf{r}) &= - \frac{g^2}{m_n^2} \left[ \frac{m_\pi}{4} - \frac{2m_\pi}{\pi} \left( I_3(\beta) - \frac{1}{4} I_1(\beta) \right) \right] (\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \nabla)(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \nabla) Y(m_\pi r) \\ &\quad + \frac{g^2}{m_n^2} \left[ \frac{I_1(\beta)}{\pi\beta^2} - m_\pi \left( I_3(\beta) - \frac{1}{4} I_1(\beta) \right) \right] (\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \nabla)(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \nabla) [rY(m_\pi r)] \quad (14) \end{aligned}$$

其中  $Y(x) \equiv \frac{e^{-x}}{x}$ . (14) 式在零温极限下回到通常的单  $\pi$  交换势<sup>[8]</sup>. 它也可写成自旋-自旋相互作用及张量力的形式, 这里不再写出.

在一般情况下, 引入

$$M_\pi^2(\beta) = (m_\pi^2 - 8g^2 I_1(\beta)/\pi\beta^2)/(1 - I_3(\beta) + I_2(\beta)/4) \quad (15)$$

一

表

M(MeV)

区下中的旋势越

解这核

的

[1]

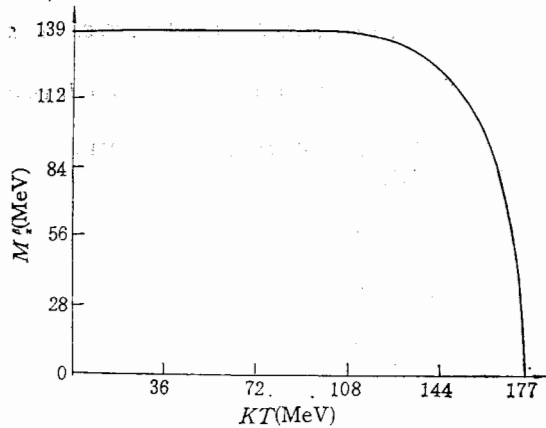
[2]

表示有限温度下,在“泡泡”图近似下  $\pi$  场的有效质量。在坐标表象下,可将(6)式写成

$$V_{\beta}(\mathbf{r}) = - \frac{g^2}{m_{\pi}^2(1 - I_3(\beta) + I_2(\beta)/4]} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \nabla)(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \nabla) \cdot \left( \frac{e^{-M_{\pi}(\beta)r}}{r} \right) \quad (16)$$

(10)

(16) 式表示有限温度下的单  $\pi$  交换势。数值计算结果如图(2), (图3)所示。



(11)

图 2  $\pi$  场有效质量随温度变化图

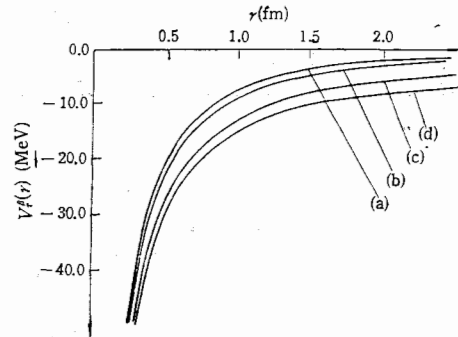


图 3 不同温度下 (a)  $T = 18.27 \text{ MeV}$ , (b)  $T = 158.98 \text{ MeV}$  (c)  $T = 176.98 \text{ MeV}$  (d)  $T = 177.0 \text{ MeV}$ ,  $V_{\pi}^{\beta}(r)$  与  $r$  的变化关系图。 ( $g^2 = 15.0$ )

(12)

图 2 表示  $\pi$  场的有效质量  $M_{\pi}(\beta)$  与温度的函数关系, 它表示在  $T < 100 \text{ MeV}$  的温区内, 温度对单  $\pi$  交换势的影响实际上可以忽略。但在  $T > 100 \text{ MeV}$  以后,  $M_{\pi}(\beta)$  显著下降, 到  $T_c = 177 \text{ MeV}$  时为零, 当  $T > T_c$  时,  $M_{\pi}(\beta)$  变为虚数, 单  $\pi$  交换势消失, 原子核中核力吸引部分解体, 原子核发生相变。图 3 表示单  $\pi$  交换势中的 Yukawa 部分随温度的变化, 其纵轴取为  $V_{\pi}^{\beta}(r) = -g^2 \frac{e^{-M_{\pi}(\beta)r}}{r}$ , 这种取法, 仅仅为了作图的方便, 实际上, 自旋-自旋相互作用, 张量力的引入均不影响图 3 的定性结果。由(图 3)可见, 在低温区下, 势场变化确实很小, 在  $100 \text{ MeV}$  以上时有明显变化。而且随着温度上升, 曲线斜率越来越平缓, 吸引力减小, 最后发生相变。

2) 表示  
极限后

(13)

最后我们指出, 计及同位旋后, 不影响本文的定性结论。本文给出的使单  $\pi$  交换势解体的  $T_c = 177 \text{ MeV}$  小于通常的夸克解除禁闭的相变温度(约  $200 \text{ MeV} - 300 \text{ MeV}$ )<sup>[12]</sup>, 这是合理的。因为, 显然随着温度上升, 总是先破坏核子之间的相互作用力, 然后再破坏核子内部夸克之间的相互作用力。

(14)

我们感谢 G. E. Brown 教授及 T. T. S. Kuo (郭子斯) 教授引起我们对这个问题的注意。作者之一(陈涛)感谢黄发决在计算机计算中的帮助。

自旋-自

### 参 考 文 献

(15)

- [1] R. K. Su, S. D. Yang, T. T. S. Kuo, *Phys. Rev.*, C35(1987); R. K. Su, S. D. Yang, G. L. Li, T. T. S. Kuo, *Mod. Phys. Lett.*, A1(1986), 71.  
[2] H. Jaqaman, A. Z. Mekjian, L. Zamick, *Phys. Rev.*, C27(1983), 2782.

- [ 3 ] A. Lejeune, P. Grange, M. Martzloff, J. Cugnon, *Nucl. Phys.*, **A453**(1986), 189.  
 [ 4 ] J. Kapusta, A. Mekjian, *Phys. Rev.*, **D33**(1986), 1304.  
 [ 5 ] L. D. McLerran, T. Toimela, *Phys. Rev.*, **D31**(1985), 545.  
 [ 6 ] G. E. Brown, A. D. Jackson, "The nucleon-nucleon interaction" (North-Holland, 1976).  
 S. O. Backman, G. E. Brown, J. A. Niskanen, *Phys. Reports.*, **124**(1985), 1.  
 [ 7 ] R. K. Su, E. M. Henley, *Nucl. Phys.*, **A452**(1986), 633.  
 郑挺方、毕品镇、苏汝铿, 高能物理与核物理, **10**(1986), 47.  
 [ 8 ] C. W. Wang, K. F. Liu, Nucleon-nucleon interaction, "Topics in nuclear physics, 1", ed. T. T. S. Kuo, S. S. M. Wong (Springer, N. Y., 1981).  
 [ 9 ] R. J. Blin-stoyle, "Mesons in nuclei", vol. 1, pp. 5, ed. M. Rho and D. Wilkinson (North-Holland, 1979).  
 [ 10 ] P. Ramond, "Field Theory" (Benjamin, 1981).  
 [ 11 ] A. L. Fetter, J. D. Walecka, "Quantum theory of many particles systems" (McGraw-Hill, 1971).  
 [ 12 ] 例如参见: 毕品镇、郑挺方、苏汝铿, 科学通报, **31**(1986), 341.

## THE ONE PION EXCHANGE POTENTIAL AT FINITE TEMPERATURE

CHEN TAO SU RU-KENG

(*Fudan University, Shanghai*)

### ABSTRACT

By means of the imaginary time Green's function method, we extend the One Pion Exchange Potential (OPEP) of nucleon-nucleon interaction to finite temperature. We sum up all the bubble diagrams and find that the temperature effect to OPEP is small at low temperature region but large at high temperature region. The effective mass of pion field  $M_\pi(\beta)$  will become imaginary at critical temperature  $T_c=177$  MeV. It means that the attractive OPEP will disappear at  $T_c$  and the phase transition happens.