

Skyrme 模型的一类重子数 $B=0$ 、Hopf 指标 $H=1$ 的复合孤粒子*

闻家如 黄涛

(中国科学院高能物理研究所, 北京)

摘 要

在 $SU(2) \times SU(2)$ Skyrme 模型中, 人们将该模型具有重子数 $B=1$ 的拓扑孤粒子——Skyrmion 量子化为重子. 本文利用 Skyrmion 与反 Skyrmion 构成了一类重子数 $B=0$ 但 Hopf 指标 $H=1$ 的复合孤粒子解, 该解的质量依赖于一个无量纲参数 p , $0 < p \leq 1$. 此外, 我们还讨论了这个解的量子化以及把量子化的复合孤粒子物理地解释成为重子偶素的可能性.

一、引 言

迄今为止, 很多粒子物理学家都相信关于夸克与胶子的 $SU(3)_c$ 定域规范理论——QCD 是描述强相互作用的基本理论. 但是, 由于色规范群 $SU(3)_c$ 复杂的非阿贝尔性质, 目前我们对 QCD 的很多基本性质, 特别是低能下的禁闭和手征对称性自发破缺等还缺乏定量的了解.

在 高能情况下, QCD 可以用走动耦合常数 $\alpha_s(Q^2)$ (或者等价地说用标度参量 Λ) 作为微扰展开参量. 标度参量 Λ 将 QCD 的微扰与非微扰区域分开, 当 $Q^2 \gg \Lambda^2$ 时, QCD 微扰理论是可以应用的. 然而, 当 $Q^2 \lesssim \Lambda^2$ 时, $\alpha_s(Q^2)$ 已经不能作为一个合适的展开参量, 这就使得 QCD 不能象 QED 那样可以用精细结构常数 $\alpha = \frac{1}{137}$ 作为展开参量以给出所要求的精确解. 因此, 严格求解 QCD 理论具有极大的困难.

十多年前, 't'Hooft 指出^[1], 如果将 QCD 的色规范群 $SU(3)_c$ 推广到具有 N_c 种颜色的 $SU(N_c)$, 那么, 当 N_c 很大以至趋于无穷时, 假定 QCD 的夸克禁闭性质仍将保持, QCD 就等价于一个无限多自由介子的理论. 并且, $N_c = 3$ 的情况从定性与定量两个方面都可以作为大 N_c 极限的近似.

Skyrme^[2] 模型可被认为是上述大 N_c QCD 等价自由介子理论的一个低能模型. 研究 Skyrme 模型的意义在于: 一方面, 我们可以用该模型来描述 QCD 赝标介子的低能行为; 另一方面, 我们特别有兴趣的是, 由于该模型的非线性性质, 其可以存在拓扑孤粒子解, 并且这些孤粒子可被量子化为费米子或玻色子^[3].

* 中国科学院科学基金资助课题

本文 1986 年 10 月 23 日收到.

本文试图利用 Adkins 等^[4]得到的 Skyrme 模型的重子数 $B = \pm 1$ 的孤粒子——Skyrmion 与反 Skyrmion 通过复合的方法来构造 Skyrme 模型的一类 $B = 0$ 的玻色子孤粒子,并尝试将其量子化为重子-反重子体系 $\bar{B}B$.

本文共分四个部分. 第一节是引言;在第二节中,我们简要地回顾了 Skyrme 模型及其重子孤粒子——Skyrmion; 第三节讨论了复合孤粒子解及其相应的拓扑量子数,并给出了它的质量; 第四节中利用半经典量子化的方法讨论了将复合孤粒子解释成为 $\bar{B}B$ 体系的可能性.

二、Skyrme 模型及 Skyrmion 的简单回顾

早在六十年代初期, Skyrme 就提出了一个非线性介子场论的模型——Skyrme 模型来描述 πN 强相互作用. 当时, Skyrme 作了一个非常大胆的尝试,他把核子 N 作为他提出的非线性介子场论的拓扑孤粒子来处理. 但是, Skyrme 的这一尝试直到七十年代末 Pak 与 Tze^[5] 深入地讨论了手征模型的流代数及拓扑结构后,才真正地引起了人们的兴趣.

大家知道, QCD 理论是一个整体的 $SU(N_f) \times SU(N_f)$ 自发破缺到 $SU(N_f)$ 的理论. 根据 Goldstone 定理,由于这个破缺,该理论存在 $N_f^2 - 1$ 个 Goldstone 介子. 如果取味道数目 $N_f = 3$, 那么这八个 Goldstone 介子便是所谓的赝标介子八重态, 我们用一个自由介子理论的模型——Skyrme 模型,

$$\mathcal{L}_s(\mathcal{U}) = \frac{F_\pi^2}{16} \text{Tr}(\partial_\mu \mathcal{U} \partial^\mu \mathcal{U}^\dagger) + \frac{1}{32e^2} \text{Tr}[\partial_\mu \mathcal{U} \cdot \mathcal{U}^\dagger, \partial_\nu \mathcal{U} \cdot \mathcal{U}^\dagger]^2, \quad (2.1)$$

来作为这些赝标介子的一个低能近似. 这里,场构形 $\mathcal{U}(x)$ 是 $SU(3)$ 矩阵, $\mathcal{U}(x) = \exp\left[\frac{2i}{F_\pi} \lambda_a \pi^a\right]$, λ^a 是 $SU(3)$ 生成元, π^a 是赝标介子场. 另外, F_π 是 π 介子衰变常数, e 是一个无量纲参量.

在式(2.1)中,第一项是自由介子场的非线性 σ 模型; 第二项是 Skyrme 引入的一个四导数乘积项——Skyrme 项,这个高阶项的引入是为了得到稳定的孤粒子解.

Witten^[6] 指出,为了使描述 QCD 赝标介子的低能模型与 QCD 具有一致的对称性,还应加上描述反常的 Wess-Zumino 项 Γ . 并且,由 Γ 可以导出模型的场构形 \mathcal{U} 的反常重子数流

$$B^\mu = \frac{1}{24\pi^2} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \text{Tr}(\mathcal{U}^\dagger \partial_\nu \mathcal{U} \cdot \mathcal{U}^\dagger \partial_\alpha \mathcal{U} \cdot \mathcal{U}^\dagger \partial_\beta \mathcal{U}). \quad (2.2)$$

显然, \mathcal{L}_s 是整体 $SU(3) \times SU(3)$ 变换 $\mathcal{U} \rightarrow A\mathcal{U}B^\dagger$ 不变的. 然而,为更方便地探讨模型的孤粒子解,我们仅讨论 $SU(2) \times SU(2)$ 的情况.

设 \mathcal{L}_s 的场构形 $\mathcal{U} \in SU(2)$, 这时,虽然由 Γ 导出的反常重子数流不恒为零,但 Γ 却恒为零^[4]. Adkins 等引入一个 ansatz,

$$\mathcal{U}_0(\mathbf{x}) = \cos F(r) + i \sin F(r) \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\mathbf{x}}, \quad \hat{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{x}}{r}, \quad (2.3)$$

$$F(0) = \pi, \quad F(\infty) \rightarrow 0, \quad (2.4)$$

—
质,
且缺

(A)
时,
且的
且开

中颜
持,
个方

研
未能
孤粒

这个 ansatz 满足同位旋 I 与自旋 J 之和 $K = I + J$ 联合不变, 即

$$-i(\mathbf{x} \times \nabla)_i \mathcal{U}_0(\mathbf{x}) + [\tau_i/2, \mathcal{U}_0(\mathbf{x})] = 0, \quad (2.5)$$

得到了重子数 $B = 1$ 的孤粒子解——Skyrmion, 并且利用半经典方法将其量子化后解释成为核子 N 及 Δ 粒子, 取得了一些较好的结果, 如平均半径、磁矩比 $|\mu_p/\mu_n|$ 以及强作用耦合常数等。这些结果一方面支持了 Skyrme 关于重子可以作为介子场论孤粒子的想法, 另一方面也促使人们进一步地对 Skyrme 模型及其可能存在的各种孤粒子进行探讨。

三、Hopf 孤粒子及其拓扑荷、质量

Witten 指出^[3], $SU(2) \times SU(2)$ Skyrme 模型存在费米子与玻色子两类不同性质的孤粒子。我们现在来探讨一下在 Skyrme 模型中构造玻色子孤粒子的可能性(玻色子的重子数只能是零或偶数, 这里取重子数 $B = 0$)。

首先, 我们应该注意到: 不可能用修改边界条件的方法来得到 Adkins 等引入的 ansatz 形式的非平庸解^[7]。

然而, 从反常重子数的表达式(2.2)可知, 如果场构形 \mathcal{U} 对应的重子数是 $B = z$, $z = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, 则 \mathcal{U} 的共轭 \mathcal{U}^+ 对应的重子数是 $B = -z$ 。我们可以尝试根据这一性质利用复合的方法来构造 $B = 0$ 的非平庸解。

引入一个复合场构形 $\mathcal{U}_H(\mathbf{x}) \in SU(2)$,

$$\mathcal{U}_H(\mathbf{x}) = \mathcal{U}_0(\mathbf{x})P\mathcal{U}_0^+(\mathbf{x}), \quad (3.1)$$

这里, P 是一个 $SU(2)$ 常数矩阵, $P = p_0 + ip\tau_3$, 并且 $0 < p \leq 1$, \mathcal{U}_0 则是一个 Skyrminion 形式的场构形,

$$\mathcal{U}(\mathbf{x}) = \cos G(r) + i \sin G(r) \boldsymbol{\tau} \cdot \hat{\mathbf{x}}, \quad (3.2)$$

$$G(0) = \pi, \quad G(\infty) \rightarrow 0. \quad (3.3)$$

由于 \mathcal{U}_H 将 \mathbf{R}^3 中的所有无穷远点 ($r \rightarrow \infty$) 都映射到 $SU(2)$ 流形上的一定点 P , 我们可将物理空间 \mathbf{R}^3 紧致化为 S^3 。 $\mathcal{U}_H: S^3 \rightarrow SU(2) \cong S^3$, \mathcal{U}_H 对应的重子数实际上就是其对应的 $S^3 \rightarrow S^3$ 的 Winding Number。

可以用同伦论或直接计算的方法证明 \mathcal{U}_H 与真空 $\mathcal{U} = 1$ 具有相同的重子数 $B = 0$ ^[7]。那么, \mathcal{U}_H 是平庸的吗?

将 \mathcal{U}_H 写成 $SU(2)$ 矩阵的四分量形式

$$\mathcal{U}_H = \mathcal{U}_0 + i\boldsymbol{\mathcal{U}} \cdot \boldsymbol{\tau} = (\mathcal{U}_0, \mathcal{U}_1, \mathcal{U}_2, \mathcal{U}_3) \quad (3.4)$$

这里,

$$\mathcal{U}_0 = p_0 \quad (3.5)$$

$$\mathcal{U}_1 = p[(1 - \cos 2G)\hat{x}_1\hat{x}_3 - \sin 2G\hat{x}_2] = p\phi_1 \quad (3.6)$$

$$\mathcal{U}_2 = p[(1 - \cos 2G)\hat{x}_2\hat{x}_3 + \sin 2G\hat{x}_1] = p\phi_2 \quad (3.7)$$

$$\mathcal{U}_3 = p[(1 - \cos 2G)\hat{x}_3^2 + \cos 2G] = p\phi_3 \quad (3.8)$$

并且, 有

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 = 1 \quad (3.9)$$

可见
的二
Hopf

我们

可见
标
平庸

其中
分

完全
数

这

$p(\phi$

{ ϕ
量

$$\mathcal{U}_1^2 + \mathcal{U}_2^2 + \mathcal{U}_3^2 = p^2. \quad (3.10)$$

(2.5)
后解
强作
子的
行探

可见, \mathcal{U}_H 将物理空间 \mathbf{R}^3 的紧致化流形 S^3 映射到 $SU(2)$ 流形上的一个半径为 $p > 0$ 的二维球面 S_p^2 上. 由于 $\pi_3(S^2) = H, H = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, 我们现在来确认 \mathcal{U}_H 的 Hopf 系数 H .

考虑一个 $S^3 \times I (I = [0, 1]) \rightarrow SU(2)$ 的连续映射 $H(\mathbf{x}; \alpha), \alpha \in I$,

$$H(\mathbf{x}; \alpha) = \alpha p_0 + i\sqrt{1 - (\alpha p_0)^2} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi} \quad (3.11)$$

我们发现,

$$H(\mathbf{x}; 0) = \phi(\mathbf{x}) = (0, \phi_1, \phi_2, \phi_3) \quad (3.12)$$

$$H(\mathbf{x}, 1) = \mathcal{U}_H(\mathbf{x}) = (p_0, p\phi_1, p\phi_2, p\phi_3) \quad (3.13)$$

性质
色子

可见, ϕ 与 \mathcal{U}_H 同属于一个同位类, 因而具有相同的 Hopf 指标 H . 由于 ϕ 的 Hopf 指标 $H = 1$ ^[3], 故 \mathcal{U}_H 的 Hopf 指标也等于 1. 所以, 我们可以说, \mathcal{U}_H 是非平庸的, 因为平庸解的所有拓扑量子数都为零.

将场构形 \mathcal{U}_H 代入 Skyrme 模型 $\mathcal{L}_s(\mathcal{U})$, 可得到其质量为

入的
= z ,
试根

$$M_H = \frac{32}{3} p^3 \pi \int r^2 dr \left[\frac{F_\pi^2}{8} \left(G'^2 + \frac{2 \sin^2 G}{r^2} \right) + \frac{1}{2e'^2} \frac{\sin^2 G}{r^2} \left(2G'^2 + \frac{\sin^2 G}{r^2} \right) \right], \quad (3.14)$$

其中, $e' = \frac{e}{\sqrt{2} p}$. 在引入无量纲变量 $\rho = e' F_\pi r$ 后, 可从上式导出 $G(\rho)$ 的运动微分方程

3.1)
一个

$$\left(\frac{1}{4} \rho^2 + 2 \sin^2 G \right) G'' + \frac{1}{2} \rho G' + \sin 2G (G')^2 - \frac{1}{4} \sin 2G - \frac{\sin 2G \sin^2 G}{\rho^2} = 0. \quad (3.15)$$

3.2)

3.3)

显然, $G(\rho)$ 满足的方程与 Skyrmon 函数 $F(\tilde{r})$ 满足的方程^[4]

$i P$,
示上

$$\left(\frac{1}{4} \tilde{r}^2 + 2 \sin^2 F \right) F'' + \frac{1}{2} \tilde{r} F' + \sin 2F (F')^2 - \frac{1}{4} \sin 2F - \frac{\sin 2F \sin^2 F}{\tilde{r}^2} = 0, \quad (3.16)$$

$B =$

完全相同, 并且 $G(\rho)$ 又与 $F(\tilde{r})$ 边界条件一致. 所以, 我们便从已知的 Skyrmon 函数 $F(\tilde{r})$ 得到了 Hopf 孤粒子 \mathcal{U}_H 的函数 $G(\rho)$, 进而知其质量为

3.4)

$$M_H = \frac{8}{3} \sqrt{2} p^3 M_s, \quad (3.17)$$

3.5)

3.6)

3.7)

3.8)

3.9)

这里, $M_s = 36.5 F_\pi / e$ 是 Skyrmon 质量. 可见, \mathcal{U}_H 的质量依赖于一个无量纲参数 $p (0 < p \leq 1)$ 的选取, 显然, $0 < M_H \leq \frac{8}{3} \sqrt{2} M_s$.

实际上, \mathcal{U}_H 是一个重子数 $B = 0$ 但 Hopf 指标 $H = 1$ 的一个解族: $\mathcal{U}_H = \{\mathcal{U}_H^p; 0 < p \leq 1\}$, 对于每一个 $p \in (0, 1]$, 我们便有一个相应的解 \mathcal{U}_H^p 以及对应的质量 M_H^p . 从物理上看, \mathcal{U}_H 可以看成是 Skyrmon 与反 Skyrmon 的一种复合孤粒子,

由于 Skyrmion 与反 Skyrmion 的相互作用, 原有的 Skyrmion 解行为 $F(r)$ 畸变为 $G(r)$, 并且这种畸变与一个同位旋参量 p 关联。

考虑到 Skyrmion 在量子化后可解释成重子, 下节中我们将试图将 \mathcal{U}_H 量子化后解释成为重子、反重子复合体系 $\bar{B}B$ (baryonium)。

四、Hopf 孤粒子的半经典量子化

引入含时场构形 $\mathcal{V}(\mathbf{x}, t) \in SU(2)$,

$$\mathcal{V}(\mathbf{x}, t) = A(t)\mathcal{U}_H(\mathbf{x})A^+(t), \quad (4.1)$$

$$A(t) = a_0(t) + i\boldsymbol{\alpha}(t) \cdot \boldsymbol{\tau}, a_0^2 + \boldsymbol{\alpha}^2 = 1. \quad (4.2)$$

显然, \mathcal{V} 可以看成是 \mathcal{U}_H 在同位旋空间中进行了一个转动 A 得到的。另一方面, 在物理空间 \mathbf{R}^3 中定义一个转动 $R(A)$

$$R_{ji}\tau_j = A\tau_iA^+, \quad (4.3)$$

则不难发现

$$R(A)\mathcal{U}_H(\mathbf{x}) = \mathcal{U}_H(R\mathbf{x}) = A\mathcal{U}_HA^+. \quad (4.4)$$

可见, \mathcal{V} 又可看成是 \mathcal{U}_H 在物理空间 \mathbf{R}^3 中进行了一个转动 $R(A)$ 得到的。

将 \mathcal{V} 代入 Skyrme 模型, 经过直接但是冗长的计算, 得到拉氏量

$$L = \int d^3x \mathcal{L}(\mathcal{V}) = -M_H + 2\lambda_1 \dot{a}_\mu \dot{a}_\mu + 2\lambda_2 E_3^2 \quad (4.5)$$

这里,

$$\begin{aligned} \lambda_1 = 2\sqrt{2}\pi \left(\frac{p^2}{e^3 F_\pi} \right) \int \rho^2 d\rho \left[8G'^2 \left(\frac{2}{15} \sin^2 2G + \frac{1}{3} \cos^2 2G \right) \right. \\ \left. + \left(1 - \frac{8}{15} \sin^4 G - \frac{1}{3} \sin^2 2G + \frac{56 \sin^4 G}{15 \rho^2} + \frac{4 \sin^2 2G}{3 \rho^2} \right) \right], \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} \lambda_2 = 2\sqrt{2}\pi \left(\frac{p^2}{e^3 F_\pi} \right) \int \rho^2 d\rho \left[8G'^2 \left(\frac{1}{15} \sin^2 2G - \frac{1}{3} \cos^2 4f \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{8}{15} \sin^4 G + \frac{1}{3} \sin^2 2G - \cos^2 2G - \frac{4}{5} \sin^4 G \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{4}{3} \cos 2G \sin^2 G + \frac{8 \sin^4 G}{15 \rho^2} - \frac{4 \sin^2 2G}{3 \rho^2} \right) \right], \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$E_3 = a_0 \dot{a}_3 - \dot{a}_0 a_3 + a_1 \dot{a}_2 - a_2 \dot{a}_1. \quad (4.8)$$

定义 a_μ 的正则动量 π_μ , $\pi_\mu = \frac{\partial L}{\partial \dot{a}_\mu}$, 可得到

$$\pi_0 = 4\lambda_1 \dot{a}_0 + 4\lambda_2 (-a_3 E_3), \quad (4.9)$$

$$\pi_1 = 4\lambda_1 \dot{a}_1 + 4\lambda_2 (-a_2 E_3), \quad (4.10)$$

$$\pi_2 = 4\lambda_1 \dot{a}_2 + 4\lambda_2 (a_1 E_3), \quad (4.11)$$

$$\pi_3 = 4\lambda_1 \dot{a}_3 + 4\lambda_2 (a_0 E_3). \quad (4.12)$$

进而可以得到哈密顿量

$$H = \pi_\mu \dot{a}_\mu - L = M_H + 2\lambda_1 \dot{a}_\mu \dot{a}_\mu + 2\lambda_2 E_3^2. \quad (4.13)$$

变为

利用以下两个式子

$$\pi_\mu \pi_\mu = 16(\lambda_1^2 \dot{a}_\mu \dot{a}_\mu + \lambda_2^2 E_3^2 + 2\lambda_1 \lambda_2 E_3^2), \quad (4.14)$$

后解

$$E_3 = \frac{1}{4(\lambda_1 + \lambda_2)} (a_0 \pi_3 + a_1 \pi_2 - a_2 \pi_1 - a_3 \pi_0). \quad (4.15)$$

可将 H 用 π_μ 写成为

$$H = M_H + \frac{1}{8\lambda_1} \pi_\mu \pi_\mu - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{1}{8(\lambda_1 + \lambda_2)} \hat{E}_3^2, \quad (4.16)$$

这里,

$$\hat{E}_3 = a_0 \pi_3 + a_1 \pi_2 - a_2 \pi_1 - a_3 \pi_0. \quad (4.17)$$

4.1)

然后, 视 a_μ 为量子力学的集体坐标, 并在 (4.17) 中进行标准的量子力学对应 $\pi_\mu \rightarrow -$

4.2)

物理

 $i \frac{\partial}{\partial a_\mu}$, 便得到了哈密顿算符

$$\hat{H} = M_H + \frac{1}{8\lambda_1} \left(-\frac{\partial^2}{\partial a_\mu^2} \right) - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{1}{2(\lambda_1 + \lambda_2)} \hat{f}_3, \quad (4.18)$$

4.3)

其中, \hat{f} 是同位旋与自旋算符, 定义为^[4]:

4.4)

$$\hat{f}_k = \frac{i}{2} \left(a_k \frac{\partial}{\partial a_0} - a_0 \frac{\partial}{\partial a_k} - \varepsilon_{klm} a_l \frac{\partial}{\partial a_m} \right). \quad (4.19)$$

4.5)

考虑到 $f(\rho)$ 在 ρ 很大时的行为: $G(\rho) \rightarrow \frac{k}{\rho^2}$, $k = 8.6$, 从式(4.6)、(4.7) 立知有 $\lambda_1 \rightarrow +\infty$, $\lambda_2 \rightarrow -\infty$, 但是

4.6)

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = 2\sqrt{2} \pi \left(\frac{p^5}{e^3 F_\pi} \right) \int \rho^2 d\rho \left[\frac{64}{15} G'^2 \sin^2 2G + \sin^2 2G - \frac{4}{5} \sin^4 G + \frac{64}{15} \frac{\sin^4 G}{\rho^2} - \frac{4}{3} \cos 2G \sin^2 G \right] \quad (4.20)$$

有限. 数值运算的结果是

$$\lambda = \left(\frac{p^5}{e^3 F_\pi} \right) \times 740.0. \quad (4.21)$$

所以, \hat{H} 的最终形式是

4.7)

$$\hat{H} = M_H + \frac{1}{2\lambda} \hat{f}_3 \quad (4.22)$$

4.8)

设 \hat{H} 的本征态是 $|n\rangle$, n 是自旋, 则

$$|l\rangle = N(l)(a_1 + ia_2)^{2l}, \quad (4.23)$$

$$|-l\rangle = N(-l)(-a_3 - ia_0)^{2l}, \quad (4.24)$$

其中, N 是归一化常数, 都是 \hat{H} 的本征值为

4.9)

10)

$$E_l = M_H + \frac{1}{2\lambda} l^2 \quad (4.25)$$

11)

12)

的本征态, 并且满足

$$\hat{f}_3 |\pm l\rangle = \pm l |\pm l\rangle. \quad (4.26)$$

13)

当然, 以上关于本征态的讨论考虑了我们的场构形是 $\bar{B}B$ 系统, 即是玻色系统. 也就是说,

考虑到 Skyrmion 量子化为 N, Δ , 故, 我们的 l 值应取 $l = 0, 1, 2, 3$.

根据数值结果, 我们将 E_l 表成

$$E_l = E_l(p) = \frac{8}{3} \sqrt{2} k_1 \frac{F_\pi}{e} p^3 + \frac{e^3 F_\pi}{2k_2 p^5} l^2, \quad (4.27)$$

立即发现, 参量 p 不再是任意给定的, 而应满足

$$p^8 = \frac{5e^4 l^2}{16\sqrt{2} k_1 k_2}, \quad (p > 0) \quad (4.28)$$

以使 E_l 取稳定的极小值. 可见, 虽然经典的 Hopf 孤粒子无法有稳定机制, 但量子化后就有了稳定机制.

取 F_π, e 的值与[4]相同, 给出 $l = 1, 2, 3$ 时满足(4.28)的值 p_l 以及相应的值 M_H^l, E_l , 见表 1.

表 1

l	p_l	$M_H^l(\text{MeV})$	$E_l(\text{MeV})$
1	0.540	513.8	821.4
2	0.642	864.0	1381.5
3	0.710	1171.2	1872.5

由上表可见. 场构形 \mathcal{V} 对应于 $\bar{B}B$ 束缚态, 只是当 $l = 3$ 时, \mathcal{V} 的能量才接近于两个核子的能量.

五、结 语

本文利用 Skyrme 模型中重子数 $B = \pm 1$ 的两种孤粒子—Skyrmion 与反 Skyrmion 构造了一类重子数 $B = 0$ 但具有 Hopf 指标 $H = 1$ 的孤粒子. 虽然经典的 Hopf 孤粒子无法具有使其能量稳定的机制, 但在采用集体坐标量子化后, 对于孤粒子的同位旋与自旋的每一个取值 $l = 1, 2, 3$, 都可以有一个唯一的参数 p 的取值 p_l , 使相应的能量 E_l 取极小值从而使其稳定. 计算结果还表明, 量子化的 Hopf 孤粒子对应着 $\bar{B}B$ 束缚态.

作者感谢周咸建、沈齐兴两同志有益的建议与帮助.

参 考 文 献

- [1] G. 'tHooft, *Nucl. Phys.*, **B72**(1974), 461; **B75**(1974), 461.
- [2] T. H. G. Skyrme, *Proc. Soc.*, **A260**(1961), 127; *Nucl. Phys.* **31**(1962), 556.
- [3] E. Witten, *Nucl. Phys.*, **B223**(1983), 433.
- [4] G. Adkins et al., *Nucl. Phys.*, **B228**(1983), 552.
- [5] N. P. Pak and H. Ch. Tze, *Ann. Phys.*, **117**(1979), 164.
- [6] E. Witten, *Nucl. Phys.*, **B223**(1983), 422.
- [7] Huang Tao, Wen Jiaru and Zhou Xianjian, *Chinese Phys. Lett.*, **V3**(1986), 85.
- [8] K. Fujii et al., preprint, KYUSHU-84-HE-5, (1984).

(4.27)

**THE COMPOSITE SOLITON SOLUTION WITH BARYON
NUMBER $B=0$ BUT HOPF INDEX $H=1$ IN THE
SKYRME MODEL***

(4.28)

量子化后

WEN JIA-RU HUANG TAO

*(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)*值 M'_H

ABSTRACT

In the $SU(2) \times SU(2)$ Skyrme model, one can treat the topological soliton-Skyrmion having baryon number $B=1$ as baryon. In this paper, we have used Skyrmion and anti-Skyrmion to construct a kind of composite soliton solution having baryon number $B=0$ but Hopf index $H=1$ and have found its mass depends on a dimensionless parameter $p(0 < p \leq 1)$. In addition, we have also discussed the quantization of the soliton and the probability of treating the quantized soliton as baryonium.

近于两

yrmion

[孤粒

旋与自

[E_i 取

* Work supported by the Science Fund of the Academia Sinica.