第11卷 第6期 高能物理与核物理 Vol. 11, No. 6
1987年11月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Nov., 1987

快报

正、反粒子束的磁瓶约束和压缩

魏 开 煜
(中国科学院高能物理研究所;北京)

摘 要

本文研究了正、反粒子束的磁瓶约束和绝热压缩. 一个径向下降、轴向上升,具有中心平面和轴对称磁场所构成的磁瓶,可以把质子束和反质子束,电子束和正电子束稳定地约束在一起,并且压缩到一个小体积中,实现正、反粒子受控湮灭.

一、磁瓶约束的稳定条件

作者在文献[1]中提出了用电磁场将正、反粒子束约束在一起,实现受控湮灭反应的基本原理. 本文将阐述约束和压缩正、反粒子束的具体方法之一,即磁瓶约束.

假如用超导磁体构成一个磁瓶,它的磁场是轴对称的,且具有一个垂直于轴的磁中心平面. 取柱坐标系 r, φ, z, 以磁瓶中心轴为 z 轴, 磁中心平面为 $z=0$ 平面, r 是径向坐标, φ 为方位角. 由于场的轴对称性,有 $B_\varphi=0$, 假定中心平面上磁场的轴向分量为

$$B_z(r, \varphi, 0) = -B_0\left(1 - \frac{nr}{R_\infty}\right), \tag{1.1}$$

R_∞ 是磁瓶特征半径; B_0 是轴上的场强; n 是磁场径向梯度指数:

$$n = \frac{R_\infty}{B_0}\left(\frac{\partial B_z}{\partial r}\right). \tag{1.2}$$

由此可求得中心平面附近磁场的径向分量为

$$B_r(r, \varphi, z) = \frac{B_0 n}{R_\infty} z. \tag{1.3}$$

动量为 P 的带电粒子或反粒子,只要满足理想注入条件(这种粒子称为理想粒子),将在中心平面上沿着一个半径为 R 的圆形轨道运动. R 由下式确定:

$$R = \frac{Pc}{eB} = \frac{2R_0}{K}\left(1 - \sqrt{1-K}\right). \tag{1.4}$$

式中 e 是粒子(或反粒子)的电荷, c 是光速, $B = B_0\left(1 - \frac{nR}{R_\infty}\right)$ 是轨道上的场强,

$$K = \frac{4nR_0}{R_\infty}, \quad R_0 = \frac{Pc}{eB_0}.$$

本文1987年6月16日收到.

束流中的非理想粒子，将偏离上述理想轨道，以 $x = r - R$ 和 z 分别表示相对于理想轨道的偏移．在线性近似下容易导出 x 和 z 的方程为：

$$x'' + \left[\ln\left(\frac{Pc}{R}\right)\right]' x' + Q_r^2 x = R\frac{\Delta P}{P}, \tag{1.5}$$

$$z'' + \left[\ln\left(\frac{Pc}{R}\right)\right]' z' + Q_z^2 z = 0. \tag{1.6}$$

式中“′”表示对方位角 φ 微分，ΔP 为非理想粒子的动量差，并且

$$Q_r^2 = 1 - Q_z^2, \tag{1.7}$$

$$Q_z^2 = \frac{nR^2}{R_0R_\infty} = \frac{1}{K}(1-\sqrt{1-K})^2. \tag{1.8}$$

正、反粒子束注入磁瓶后，使磁场缓慢上升，磁瓶逐渐收缩，束流将受到磁压缩．只要满足条件 $\left|\frac{T_c}{B}\frac{\partial B}{\partial t}\right| \ll 1$ （T_c 是粒子转圈周期），则压缩可以看做是绝热变化过程．在此情况下，束流在水平和垂直方向同时保持稳定约束的条件是 $0 < Q_z^2 < 1$，或者 $0<K<1$．当进一步考虑非线性效应时，在稳定参数区中还有一系列耦合共振线，其中较强的耦合共振线是 $Q_r = Q_z = 0.7071$，相应于 $K = 0.8889$． 故在设计磁瓶时，最好是使用

$$0 < K < 0.85$$

参数区．在稳定区中，方程 (1.5) 和 (1.6) 的解分别为：

$$x = a_{xH}\sqrt{\frac{P_HQ_{rH}R}{PQ_rR_H}}\cos(Q_r\varphi+\delta_x) + [1-\cos(Q_r\varphi)]\frac{R}{Q_r^2}\left(\frac{\Delta P}{P}\right). \tag{1.9}$$

$$Z = a_{zH}\sqrt{\frac{P_HQ_{zH}R}{PQ_zR_H}}\cos(Q_z\varphi+\delta_z). \tag{1.10}$$

非理想粒子相对于理想轨道的偏移运动是两部分的叠合．一部分是轨道的动量色散 x_P：

$$x_P = [1-\cos(Q_r\varphi)]\frac{R}{Q_r^2}\left(\frac{\Delta P}{P}\right); \tag{1.11}$$

另一部分是自由振荡，它的振幅为：

$$a_x = a_{xH}\sqrt{\frac{P_HQ_{rH}R}{PQ_rR_H}}, \tag{1.12}$$

$$a_z = a_{zH}\sqrt{\frac{P_HQ_{zH}R}{PQ_zR_H}}. \tag{1.13}$$

其中 a_{xH} 和 a_{zH} 是压缩前的初始振幅． 凡带下角“H”的量都表示压缩前的初始值． δ_x，δ_z 是振荡的起始相角．

二、绝热压缩过程

在绝热压缩过程中，粒子与反粒子均受涡旋电场加速，通常 $nR \ll R_\infty$，动量变化近似为：

$$\frac{1}{P}\frac{dP}{dt} \simeq \frac{1}{2B}\frac{\partial B}{\partial t}. \tag{2.1}$$

方程的解为:

$$\frac{P}{P_H} \simeq \sqrt{\frac{B}{B_H}}. \tag{2.2}$$

利用公式 (1.4) 和 (2.2) 可得到束流轨道半径的压缩关系为:

$$\frac{R}{R_H} \simeq \sqrt{\frac{B_H}{B}}. \tag{2.3}$$

于是有

$$PR \simeq P_H R_H \simeq \text{常数}. \tag{2.4}$$

$$\frac{\Delta P}{P} \simeq \frac{\Delta P_H}{P_H} \simeq \frac{\Delta R}{R} \simeq \frac{\Delta R_H}{R_H} \simeq \text{常数}. \tag{2.5}$$

由 (1.11) 式可以看出，当 $\cos(Q_r\varphi) = -1$ 时轨道色散最大，我们以 $|x_P|$ 表示. 利用以上关系得

$$|x_P| = \left(\frac{Q_{rH}}{Q_r}\right)^2 \left(\frac{B_H}{B}\right)^{\frac{1}{2}} |x_P|_H. \tag{2.6}$$

同时可将自由振荡振幅的表示式化为:

$$a_x = \left(\frac{B_H Q_{rH}}{B Q_r}\right)^{\frac{1}{2}} a_{xH}, \quad a_z = \left(\frac{B_H Q_{zH}}{B Q_z}\right)^{\frac{1}{2}} a_{zH}. \tag{2.7}$$

由于轨道色散和自由振荡，束流横截面在水平和垂直方向的半轴分别为 $|x_p| + a_x$ 和 a_z，故束流环柱的体积为 $V = 2\pi^2 R a_z(|x_p| + a_x)$. 利用上述关系式可求得压缩过程中束流的体积变化关系为:

$$\frac{V}{V_H} = \left(\frac{B_H}{B}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Q_{rH} Q_{zH}}{Q_r Q_z}\right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{a_{xH} + \left(\frac{Q_{rH}}{Q_r}\right)^{\frac{3}{2}} |x_p|_H}{a_{xH} + |x_p|_H}\right]. \tag{2.8}$$

在压缩过程中 $Q_r \geqslant Q_{rH}$，故得到

$$\frac{V}{V_H} \leqslant \left(\frac{B_H}{B}\right)^{3/2} \left(\frac{Q_{rH} Q_{zH}}{Q_r Q_z}\right)^{1/2}. \tag{2.9}$$

假如束流中粒子(或反粒子)是均匀分布的，那么粒子密度的增大倍数为:

$$\frac{\rho}{\rho_H} \geqslant \left(\frac{B}{B_H}\right)^{3/2} \left(\frac{Q_r Q_z}{Q_{rH} Q_{zH}}\right)^{1/2}. \tag{2.10}$$

上述关系式说明，在绝热压缩过程中，束流体积的压缩和密度的浓集同磁场的 3/2 方成比例.

三、磁瓶设计举例

粒子或反粒子的动量与能量关系为:

$$Pc = \sqrt{W^2 + 2WE_0}. \tag{3.1}$$

W 是动能(以下简称能量)，E_0 是静止能量，对于质子或反质子，$E_0 \simeq 938$ MeV; 对于正、负电子 $E_0 \simeq 0.511$ MeV. 下面是两个设计例子.

I. 质子、反质子束磁瓶

磁瓶特征参数 $R_\infty/n = 240.6$ cm; 束流注入能量 $W_H = 1$ MeV; 注入时磁瓶轴上场强 $B_{0H} = 0.3$ T; 注入轨道半径 $R_H = 66.5$ cm; 轨道上的场强 $B_H = 0.2171$ T; 自由振荡初始频率 $Q_{rH} = 0.7861$, $Q_{zH} = 0.6181$; 压缩到终态时,磁瓶轴上场强 $B_0 = 6.436$ T; 束流能量 $W = 28.1$ MeV; 终态轨道半径 $R = 12.5$ cm; 轨道上的场强 $B = 6.1$ T; 振荡频率 $Q_r = 0.9721$, $Q_z = 0.2345$; 压缩后束流的体积 $V \leqslant 1 \times 10^{-2} \mathrm{V_H}$; 密度增大倍数为 $\rho/\rho_H \geqslant 1 \times 10^2$.

II. 电子、正电子束磁瓶

$R_\infty/n = 25$cm; $W_H = 1$MeV; $B_{OH} = 948$Gs; $R_H = 6.9$cm; $B_H = 686$ Gs; $Q_{rH} = 0.7861$, $Q_{zH} = 0.6181$. 压缩到终态时 $W = 13$MeV; $B_0 = 6.39$T; $R = 0.73$ cm; $B = 6.2$T; $Q_r = 0.9849$, $Q_z = 0.1730$; $V \leqslant 2 \times 10^{-3} \mathrm{V_H}$; $\rho/\rho_H \geqslant 5 \times 10^2$.

众所周知,目前场强为 6.5 T 的脉冲铌钛超导磁体已可批量生产,并用于超高能加速器建造. 故上述磁瓶在技术上是可以实现的.

四、结 语

反粒子束的磁瓶约束和压缩,具有重要用途. 例如,将低能反质子束约束并压缩到一个小空间里,然后向磁瓶中注入一定气压的氢气,就会形成强 μ 子源; 假如注入氘氚混合物,可以产生 μ 子催化的核聚变. 又如,磁瓶中积累 5.4×10^{15} 个反质子, 只要充入一个大气压的氢,就能够在 1.4×10^{-4} 秒之内释放出大约 140 万焦耳的能量.

本文的讨论未计入束流空间电荷效应,所阐述的理论适用于密度不太高、强度不太大的正、反粒子束约束和压缩. 对于高密度、高强度束, 尚需进一步发展计入束流自身场的非线性统计理论. 高密度、高强度束在约束和压缩过程中可能会出现某些不稳定性,但是可以预言, 具有定向速度的正、反粒子束的电磁约束和压缩要比热运动等离子体稳定得多.

参 考 文 献

[1] 魏开煜: 高能物理与核物理, 11(1987), 690.

THE MAGNETIC BOTTLE CONFINING AND COMPRESSION FOR PARTICLE AND ANTIPARTICLE BEAMS

Wei Kai-yu

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing*)

Abstract

The magnetic bottle confining and compression for particle and antiparticle beams are studied. If the magnetic bottle is an axial symmetric and have a center plane and the radial decrease of its field is suitable, the confining will be stable. As the bottle field increasing the particle and antiparticle beam can be pressed in a small space to produce controlled annihilation.