第 11 卷 第 5 期 高能物理与核物理 Vol. 11, No. 5
1987 年 9 月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Sept., 1987

快报

宇宙常数问题[1)]

查 朝 征
（新疆大学，乌鲁木齐）

摘 要

在共形引力理论中，宇宙项必为零．当所有规范对称性自发破缺时，产生的诱导宇宙常数之和与背景时空的弯曲效应抵消．当背景时空为 Minkowski 空间时，诱导宇宙常数之和为零．而对称性通过 Higgs 机制破缺时，必然伴生背景时空的相变．

一、引 言

宇宙项是 Einstein 为了避免由引力场方程在静态宇宙模型中导出的宇宙密度和压力反号，根据广义协变原理在方程中加入的一项[1]，

$$R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R-\Lambda g_{\mu\nu}=-8\pi GT_{\mu\nu} \tag{1}$$

然而在大爆炸宇宙模型中，宇宙项是不必要的，而且天文观测得到宇宙项的系数，即宇宙常数的上限为[2]

$$|\Lambda|_{\max}\approx 4\times 10^{-84}\mathrm{GeV}^2 \tag{2}$$

为什么广义协变原理容许写入方程的项实际不存在，宇宙常数为零？ 这就是宇宙常数问题．对此许多文献中已作了探讨[3]，但还没有满意的结果．

我们在文献［4］中已作了论述．本文将推广文献［4］的结果，证明在任意最大对称空间中，共形引力理论的宇宙项必为零；且规范对称性通过 Higgs 机制破缺时，诱导宇宙常数之和正好与背景时空的弯曲效应抵消．如果背景时空是 Minkowski 空间，则诱导宇宙常数之和为零．还有，规范对称性的自发破缺必然伴生背景时空的相变．

一般计算宇宙常数是用 Zel'dovich 公式

$$\Lambda=8\pi GV_0 \tag{3}$$

其中 V_0 为标势的真空期望值．而使用这公式的前提是空间为 Einstein 平坦的，即

$$\bar{R}_{\mu\nu}-\frac{1}{2}\bar{R}\bar{g}_{\mu\nu}=0, \tag{4}$$

本文中上横表示背景时空中的值．在最大对称空间中，(4) 式成为

---

1) 本文受国家自然科学基金 1860228 号资助．

本文 1987 年 1 月 13 日收到．

$$\bar{R} = 0. \tag{5}$$

当度规 $g_{\mu\nu}$ 在背景时空度规 $\bar{g}_{\mu\nu}$ 附近展开时，可以写成

$$g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \tag{6}$$

其中 $h_{\mu\nu}$ 为波动场．相应的标曲率也可以写成

$$R = \bar{R} + \tilde{R}, \tag{7}$$

其中 $\bar{R}$ 为背景时空的标曲率，而 $\tilde{R}$ 则是 $h_{\mu\nu}$ 及其时空导数的函数．显然 $h_{\mu\nu}$ 与 $\tilde{R}$ 的真空期望值均为零．

在文献 [4] 中的 $-(1/6)\phi|Z_c|^2R$ 就可以分为两项

$$-(1/6)\phi|Z_c|^2R = -(1/6)\phi|Z_c|^2\bar{R} - (1/6)\phi|Z_c|^2\tilde{R}, \tag{8}$$

其中右边第一项是标势，第二项则是 $h_{\mu\nu}$ 与 Z_c、Z_i 的相互作用项，不应包含在标势之内．而在最大对称 Einstein 平直空间，即 Minkowski 空间中，$\bar{R} = 0$，标势中所含 (8) 式右边第一项消去了，这时才能用 Zel'dovich 公式．

二、宇 宙 项

设共形引力拉氏量为[5]

$$\mathscr{L} = \sqrt{-g}\left\{-\frac{1}{G^2}c^2_{\mu\nu\lambda\rho} + \frac{1}{72}\mathscr{V}\left(R - \frac{\Box Z_c}{Z_c}\right)^2 - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu Z_c\partial_\nu Z_c \right.$$
$$\left. - \frac{1}{12}RZ_c^2 + Z_c^4\mathscr{V}(Z_i, Z_i^*) - \Lambda\right\} + \mathscr{L}' \tag{9}$$

其中 Z_c 为标量补偿场，其 Weyl 权 $W = 1$；

$$V \equiv Z_c^4\mathscr{V}(Z_i, Z_i^*) \tag{10}$$

为标势；Z_i 为标量场，其 Weyl 权 $W = 0$；Λ 为"原"宇宙项，它与运动方程中的宇宙项差一个度规因子，为保持拉氏量的共形不变性，其 Weyl 权 $W = 4$，故它不可能是一个常数，在不引起混淆时，亦简称宇宙项；又 $\mathscr{L}'$ 为含有矢量和旋量场的拉氏量部分．注意这里所有 Z_c 的四次齐次项，包括 λZ_c^4 项，都作为标量势；又因为 Z_c 是对称破缺序参量，而 Λ 应计入所有序参量在对称自发破缺中所引起的后果，故 Λ 应与 Z_c 无关，这一点与文献 [5] 不同．由于标势 V 为实函数，可以证明，即使 Z_c 是复场，V 作为 Z_c 的齐四次式只能写成 $|Z_c|^4\mathscr{V}$，其中 $\mathscr{V}$ 与 Z_c 无关．因此，为证明本文的结论，V 是无需细调的[6]．

根据最小作用量原理，由 (9) 可导出宇宙项的真空期望值的表达式为

$$\Lambda_0 = \frac{1}{2}\bar{g}_{\nu\mu}\left\{-\frac{1}{G^2}\left[2(\bar{R}^{\mu\alpha;\nu}{}_{\alpha} + \bar{R}^{\nu\alpha;\mu}{}_{\alpha}) - 2\bar{R}^{\mu\nu;\alpha}{}_{\alpha} - \frac{4}{3}\bar{R}^{;\mu\nu} + \frac{1}{3}\bar{g}^{\mu\nu}\bar{R}^{;\alpha}{}_{\alpha}\right.\right.$$
$$\left. - 4\bar{R}^{\mu\alpha}\bar{R}^{\nu}{}_{\alpha} + \frac{4}{3}\bar{R}\bar{R}^{\mu\nu} + \bar{g}^{\mu\nu}\left(\bar{R}^2_{\alpha\rho} - \frac{1}{3}\bar{R}^2\right)\right]$$
$$+ \frac{1}{36}\mathscr{V}\left(\bar{R}^{;\mu\nu} - \bar{g}^{\mu\nu}\bar{R}^{;\alpha}{}_{\alpha} - \bar{R}\bar{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{4}\bar{g}^{\mu\nu}\bar{R}\right)$$
$$\left. + \frac{1}{12}\left(\bar{R}^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\bar{g}^{\mu\nu}\bar{R}\right)Z^2_{c0} + \frac{1}{2}\bar{g}^{\mu\nu}Z^4_{c0}\mathscr{V}_0\right\}, \tag{11}$$

其中 Z_{c0} 和 $\mathscr{V}_0$ 为 Z_c 和 $\mathscr{V}$ 的真空期望值．

利用无迹 Ricci 张量 $\bar{Q}^{\mu\nu}$,

$$\bar{Q}^{\mu\nu} = \bar{R}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\bar{g}^{\mu\nu}\bar{R} \tag{12}$$

满足方程

$$\bar{g}_{\mu\nu}\bar{Q}^{\mu\nu} = 0, \tag{13}$$

代入 (11) 式得宇宙项为

$$\Lambda_0 = \frac{1}{2}\bar{g}_{\mu\nu}\left\{\frac{1}{12}\left(\bar{R}^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\bar{g}^{\mu\nu}\right)Z_{c0}^2 + \frac{1}{2}\bar{g}^{\mu\nu}Z_{c0}^4\mathscr{V}_0\right\}. \tag{14}$$

将 $\mathscr{L}$ 对 Z_c 变分，再利用 (13) 式得

$$Z_{c0}\{\bar{R} - 24Z_{c0}\mathscr{V}_0\} = 0 \tag{15}$$

共形对称自发破缺的必要条件是

$$Z_{c0} \neq 0, \tag{16}$$

因而:

$$\bar{R} - 24Z_{c0}^2\mathscr{V}_0 = 0. \tag{17}$$

故由 (13)—(17) 式得 $\Lambda_0 = 0$. 因 Λ 既无动能又无势能，因而它的值就是基态的值，故有

$$\Lambda = 0, \tag{18}$$

即共形引力理论中，宇宙项为零. 这样宇宙项就从拉氏量中消去了.

另一方面，(14) 式中的 Λ_0 计入了所有规范对称性，包括共形对称性，在自发破缺时所带来的标势的真空期望值，也就是按 (3) 式计算的诱导宇宙常数. 在 Minkowski 背景空间中，这些诱导宇宙常数之和按 (17) 式应为零；而在 de Sitter 和反 de-Sitter 背景空间中，诱导宇宙常数之和与背景时空的弯曲效应按 (17) 式正好抵消，使宇宙项 Λ 为零. 如果 $\mathscr{V}$ 中包含常数项 λ，则共形对称性破缺时也会产生诱导宇宙常数，但它到最后将与其它的诱导宇宙常数同背景时空弯曲效应抵消. 由此也可以看到我们把 λZ_c^4 计入标势中的合理性.

三、背景时空相变

在 Planck 标度以下，可以用 Einstein 拉氏量

$$\mathscr{L} = \sqrt{-g}\left\{-R + \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu Z_i\partial_\nu Z^i + 16\pi G\mathscr{V}(Z_i) - 2\Lambda_c\right\} + \mathscr{L}', \tag{19}$$

其中 Z_i 为 Higgs 场，$\mathscr{L}'$ 则为含矢量和旋量场的部分，为简单计，以后我们忽略 $\mathscr{L}'$，而 Λ_c 则是共形对称自发破缺所引入的诱导宇宙常数

$$\Lambda_c = -8\pi G\lambda, \tag{20}$$

如前所述，它与其它诱导宇宙常数和背景时空的弯曲效应相抵消.

由 (18) 式变分易得宇宙常数为

$$\Lambda_c = \frac{1}{4}\bar{g}^{\mu\nu}\left\{\bar{R}^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\bar{g}^{\mu\nu}\bar{R} + 8\pi G\mathscr{V}_0\bar{g}^{\mu\nu}\right\}, \tag{21}$$

其中 $\mathscr{V}_0$ 为 $\mathscr{V}$ 的真空期望值. 这个公式对 Einstein 平直背景空间化为 Zel'dovich 公式.

如果通过 Higgs 机制，规范对称破缺以前 $\mathscr{V}_0 = 0$. 背景时空满足方程

$$\bar{R}^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\bar{g}^{\mu\nu}\bar{R} - \Lambda_c\bar{g}^{\mu\nu} = 0, \tag{22}$$

在对称破缺以后，$\mathscr{V}_0 \neq 0$，背景时空满足方程

$$\bar{R}^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\bar{g}^{\mu\nu}\bar{R} - \Lambda_c\bar{g}^{\mu\nu} = -8\pi G\mathscr{V}_0\bar{g}^{\mu\nu} \quad (\mathscr{V}_0 \neq 0) \tag{23}$$

比较以上两式可见，在对称自发破缺过程中，背景时空要发生相变。

实际上，由引力场中能量动量守恒的表达式[7]

$$\partial_\nu\left[(-\bar{g})\left(\mathscr{V}_0\bar{g}^{\mu\nu} - \frac{1}{8\pi G}\Lambda_c\bar{g}^{\mu\nu} + \bar{t}^{\mu\nu}\right)\right] = 0 \tag{24}$$

其中 $\bar{t}^{\mu\nu}$ 为背景时空的能量动量赝张量，可以看出：在对称自发破缺过程中，$\mathscr{V}_0$ 的突变是由 $\bar{t}^{\mu\nu}$ 的变化来补偿的，而 $\bar{t}^{\mu\nu}$ 是 $\bar{g}^{\mu\nu}$ 的函数，因此背景时空的几何性质要发生变化。这种变化在早期宇宙中可能发生，也可能在高能粒子散射过程中，如在弱电统一标度上，$SU(2)$ 对称性恢复和自发破缺时发生。

总之，在共形引力理论中，由于共形对称性的禁戒，原始拉氏量中的宇宙项必为零。当能量由高到低变化，通过 Planck 标度时，共形对称性自发破缺，产生一个诱导宇宙常数 Λ_c，它构成 Einstein 理论原始拉氏量中的宇宙项；接着其它规范对称性逐个破缺，分别产生相应的诱导宇宙常数，而在所有的低能不存在的规范对称性全部破缺以后，包括 Λ_c 在内的所有的诱导宇宙常数之和，即低能有效宇宙常数，正好把背景时空的弯曲效应完全抵消。在背景时空为 Minkowski 空间的情况下，不但共形引力中的原始宇宙项为零，而且低能有效宇宙常数为零。由于现实真空是(接近) Minkowski 空间的，故现实的宇宙常数是(接近)零。

Higgs 机制必然导致负质量平方项，很大的诱导宇宙常数和对称破缺时背景时空相变。虽然有效宇宙常数可以为零，而背景时空相变却是无法避免的。因此有些人对它是持观望态度的。

将本文结果推广到超引力中仍然成立。由于共形引力理论中没有带量纲的耦合常数，因而消除了引力重整化的一大障碍[8]。以共形引力理论为低能极限的理论自然也可以避免宇宙常数问题。

作者感谢 A. Strominger，段一士，黄涛，吴丹迪、周咸建、吴济民和赵书诚的有益的讨论。

参 考 文 献

[1] A. Einstein, *Annal der Phys.*, **49**(1916), 799; A. Einstein, *Sitz. Preuss. Akad. Wiss.*, **142**(1917).

[2] Ya. B. Zel'dovich, *Usp. Fiz. Nauk.* **95**(1968), 209.

[3] J. Ellis, A. B. Lahanas, D. V. Nanopoulos and K. Tamvakis, *Phys. Lett.*, **134B**(1984), 429; J. Ellis, C. Kounnas and D. V. Nanopoulos, *Nucl. Phys.*, **B247**(1984), 273; A. Strominger and V. P. Nair, *Phys. Rev.*, **D30**(1984), 2528; E. Cremmer, B, Julia, J. Scherk, S. Ferrara, L. Girardello and P. van Nieuwenhuizen, Nucl. Phys., **B147**(1979), 105; L. E. Abbott, *Phys. Lett.*, **150B**(1985), 427; W. Hiscock, *Phys. Lett.* **166B**(1986), 285; I. Ya. Aref'eva, B. G. Dragovic and I. V. Volovich, *Phys. Lett.*, **177B**(1986), 357; M. B. Green, Preprint QMC-85-15.

[4] C.-Z. Zha, *Phys. Lett.*, **171B**(1986), 366.

[5] I. Antoniadis, J. Iliopoulos and T. N. Tomaras, *Nucl. Phys.*, **B261**(1985), 157.
[6] F. Del Aguila and G. D. Coughlan, *Phys. Lett.*, **180B**(1986), 25.
[7] M. Carmeli, Classical Field (Wiley-Interscience Publication, USA, 1982).
[8] E. S. Fradkin and A. A. Tseytlin, *Phys. Rep.*, **119**(1985), 233.

THE PROBLEM OF THE COSMOLOGICAL CONSTANT

ZHA CHAO-ZHENG
(Xinjiang University, Wulumuqi)

ABSTRACT

The cosmological term is necessarily vanishing in a conformal gravitational theory, and the sum of the induced cosmological constants of all the broken gauge symmetries cancels the curvature of the background spacetime. Thus the sum of all the cosmological constants is vanishing when the background spacetime is Minkowskian. Furthermore, the spontaneous breaking of a gauge symmetry through the Higgs mechanism is always accompanied by a phase transition of the background spacetime.