

生成坐标方法用于核四极激发及其 与 IBM 的联系¹⁾

傅德基 潘为平

(中国科学院上海原子核研究所)

摘 要

由包含单极对力与四极力的原始哈密顿量出发,采用生成坐标方法(GCM),微观地推导了与截断四极声子模型(TQPM)形式相同的等效哈密顿量及电四极跃迁算符. 通过对应关系即可计算出唯象 IBM 哈密顿量及跃迁算符中所需的参量值. 文中对振动型核 ^{110}Cd 及 ^{150}Gd 的实验数据进行了计算,获得较好符合.

一、引 言

近年来,围绕相互作用玻色子模型(IBM)微观研究方面的工作很多:有以费米子 $S-D$ 对子空间的玻色映射来探讨的^[1];有采用玻色子展开法的^[2];也有在费米子模型子空间内直接构造类玻色子作法的^[3],等等. 各种作法都在不断深入并取得进展. 本文沿用 GCM 框架^[4],从含单极对力与四极力的原始哈密顿函数出发,以相干四极激发粒子空穴对构成集体生成算子和相应集体子空间,推导出具有截断四极声子模型形式的集体运动等效哈密顿量. 从而,由对应关系即可得出唯象 IBM 哈密顿量各参量的表达式. 本文试图通过具体计算验证上述作法在振动核上的可行性. 文献[4]中已指出,通常玻色子展开法可认为是 GCM 的特殊情况,所以本文从方法上说,与玻色子展开类似;从对 IBM 中玻色子的物理涵义来说,本文倾向于这样一种看法,即 IBM 中的 $s-d$ 玻色子转换等价于 TQPM 中带截断因子的四极声子,而该声子表示了同位旋标量的四极粒子空穴激发对的产生或湮灭^[4]. 本文认为上述看法或对应关系的有效性和适用范围,应在避免可调参数的具体计算中逐步加以检验.

二、TQPM 哈密顿量的微观推导

考虑如下形式的原始哈密顿量:

1) 中国科学院基金资助的课题.
本文 1986 年 2 月 21 日收到.

其

在(3)
示本行

$$\begin{aligned}
H = & \sum_{jm} \varepsilon_j a_{jm}^+ a_{jm} + \left(\frac{-1}{2}\right) G_0 \sum_{i_1 m_1} \sum_{i_2 m_2} \frac{1}{j_1 j_2} a_{i_1 m_1}^+ a_{i_1 m_1}^+ a_{i_2 m_2} a_{i_2 m_2} \\
& + \left(\frac{-1}{2}\right) \chi_2 \sum_{\mu} \left\{ \sum_{i_1 i_2} \langle i_1 \| Q_2 \| i_2 \rangle \frac{1}{\sqrt{5}} [a_{i_1}^+ \tilde{a}_{i_2}]_{2\mu} \right\} \\
& \cdot \left\{ \sum_{i_3 i_4} \langle i_3 \| Q_2 \| i_4 \rangle \frac{1}{\sqrt{5}} [a_{i_3}^+ \tilde{a}_{i_4}]_{2-\mu} \right\}. \quad (1)
\end{aligned}$$

其中, 第一项是单粒子能量, 第二、三项分别为以 G_0 及 χ_2 为强度的单极配对项和四极相互作用项. Q_2 取 $\left(\frac{\partial V(r)}{\partial r} Y_2\right)$ 的形式; $V(r)$ 系单粒子平均场; $j \equiv (2j+1)^{\frac{1}{2}}$; $\tilde{a}_{jm} = a_{jm} = (-1)^{j-m} a_{j-m}$. 为了避免任意性, ε_j 由 Skyrme 力自洽场理论求得, G_0 及 χ_2 也按通常准粒子 (BCS) 及微观处理振荡态的作法来定, 所以不存在任意可调参数. (详见第三节)

采用 BCS 变换之后, 以 Tamm-Dancoff 近似建立集体算子^[2], (1) 式可改写为:

$$\begin{aligned}
H = & \sum_{jm} E_j \alpha_{jm}^+ \alpha_{jm} - \sum_{\mu} \left\{ \sum_{\tau} \bar{Q}_{\tau 2} (B_{\tau 2\mu}^+ + B_{\tau 2\mu}) + \sum_{\pi} \bar{R}_{\pi 2} C_{\pi 2\mu}^+ \right\} \\
& \cdot \left\{ \sum_{\beta} \bar{Q}_{\beta 2} (B_{\beta 2\mu}^+ + B_{\beta 2\mu}) + \sum_{\pi'} \bar{R}_{\pi' 2} C_{\pi' 2\mu}^+ \right\}. \quad (2)
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
\alpha_{jm} &= u_j a_{jm}^+ - v_j \tilde{a}_{jm}, \quad E_j = \sqrt{(\varepsilon_j - \lambda)^2 + \Delta^2}, \\
B_{\tau 2\mu}^+ &= \frac{1}{2} \sum_{i_1 i_2} (1 + \delta_{i_1 i_2})^{\frac{1}{2}} \Psi_{i_1 i_2}^{(\tau)} B_{i_1 i_2 2\mu}^+, \quad B_{i_1 i_2 2\mu}^+ = [\alpha_{i_1}^+ \alpha_{i_2}^+]_{2\mu}, \\
C_{i_1 i_2 2\mu}^+ &= [\alpha_{i_1}^+ \tilde{\alpha}_{i_2}]_{2\mu}, \quad D_{i_1 i_2} = (1 + \delta_{i_1 i_2})^{\frac{1}{2}}, \\
\bar{Q}_{\tau 2} &= \sum_{i_1 < i_2} \left(\frac{1}{2} \chi_2\right)^{\frac{1}{2}} D_{i_1 i_2}^{-1} \Psi_{i_1 i_2}^{(\tau)} q_{i_1 i_2}, \\
q_{i_1 i_2} &= \langle i_1 \| Q_2 \| i_2 \rangle \frac{1}{\sqrt{5}} (u_{i_1} v_{i_2} + v_{i_1} u_{i_2}), \\
\bar{R}_{\pi 2} &\equiv \bar{R}_{i_1 i_2 2} = \left(\frac{1}{2} \chi_2\right)^{\frac{1}{2}} r_{i_1 i_2}, \\
r_{i_1 i_2} &= \langle i_1 \| Q_2 \| i_2 \rangle \frac{1}{\sqrt{5}} (u_{i_1} u_{i_2} - v_{i_1} v_{i_2}). \quad (3)
\end{aligned}$$

在(3)的各式中, E_j 系 BCS 准粒子能量, $B_{\tau 2\mu}^+$ 是 Tamm-Dancoff 声子产生算子, τ 表示本征态标号. 由 Tamm-Dancoff 系数 $\Psi_{i_1 i_2}^{(\tau)}$ 的正交归一性质, 可得:

$$\begin{aligned}
B_{i_1 i_2 2\mu}^+ &= \sum_{\tau} D_{i_1 i_2} \Psi_{i_1 i_2}^{(\tau)} B_{\tau 2\mu}^+, \\
\langle B_{\tau 2\mu} B_{\beta 2\mu}^+ \rangle &= \delta_{\tau\beta} = \frac{1}{4} \sum_{i_1 i_2 i_3 i_4} D_{i_1 i_2} D_{i_3 i_4} \Psi_{i_1 i_2}^{(\tau)} \Psi_{i_3 i_4}^{(\beta)} \langle B_{i_1 i_2 2\mu} B_{i_3 i_4 2\mu}^+ \rangle, \\
\left\langle B_{\tau 2\mu} \sum_{jm} E_j \alpha_{jm}^+ \alpha_{jm} B_{\beta 2\mu}^+ \right\rangle &= \frac{1}{2} \sum_{i_1 i_2} (E_{i_1} + E_{i_2}) D_{i_1 i_2} D_{i_1 i_2} \Psi_{i_1 i_2}^{(\tau)} \Psi_{i_1 i_2}^{(\beta)}. \quad (4)
\end{aligned}$$

其中符号 $\langle \rangle$ 表示对 BCS 真空平均, 即 $\langle \rangle \equiv \langle \phi_0 | \phi_0 \rangle$.

按照 GCM, 可按下述程序推导等效哈密顿量^[4]:

$$\langle\langle H \rangle\rangle = \frac{\langle \Phi | \hat{H}(\alpha_r^+, B_r^+, C_r^+) | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \Phi \rangle}, \quad (5)$$

$$|\Phi\rangle = \int d\tau_\alpha \exp\left(\sum_\mu \bar{\alpha}_\mu B_{r1\mu}^+\right) |\Phi_0\rangle f(\alpha), \quad (6)$$

其中 \hat{H} 即(2)式, α_μ 是生成坐标, 满足 $\bar{\alpha}_\mu = (-1)^\mu \alpha_{-\mu}$. 当限于考虑 Tamm-Dancoff 最低激发即集体态情况下, 标号 r 可略去不写. 将(6)式代入(5), 则得

$$\langle\langle H \rangle\rangle = \frac{\iint d\tau_\alpha d\tau_\beta f^*(\alpha) \hat{H}_D\left(\alpha, \frac{\partial}{\partial \alpha}\right) \langle \alpha | \beta \rangle f(\beta)}{\iint d\tau_\alpha d\tau_\beta f^*(\alpha) \langle \alpha | \beta \rangle f(\beta)}, \quad (7)$$

$$\hat{H}_D\left(\alpha, \frac{\partial}{\partial \alpha}\right) \langle \alpha | \beta \rangle = \langle \Phi_0 | \exp\left(\sum_\mu \alpha_\mu B_{2\mu}\right) \hat{H} \exp\left(\sum_\nu \bar{\beta}_\nu B_{2\nu}^+\right) | \Phi_0 \rangle,$$

\hat{H}_D 事实上就是文献[4]中的 $\hat{H} \hat{\mathcal{N}}^{-1}$. $\hat{\mathcal{N}}$ 为模算子:

$$\hat{\mathcal{N}}\left(\alpha, \frac{\partial}{\partial \alpha}\right) f(\alpha) \equiv \int d\tau_\beta \langle \alpha | \beta \rangle f(\beta), \quad (8)$$

且满足

$$\begin{aligned} \langle \Phi | \Phi \rangle &= \iint d\tau_\alpha d\tau_\beta f^*(\alpha) \langle \alpha | \beta \rangle f(\beta) \\ &= \int d\tau_\alpha f^*(\alpha) \hat{\mathcal{N}}\left(\alpha, \frac{\partial}{\partial \alpha}\right) f(\alpha) = 1. \end{aligned} \quad (9)$$

实际上我们只需要物理子空间内的态, $\hat{\mathcal{N}}$ 在其中具有非零且正的本征值, 因而 $\hat{\mathcal{N}}^{-1}$ 及 $\hat{\mathcal{N}}^{-1/2}$ 存在. 容易证明下式成立, 这给等效算符的推导带来极大的方便,

$$\langle \alpha | \hat{A} \hat{B} | \beta \rangle = \hat{A}_D \hat{B}_D \langle \alpha | \beta \rangle. \quad (10)$$

由(7)式可见

$$\begin{aligned} &H_D\left(\alpha, \frac{\partial}{\partial \alpha}\right) \langle \alpha | \beta \rangle \\ &= \langle \Phi_0 | \exp\left(\sum_\mu \alpha_\mu B_{2\mu}\right) \hat{H} \exp\left(-\sum_\nu \alpha_\nu B_{2\nu}\right) \\ &\quad \cdot \exp\left(\sum_\nu \alpha_\nu B_{2\nu}\right) \exp\left(\sum_\eta \bar{\beta}_\eta B_{2\eta}^+\right) | \Phi_0 \rangle, \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$\exp\left(\sum_\mu \alpha_\mu B_{2\mu}\right) \hat{H} \exp\left(-\sum_\nu \alpha_\nu B_{2\nu}\right)$$

系对(2)式 \hat{H} 的相似变换. 可见变换结果取决于各算子如 $B_{2\nu}$ 、 $B_{2\mu}^+$ 、 $C_{2\mu}^+$ 等之间的对易关系. 举例说,

$$\begin{aligned} &\exp\left(\sum_\nu \alpha_\nu B_{2\nu}\right) \hat{B}_{2\mu} \exp\left(-\sum_\eta \alpha_\eta B_{2\eta}\right) \\ &= B_{2\mu} + \sum_\nu \alpha_\nu [B_{2\nu}, B_{2\mu}] \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2!} \sum_{\nu\eta} \alpha_\nu \alpha_\eta [B_{2\nu}, [B_{2\eta}, B_{2\mu}]] + \dots,$$

(5) 因为 $[B_{2\nu}, B_{2\mu}] = 0$,
因此

$$(6) \quad B_{2\mu} \langle \alpha | \beta \rangle = \frac{\partial}{\partial \bar{\alpha}_\mu} \langle \alpha | \beta \rangle. \quad (12)$$

最低 采取同样步骤, 可求得下列各算子的等效算子

$$(7) \quad \hat{\mathcal{O}}_D \left(\alpha, \frac{\partial}{\partial \alpha} \right):$$

$$(8) \quad \begin{array}{ll} \hat{\mathcal{O}} & \hat{\mathcal{O}}_D \left(\alpha, \frac{\partial}{\partial \alpha} \right) \\ B_{2\mu} & \frac{\partial}{\partial \bar{\alpha}_\mu} \\ B_{2\mu}^+ & \alpha_\mu \left(1 - \frac{1}{Q} \sum_\nu \alpha_\nu \frac{\partial}{\partial \alpha_\nu} \right) \\ C_{\pi 2\mu}^+ & \sum_{\mu_1 \mu_2} P_{2\mu_1 2\mu_2}^{(\pi)} \alpha_{\mu_1} \frac{\partial}{\partial \alpha_{\mu_2}} \\ \sum_{jm} E_j \alpha_{jm}^+ \alpha_{jm} & \sum_{\mu_1} \sum_{i_1 j_1} D_{i_1 j_1}^2 \Psi_{i_1 j_1 2}^2 E_j \alpha_{\mu_1} \frac{\partial}{\partial \alpha_{\mu_1}} \end{array} \quad (13)$$

(9) 应当指出, 这些表达式虽在文献[4]中已获得, 但未对具体核作过计算。尤其对 Q 值如何定的问题, 当时认为是在忽略非集体成分之下, 仅保留集体态 TDA 系数平方和项情况下的平均值。本文改进了 Q 的计算表达式, 详见附录。

$\hat{\lambda}^{-1}$ 及

(10) 为了获得集体算子的 Dyson 表示和 Holstein-Primakoff 表示, 可通过下述 S 及 S_H 的相似变换:

$$S \frac{\partial}{\partial \alpha_\mu} S^{-1} = b_\mu; \quad S \alpha_\mu S^{-1} = b_\mu^+ \quad (14)$$

$$S = \exp \left(-\frac{1}{4} \sum_\mu \frac{\partial^2}{\partial \alpha_\mu \partial \bar{\alpha}_\mu} \right) \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_\mu \bar{\alpha}_\mu \alpha_\mu \right). \quad (15)$$

其中 S 满足 $S^+ = S$, 它将对易关系

$$(11) \quad \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_\mu}, \alpha_\nu \right] = \delta_{\mu\nu}$$

变换为 $[b_\mu, b_\nu^+] = \delta_{\mu\nu}$.

$$S_H = S(\hat{n}) = \left(\frac{1}{\sqrt{Q}} \right)^{Q-\hat{n}} \sqrt{(Q-\hat{n})!},$$

$$S_H b_\mu S_H^{-1} = \sqrt{1 - \frac{1}{Q} \hat{n}} b_\mu,$$

$$S_H b_\mu^+ S_H^{-1} = b_\mu^+ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{Q} \hat{n}}}.$$

的对易

其中

$$\hat{n} \equiv \sum_{\nu} b_{\nu}^{\dagger} b_{\nu}$$

作了上述变换之后,可得:

\hat{O}	\hat{O}_D	\hat{O}_{HP}
$\sum_{l,m} E_l \alpha_{lm}^{\dagger} \alpha_{lm}$	$\sum_{\mu} \sum_{l_1 l_2} D_{l_1 l_2}^2 \Psi_{l_1 l_2}^2 E_{l_1} b_{\mu}^{\dagger} b_{\mu}$	$\sum_{\mu} \sum_{l_1 l_2} D_{l_1 l_2}^2 \Psi_{l_1 l_2}^2 E_{l_1} b_{\mu}^{\dagger} b_{\mu}$
$B_{2\bar{\mu}}$	$b_{\bar{\mu}}$	$\sqrt{1 - \frac{1}{Q} \hat{n}} b_{\bar{\mu}}$
$B_{2\mu}^{\dagger}$	$b_{\mu}^{\dagger} \left(1 - \frac{1}{Q} \sum_{\nu} b_{\nu}^{\dagger} b_{\nu}\right)$	$b_{\mu}^{\dagger} \sqrt{1 - \frac{1}{Q} \hat{n}}$
$C_{\kappa 2\mu}^{\dagger}$	$\sum_{\nu\eta} P_{2\bar{\nu} 2\nu}^{(j_1 j_2 2\mu)} b_{\nu}^{\dagger} b_{\eta}$	$\sum_{\nu\eta} P_{2\bar{\nu} 2\nu}^{(j_1 j_2 2\mu)} b_{\nu}^{\dagger} b_{\eta}$

利用上表结果及(10)式,即可求得所需的等效哈密顿量 $\hat{\mathcal{N}}^{-1/2} \hat{H} \hat{\mathcal{N}}^{-1/2}$ 如下:

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{N}}^{-1/2} \hat{H} \hat{\mathcal{N}}^{-1/2} &= \hat{H}_{HD} = \sum_{l_1 l_2} D_{l_1 l_2}^2 \Psi_{l_1 l_2}^2 E_{l_1} \sum_{\mu} b_{\mu}^{\dagger} b_{\mu} \\ &\quad - \sum_{\mu} \hat{\mathcal{Q}}_{\mu} \hat{\mathcal{Q}}_{\bar{\mu}}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{Q}}_{\mu} &= \bar{Q}_{r2} \left(b_{\mu}^{\dagger} \sqrt{1 - \frac{1}{Q} \hat{n}} + \sqrt{1 - \frac{1}{Q} \hat{n}} b_{\bar{\mu}} \right) \\ &\quad + \sum_{\kappa} \bar{R}_{\kappa 2} \sum_{\nu\eta} P_{2\bar{\nu} 2\nu}^{(j_1 j_2 2\mu)} b_{\nu}^{\dagger} b_{\eta}. \end{aligned} \quad (17)$$

(17)式中第二项可写成更简洁形式,即

$$\hat{\mathcal{Q}}_{\mu} = \bar{Q}_{r2} \left(b_{\mu}^{\dagger} \sqrt{1 - \frac{1}{Q} \hat{n}} + \sqrt{1 - \frac{1}{Q} \hat{n}} b_{\bar{\mu}} \right) + \mathcal{R}[b^{\dagger} b]_{2\mu}. \quad (18)$$

由于

$$P_{2\bar{\mu} 2\nu}^{(j_1 j_2 2\mu)} = C_{2\bar{\mu} 2\nu}^{2\mu} \cdot 5 \cdot \sum_j \Psi_{j_1 j_2} \Psi_{j_1 j_2} W(j_1 j_2 22; 2j) D_{j_1 j_2} D_{j_1 j_2}, \quad (19)$$

$$[b^{\dagger} \tilde{b}]_{2\mu} = \sum_{\nu\eta} C_{2\bar{\nu} 2\nu}^{2\mu} b_{\nu}^{\dagger} b_{\eta}, \quad (20)$$

从(19)及(20)式定义,(18)式 \mathcal{R} 的表达式即可得出。取进[4]讨论过的对应关系:

$$\begin{aligned} \sqrt{Q - \sum_{\nu} b_{\nu}^{\dagger} b_{\nu}} b_{\mu} &\Rightarrow s^{\dagger} d_{\mu}; & b_{\mu}^{\dagger} \sqrt{Q - \sum_{\nu} b_{\nu}^{\dagger} b_{\nu}} &\Rightarrow d_{\mu}^{\dagger} s \\ b_{\mu}^{\dagger} b_{\nu} - \delta_{\mu\nu} \left(Q - \sum_{\eta} b_{\eta}^{\dagger} b_{\eta} \right) &\Rightarrow d_{\mu}^{\dagger} d_{\nu} - \delta_{\mu\nu} s^{\dagger} s \end{aligned}$$

\hat{H}_{HP} 可写成:

$$\hat{H}_{HP} = \epsilon_d^0 \sum_{\mu} d_{\mu}^{\dagger} d_{\mu} - \sum_{\mu} \hat{\mathcal{Q}}_{\mu}^{\dagger} \hat{\mathcal{Q}}_{\bar{\mu}}.$$

$$\epsilon_d^0 = \sum_{l_1 l_2} D_{l_1 l_2}^4 \Psi_{l_1 l_2}^2 E_{l_1},$$

$$\mathcal{Q}_\mu^d = \frac{1}{\sqrt{Q}} \bar{Q}_{r2}(d_\mu^+ s + s^+ d_\mu) + \mathcal{R}[d^+ \bar{d}]_{2\mu}. \quad (21)$$

以上对应关系中,关键的一点是, Q 是否与通常 IBM 中的总玻色子数 N 相当? 这是本文拟通过具体数值计算验证的问题之一. 由附录所提供的公式计算出来的 Q 不会正好是整数, 在下面的事例中, 我们都取最靠近的整数(见下节).

将(21)式化开, 即可求得与通常 IBM 逐项对应的哈密顿量形式^[1]:

$$\begin{aligned} H_{\text{IBM}} = & h_0 + \varepsilon' \sum_m d_m^+ d_m + \sum_L \frac{1}{2} \sqrt{2L+1} C'_L [[d^+ d^+]_L [dd]_L]_0 \\ & + v'_2 \{ [[d^+ d^+]_2 [ds]_2]_0 + [[s^+ d^+]_2 [dd]_2]_0 \} \\ & + v'_0 \{ [[d^+ d^+]_0 [ss]_0]_0 + [[s^+ s^+]_0 [dd]_0]_0 \}. \end{aligned} \quad (22)$$

其中 h_0 是常数项,

$$\begin{aligned} \varepsilon' = & \varepsilon_d^0 - \left(2 - \frac{6}{Q}\right) \bar{Q}_{r2}^2 - \mathcal{R}, \\ C'_L = & \frac{4}{Q} \bar{Q}_{r2}^2 - 10W(2222; 2L)\mathcal{R}^2, \\ v'_2 = & -2\sqrt{\frac{5}{Q}} \bar{Q}_{r2}\mathcal{R}, \quad v'_0 = -\frac{\sqrt{5}}{Q} \bar{Q}_{r2}^2. \end{aligned} \quad (23)$$

到此, 适宜于求特定核的原始 IBM 哈密顿量中各唯象参量都有了由微观计算量 ε_d^0 、 \bar{Q}_{r2} 、 \mathcal{R} 及 Q 表示的算式(23).

(17) 对于 E2 跃迁算符, IBM 必须引入额外唯象参数 q_1 及 q'_2 如下^[1]:

$$T_{\text{IBM}}(E2) = q_2(d_\mu^+ s + s^+ d_\mu) + q'_2[d^+ \bar{d}]_{2\mu}, \quad (24)$$

(18) 在本文的计算中, 则只须将(3)式中 q_{i1i2} 及 r_{i1i2} 的 Q_1 形式由 $\frac{\partial V(r)}{\partial r} Y_2(\theta, \phi)$ 换为 $r^2 Y_2(\theta, \phi)$, \bar{Q}_{r2} 及 \mathcal{R} 相应地变为 $\bar{Q}_{R2}^{(i)}$ 及 $\mathcal{R}_{R2}^{(i)}$ ($i=1$ 表示由质子组态计算, $i=2$ 则为中子组态), 则可有推导出的 E2 算符如下:

$$\begin{aligned} (19) \quad T(E2) = & \left(\sum_{i=1}^2 e_i^{(j)} \bar{Q}_{R2}^{(i)} \right) \frac{1}{\sqrt{Q}} (d_\mu^+ s + s^+ d_\mu) \\ (20) \quad & + \left(\sum_{i=1}^2 e_i^{(j)} \mathcal{R}_{R2}^{(i)} \right) [d^+ \bar{d}]_{2\mu}. \end{aligned} \quad (25)$$

其中 $e_i^{(j)}$ 系核子等效电荷.

三、数值计算结果

本文对 $U(5)$ 极限, 即振动型核 ^{150}Gd 及 ^{100}Cd 作出计算. 至于变形核问题, 由于 g 玻色子影响在本文框架中未曾计及^[10], 暂不讨论; $O(6)$ 极限核区的尝试将另文讨论.

^{150}Gd (钆)情况:

采用类似于文献[8]的 Skyrme III 力 Hartree-Fock 程序产生的单粒子能量 ε_i 及其

组态波函数,同时参照了文献[6]的单粒子能量数值.[6]的作者在采取调节之后的准粒子任意相近似法(QPRPA)能很好地再现 ^{146}Gd 的低能谱.我们计算中表明原始的闭壳核单粒子能级数值对最后的影响并不大,关键在于由 ^{146}Gd 到 ^{150}Gd ,单粒子能级和集体密度振荡的耦合必须取入^[9].这里可等效于对 E_i 乘以0.6的压缩因子来完成.

G_0 取 $(20/A)$, A 是核子数,BCS程序对质子态主壳50—82,中子态主壳82—126进行,获得所需的 E_i 、 ν_i 及 V_i . χ_2 由QPRPA程序能再现的 ^{150}Gd 第一个 2_1^+ 激发态的实验值($E_{2_1^+} = 0.638\text{MeV}$)定得为: $\chi_2 = 0.10014 \times 10^{-2}$.由此获得所需Tamm-Dancoff系数 $\Psi_{ij}^{(7)}$.具体计算表明,组态截断能量取为5MeV已很足够.这足以取入处于一个主壳内的所有单粒子组态.由上可见,除了 E_i 必须乘以0.6因子外,其他 G_0 、 χ_2 和组态空间都不是可调的任意参量,这一切都合乎通常作此类工作惯例.在根据(3)、(17)–(21)、(25)及(A.6)等公式算出 e_2^0 、 $\bar{Q}_{\tau\tau}$ 、 \mathcal{R} 、 Q 、 $\bar{Q}_{\tau\tau}^{(2)}$ 及 $\mathcal{R}_{\tau\tau}^{(2)}$ 之后,并通过(23)及(25)式,就可具备所有进行IBM的PHINT CODE程序的输入数据了.计算结果和实验值的比较见表1及表2.算得的 $Q = 1/0.118 \cong 9$,接近唯象IBM计算中所取总玻色子数^[7].

表 1 ^{150}Gd 能级 (keV) 实验与理论值比较

自旋(带)	实验值 ^{a)}	IBM ^{a)}	本工作 ^{b)}
0_g	0.	0.	0.
2_g	638.0	639.	698.
4_g	1288.4	1289.	1388.
6_g	1936.8	1954.	2080.
8_g	2767.8	2636.	2794.
10_g		3338.	3525.
0_β	1207.2	1025.	1296.
2_β	1518.5	1593.	1497.
4_β	1700.1	2190.	2231.
6_β		2823.	2971.
2_γ	1430.5	1282.	2032.
3_γ	1988.0	1959.	2291.
4_γ	(2080.0)	1914.	2774.
5_γ		2634.	3045.

a) 数据取自文献[7](详见该文表2).

b) $e_2^0 = 0.8528$, $\bar{Q}_{\tau\tau} = 0.2475$, $\mathcal{R} = 0.2030$, $Q = 9$.

^{110}Cd (镉)的情况:

文献[5]是将 ^{110}Cd 作为典型 $U(5)$ 极限核来研究的.本文为了取得和唯象处理的^[3]作出平行的比较起见,也采用与之相同的微扰计算能谱和跃迁方案,而不用PHINT CODE.

对于 ^{110}Cd , e_i 由Skyrme III力H-F计算得到; G_0 取 $(20/A)$; E_i 同样乘以0.6的压缩因子,理由同 ^{150}Gd 的分析;组态空间截断能量也取5MeV.经过类似于 ^{150}Gd 的计算获得所需参量值列于表3,表3同时列出文献[5]中的唯象可调参量值:

准粒
始的
自级和

—126
发态
amm-
又入处
也 G_0 、
言(3)、
过(23)
吉果和
斤取总

表 2 ^{110}Cd 的 $B(E_2)$ 值及比率的理论、实验值比较

跃 迁	实验值、比率 ^{a)}	IBM ^{a)}	本工作 ^{b)}	
			$e_p = 1.0e; e_n = 0.0e$	$e_p = 1.0e; e_n = 1.0e$
$2_p \rightarrow 2_g$	$0.030e^2b^2$	(拟合)	$0.016e^2b^2$	$0.031e^2b^2$
$2_p \rightarrow 0_g$	5.1(5)	(拟合)	2.2	1.2
$2_p \rightarrow 2_g$	100.	100.	100.	100.
$4_p \rightarrow 2_g$	0.17(12)	13.	3.4	1.7
$4_p \rightarrow 4_g$	100.	100.	100.	100.
$2_7 \rightarrow 0_g$	3.2(3)	12.	1.6	1.7
$2_7 \rightarrow 2_g$	100.	100.	100.	100.
$3_7 \rightarrow 2_g$	100.	100.	100.	100.
$3_7 \rightarrow 4_g$	820.(290)	122.	1032.	1800.
$4_7 \rightarrow 2_g$	100.	100.	100.	100.
$4_7 \rightarrow 4_g$	<11000.	290.	5450.	4060.

a) 数据取自文献[7](见该文表9及表14), $q_2 = 0.1739eb$, $q_2' = -0.4687eb$
 b) $\bar{Q}_{E_2} = -3.19568fm$, $\bar{Q}_{E_2}' = -1.8438fm$, $\bar{R}_{E_2} = 0.2359fm$,
 $\bar{R}_{E_2}' = -9.9729fm$ ($e_p = e_p^{(1)}$; $e_n = e_n^{(2)}$; $b = 10^{-24}cm^2$)

表 3 用于 ^{110}Cd 计算的参量值比较

	$\sigma(\text{MeV})$	$C_0(\text{MeV})$	$C_2(\text{MeV})$	$C_4(\text{MeV})$	ξ	ξ'	$q_2(\text{efm}^2)$	$q_2'(\text{efm}^2)$
IBM ^{a)}	0.740	0.030	-0.120	0.100	0.3	-0.3	24.5	-7.7
本工作 ^{b)}	0.772	0.059	0.069	0.051	0.02	0.2	-10.2	-3.3

a) $N = 6$, 数据取自文献[5], 定义亦见该文.
 b) $\Omega = 1/0.179 \cong 6$, $e_p = e_n = 1.0e$, $\chi_2 = 0.284 \times 10^{-3}$.

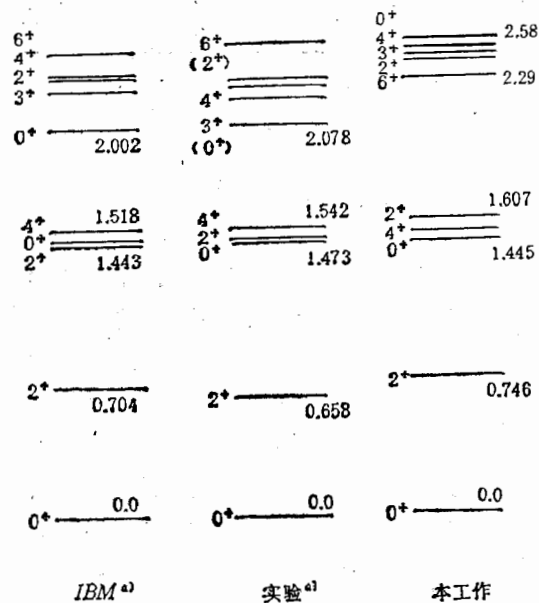


图 1 ^{110}Cd 能谱的理论及实验比较, 其中 a) 取值于文献[5]

处理
HINT
以 0.6
Cd 的

按上列参数值求得能谱、电四极矩及 $B(E2)$ 值示于图 1、表 4 及表 5。由于组态空间截断在 5 MeV 以内, 第一激发态 2_1^+ 的电四极矩 $Q_{2_1^+}$ 的实验值为本工作的计算值的 3 倍; $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ 则为 9 倍。这是合理的, 因为 $Q_{2_1^+}$ 线性依赖于等效电荷, 而 $B(E2)$ 则依赖于等效电荷的平方。在微观计算水平之上得到的能谱与电矩及跃迁如此符合, 看来决非偶然的巧合。

表 4 ^{110}Cd 电四极矩 $Q_{2_1^+}$ 及 $B(E2)$ 值

	实验 ^{a)}	IBM ^{a)}	本工作
$Q_{2_1^+}$	-55 ± 8 -31 ± 9 cfm ²	-42 cfm ²	-14.6 cfm ²
$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	934 ± 38 e ² fm ⁴	938 e ² fm ⁴	140.3 e ² fm ⁴

a) 取自文献[5].

表 5 $B(E2)$ 比率的理论、实验值比较

跃 迁	^{a)} $B(E2)$ 计算 (e ² fm ⁴)	比之于	计算比率 ^{a)}	实验比率 ^{b)}	IBM 比率 ^{b)}
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	140.3				
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	243.4	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	1.78	1.53 ± 0.2	1.63
$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	214.0	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	1.52	1.08 ± 0.29	1.30
$0_2^+ \rightarrow 2_1^+$	268.4	$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	1.91		1.25
$2_2^+ \rightarrow 0_2^+$	3.5	$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	0.016	$(5.5 \pm 0.9) \times 10^{-2}$	0.011
$3_1^+ \rightarrow 2_2^+$	194.2				
$3_1^+ \rightarrow 4_1^+$	65.9	$3_1^+ \rightarrow 2_2^+$	0.34	0.47 ± 0.20	0.31
$3_1^+ \rightarrow 2_1^+$	5.4	$3_1^+ \rightarrow 2_2^+$	0.027	$(1.7 \pm 1.0) \times 10^{-2}$	0.020
$4_2^+ \rightarrow 2_2^+$	155.5				
$4_2^+ \rightarrow 4_1^+$	120.8	$4_2^+ \rightarrow 2_2^+$	0.78	$0.78^{+0.38}$ -0.23	0.71
$4_2^+ \rightarrow 2_1^+$	4.0	$4_2^+ \rightarrow 2_2^+$	0.025	$(0.7 \pm 0.1) \times 10^{-2}$	0.018

a) 本工作计算值, 取 $e_n = e_p = 1.0e$.

b) 取自文献[5].

四、结论及讨论

(一) 本文实际上是文献[4]理论框架的具体运用。将 GCM 用于等效集体哈密顿量的推导过程中, 关键在于构成具有准闭合代数结构的集体生成算子的取得, 如文中的 $B_{r2\mu}^+$ 、 $B_{r2\mu}$ 及 $C_{\pi 1\mu}^+$ 。泡利不相容原理通过计入尽可能准确的对易关系来保持(见附录), 这就自然地导致带有截断因子的声子算符的出现, 由此造成的阻塞效应不致使声子数可以无限制地增加。沿此途径可直接作到将更高极激发(16 极声子)包含进来^[11], 这对于形变核来说是不可少的因素^[10]。本文暂限于对球形振动核的探索。

(二) 本文对 ^{110}Cd 及 ^{150}Gd 能谱、电矩与跃迁的微观计算结果与唯象 IBM 符合实验的程度相当。计算中, e_j 及单粒子波函数由 Skyrme III H-F 自洽场理论求得, 考虑到核心集体振荡对闭壳外粒子耦合的影响, 引进对 E_j 乘以 0.6 的压缩因子^[9]。单极配对力强度 $G_0 = 20/A$; 四极力强度 χ_2 遵循准粒子 RPA 的惯常作法以符合最低集体态 2_1^+

且态空
直的 3
(E2)
合, 看

的实验值取定;组态空间截断以已取入一个主壳组态为准。因此,计算中未有任意可调参数。对于 ϵ_j , 当然可取经验值。曾作过一些比较,发现对结果有影响,但并非很敏感,所以我们倾向于用上述自洽场的理论值。 G_0 值若作调动,对结果有影响,20/A 是较佳的值也符合对关联理论的要求。至于 BCS 变换带来粒子数不守恒的误差,则是本文难于避免的。这方面的工作还有待于深入。

本工作得到徐躬耦教授和 A. E. L. Dierink 的有益讨论,陈学俊、方宝、甘幼评等同志参与部分计算,谨此表示感谢。

五、附 录

由对易关系出发,

$$[B_{r2\mu}, B_{\beta 2\nu}^+] = \delta_{\mu\nu}\delta_{r\beta} - \sum_{i_1 i_2 k_q} P_{r\beta}^{(i_1 i_2 k_q)} C_{i_1 i_2 k_q}^+ \quad (A1)$$

$$[B_{r2\mu}, C_{i_1 i_2 k_q}^+] = \sum_{\beta \lambda \nu} P_{r\beta}^{(i_1 i_2 k_q)} B_{\beta \lambda \nu} (-1)^{i_1 - i_2 - k} \quad (A2)$$

其中

$$P_{\alpha\lambda}^{(i_1 i_2 k_q)} \equiv C_{\lambda\mu}^k a_{\lambda\mu} \bar{P}_{\alpha\lambda}^{(i_1 i_2 k)} \quad (A3)$$

$$\bar{P}_{\alpha\lambda}^{(i_1 i_2 k)} \equiv (2\lambda + 1)^{\frac{1}{2}} (2\lambda' + 1)^{\frac{1}{2}} \sum_j \Psi_{ij_2}^{(\alpha)} \Psi_{ij_1 k}^{(\alpha')} D_{ij_2} D_{ij_1} W(j_1 j_2 \lambda \lambda'; k j) \quad (A4)$$

限于考虑最低集体激发态,略去 α, β, γ 指标。由

$$\begin{aligned} & \exp\left(\sum_{\eta} \alpha_{\eta} B_{2\eta}\right) B_{2\mu}^+ \exp\left(-\sum_{\nu} \alpha_{\nu} B_{2\nu}\right) \\ &= B_{2\mu}^+ + \alpha_{\mu} - \sum_{\mu_1} \alpha_{\mu_1} \sum_{i_1 i_2 k_q} P_{2\mu}^{(i_1 i_2 k_q)} C_{i_1 i_2 k_q}^+ \\ & \quad + \frac{(-1)}{2!} \sum_{\mu_1 \nu_1} \alpha_{\mu_1} \alpha_{\nu_1} \sum_{i_1 i_2 k_q} \sum_{\mu_2} P_{2\mu}^{(i_1 i_2 k_q)} P_{2\mu_2}^{(i_1 i_2 k_q)} (-1)^{i_1 - i_2 - k} B_{2\mu_2} \quad (A5) \end{aligned}$$

上式中, $B_{2\mu}$ 的 $\hat{\mathcal{O}}_D$ 可按(12)式求得;第一、三项由于作用 $\langle \Phi_0 |$ 而消失。第四项当 $k = 0$ 时,变为:

$$-\frac{1}{2} \alpha_{\mu} \sum_{\mu_1} \alpha_{\mu_1} \frac{\partial}{\partial \alpha_{\mu_1}} \left(\sum_{i_1 < j_1} \sum_{i_2 < j_2} \frac{4}{(2j_1 + 1)} \Psi_{i_1 i_2}^2 \Psi_{j_1 j_2}^2 \right)$$

这是(A3)定义的 P 因子有:

$$P_{2\mu}^{(i_1 i_2 k_q)} = \delta_{\mu\mu'} \delta_{i_1 i_2} \sum_j \Psi_{ij_2} \Psi_{ij_1} D_{ij_2} D_{ij_1} \frac{(-1)^{i_1 - i_2}}{\sqrt{2j_2 + 1}}$$

(A5) 式第四项 $k \neq 0$ 的贡献比较复杂,两个 P 因子相乘结果,不会是本征系数平方项之和,有正负相消使贡献减少,并且 $k \neq 0$ 的项也不能耦合出相于(13)式对 $B_{2\mu}^+$ 所希求的 $\hat{\mathcal{O}}_D$ 为

$$\alpha_{\mu} \left(1 - \frac{1}{\Omega} \sum_{\nu} \alpha_{\nu} \frac{\partial}{\partial \alpha_{\nu}} \right)$$

形式。因此本文近似取

率^{b)}

3

0

5

11

1

120

1

118

密顿量
[中的
附录),
子数可
对于形

符合实
, 考虑
及配对
态 2_1^+

$$\frac{1}{Q} = \sum_{i_1 < i} \sum_{i_2 < i_1} \frac{1}{Q_{i_1}} \Psi_{i_1 i_2}^2 \Psi_{i_2 i_1}^2 \quad (\text{A.6})$$

$$Q_{i_1} \equiv \frac{1}{2} (2j_1 + 1) \quad (\text{A.7})$$

参 考 文 献

- [1] A. Arima, T. Otsuka, F. Iachello and I. Talmi, *Phys. Lett.*, **66B** (1977), 205; *Phys. Lett.*, **76B** (1978), 139.
Y. K. Gambhir, P. Ring and P. Schuck, *Phys. Rev.*, **C25**(1982), 2858.
S. Pittel, P. D. Duval and B. R. Barrett, *Phys. Rev.*, **C25**(1982), 2834.
- [2] T. Kishimoto and T. Tamura, *Nucl. Phys.*, **A270**(1976), 317.
K. J. Weeks and T. Tamura, *Phys. Rev.*, **C22**(1980), 1323.
- [3] L. M. Yang, *Commun. in Theor. Phys.* (Beijing, China), vol. 1, (1982), 557.
L. M. Yang, D. H. Lu and Z. N. Zhou, *Nucl. Phys.*, **A421** (1984), 229c.
- [4] Xu Gong-ou, *Nucl. Phys.*, **A421** (1984), 275c.
Xu Gongou and Fu Deji, Proceedings of the International Summer School on Nucleon-Nucleon Interaction and Nuclear Many-Body Problems, Changchun, China, July 1983, World Scientific Publishing Co Ptd Ltd., 1984, p538.
- [5] A. Arima and F. Iachello, *Ann. Of Phys. (New York)*, **99**(1976), 253.
- [6] C. Conci, V. Klemt and J. Speth, *Phys. Lett.*, **148B**(1984), 405.
- [7] P. O. Lipas et al., *Phys. Scripta.*, **27**(1983), 8.
- [8] D. Vautherin and D. M. Brink, *Phys. Rev.*, **C5**(1972), 626.
- [9] I. Hamamoto and P. Siemens, *Nucl. Phys.*, **A269**(1976), 199.
- [10] A. Arima, Nuclear Structure 1985, Proceedings of the Niels Bohr Centennial Conference, Copenhagen, May 20—24, 1985, p. 147.
W. Pannert, P. Ring and Y. K. Gambhir, *Nucl. Phys.*, **A443** (1985), 189.
- [11] Xu Gongou, Li Fuli and Fu Deji, International Symposium on Particle and Nuclear Physics, Beijing, 2—7 Sep. 1985. World Scientific Publishing Co Ptd Ltd., 1986 (in Press).

THE APPLICATION OF GCM TO NUCLEAR QUADRUPOLE EXCITATION AND ITS RELATION TO IBM

FU DE-JI PAN WEI-PING

(Institute of Nuclear Research, Academia Sinica)

ABSTRACT

Forming the collective p-h pair of quadrupole type, Generator Coordinate Method (GCM) is used to derive microscopically the TQPM-hamiltonian and E2 transition operator from an original hamiltonian containing monopole pairing and quadrupole interaction. Further connection with IBM1 is investigated by numerical testing the availability of the microscopically calculated quantities, which are the input parameters for IBM1 calculation.

3
看

之
其
自
在
Z
(

反
截
至

注