第 11 卷 第 1 期
1987 年 1 月

高能物理与核物理
HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS

Vol. 11, No. 1
Jan., 1987

拓扑性反常的递降继承

侯伯宇　　侯伯元
（西北大学）　（内蒙古大学）

摘　　要

本文将单形上同调链的递降方程推广到一般的同调链．几何上较明显地说明了不同维的物理量的拓扑非平庸性如何由表面项往低维递降继承．

一、引　　言

近年发现非 Abel 反常的拓扑行为可以用规范代数或规范群的上同调闭链描述[1-9]．文献[6,10]指出代数与群的上闭链为表示的相因子．零阶上闭链描述在群的连通分量上不变的表示． 1 阶上闭链为通常表示的诱导相． 2 阶上闭链时[6]群取射影表示，代数则有中心项． 3 阶上闭链时[10,11]，群表示与结合方式有关，而代数的 Jacobi 非零．

平移群与半单李群的上闭链构成 de Rham 上同调． 这时如存在某一非零的 m 阶上同调闭链，则自 $m+1$ 阶以上的上闭链均为零，相应的 $m-1$ 阶上链虽可整体不分区或分区存在（取决于 m 上闭链正合与否），但是一定不是闭合的，而且又能确定到可以差一个任意的 $m-1$ 阶上闭链，而自 $m-2$ 阶以下的上链均不存在．

与平移群与单李群迥然不同，规范群的各阶上闭链形成由递降方程紧密联系[1-4,6-9]．特别是文献[12]指出了规范群上闭链构成 de Rham-Cech 双上同调．该文还利用 Stokes 定理逐次降到维数低一次的边上而得到高一阶的上闭链，证明了各阶闭链的拓扑指标相等． 这也就意味着如果某一受规范群作用的模型的低阶上闭链非平庸，那末就必然可推出它所有的高阶上闭链都应是非平庸的，直到底空间维数递降到零为止． 例如存在 5 维有效作用量（非闭零上链）时[13]，不但在 4 维必然有散度反常（ 1 上闭链），也必然有三维的对易反常（2 上闭链）[14]． 而且还应有非零的 Jacobi （3 上闭链）．

目前一般得到的三上闭链指的是在以 $\mathfrak{A}^3$（三维规范势形式 A 的集合）为底的复 Hilbert-Fock 从上由切矢 $\dfrac{\delta}{\delta A}$ 提升得到的水平切矢的 Jacobi 不为零[14-16]． 亦即 $\pi_3(\mathfrak{A}^3/\mathscr{G}^3)$ 非平庸（$\mathscr{G}^3$ 指三维规范群集合），它与 $\pi_2(\mathscr{G}^3)$ 相等，亦即只与作用在轨道上的规范群 $\mathscr{G}^3$ 的 2 上闭链相联系．

本文将讨论有非 Abel 反常体系的各维物理量的规范同调间的必然连系，着重注意不同维不同物理量上的规范变换的意义与连系，特别是明显地由四维的边界得到三维波

本文 1986 年 3 月 18 日收到．

函数的不可积相因子，并进一步讨论了三维边界如何贡献二维的三上闭链.

为此，本文将以往定义在单形上的上同调推广为任意链上的上同调. 从不变特征多项式出发用递降方程构造各阶上同调闭链. 这样将有边域的非闭链与无边域的闭链相连系，显示了常空间与群空间求边的互对偶，更明显地给出拓扑"反常"的继承性.

二、规范群上同调的继承

现考察联络空间 $\mathfrak{A}^m=\{A(x)\}$, 它是 m 维空间 $S_m=\{x\}$ 上的联络形式 $A(x)$ 的集合，其中 $A(x)$ 在规范群 $\mathscr{G}^m=\{g(x)\}$ 的作用下如下变换

$$A\to A\cdot g\equiv g^{-1}Ag+g^{-1}dg$$

其中 $g(x)$ 是由底空间 S_m 到李群 G 上的映象. Faddeev[6] 给出了 $\mathfrak{A}^m$ 中任一个 $\mathscr{G}^m$ 轨道上的 k 阶上同调求边运算 Δ 如下：设

$$\Omega^k_{2n-k-1}(\gamma_k)\equiv\Omega^k_{2n-k-1}(A;\,g_1,\,\cdots,\,g_k)$$

为底空间上 $2n-k-1$ 次微分形式，是 $\mathscr{G}^m$ 轨道上的 k 单形

$$\gamma_k=(A,\,A\cdot g_1,\,A\cdot g_1g_2,\,\cdots,\,A\cdot g_1g_2\cdots g_k)$$

的泛函，对它作求边运算 Δ 可如下定义：

$$(\Delta\Omega)^k_{2n-k-1}(A;\,g_1,\,\cdots,\,g_{k+1})\equiv\sum_i\Omega^k_{2n-k-1}(\gamma_k^{(i)})\tag{1}$$

式中 $\gamma_k^{(i)}$ 跑遍构成 $k+1$ 单形 γ_{k+1} 的边 $\partial\gamma_{k+1}$ 的各 k 单形，即

$$\sum_i\gamma_k^{(i)}=\partial\gamma_{k+1}.$$

取 $\Omega^0_{2n-1}(A)$ 为陈-Simons $2n-1$ 形式，其外微分 $d\Omega^0_{2n-1}$ 为陈特征式，在轨道上不变，再利用 $d^2=0$, $\Delta^2=0$, 即可推出双上同调系列.

$$(\Delta\Omega)^k_{2n-k-1}(A;\,g_1,\cdots,\,g_{k+1})=d\Omega^{k+1}_{2n-k-2}(A;\,g_1,\,\cdots,\,g_{k+1})$$

或简写为：

$$\Omega^k_{2n-k-1}(\partial\gamma_{k+1})=\Omega^k_{2n-k-1}\left(\sum_i\gamma_k^{(i)}\right)$$

$$=\sum_i\Omega^k_{2n-k-1}(\gamma_k^{(i)})=d\Omega^{k+1}_{2n-k-2}(\gamma_{k+1})\tag{2}$$

上式中第二个等号用到了泛函 Ω 对于 γ_k 是线性的. 由于方程(2)对于轨道上的链是线性的，所以此线性可以从 Ω^0 的这一性质继承下来. 利用线性迭加性，可以把上式推广到由任意个 $k+1$ 单形迭加求和得到的任意链 γ_{k+1} 与其边 $\sigma_k=\partial\gamma_{k+1}$:

$$d\Omega^{k+1}_{2n-k-2}(\gamma)=\Omega^k_{2n-k-1}(\sigma),\quad\sigma=\partial\gamma.\tag{3}$$

其中 $\gamma\equiv\gamma_{k+1}$, $\sigma\equiv\sigma_k=\partial\gamma_{k+1}$, 它们分别为轨道上的任意 $k+1$ 链及其边，由于 Ω 的上标已指出链的相应维数，故可略去 γ 与 σ 的下标. 与(3)式对应的无穷小 k 链(规范代数)有：

$$\delta\omega^k_{2n-k-1}=d\omega^{k-1}_{2n-k-2}\tag{4}$$

式中 ω^k_{2n-k-1} 是 A, dA, v, dv 的多项式，含 $2n-k-1$ 次 dx 及 k 次 v, 这里"鬼" v 为 $\mathscr{G}$ 的余切矢 $v=g^{-1}\delta g$, 满足：

$$\delta v=-v\wedge v,\quad\delta A=-dv-A\wedge v.$$

上式中 $\wedge$ 为外积符号．可将文献 [7] 中 ω 与 Ω 关系推广为

$$\int_{\gamma_k} \omega^k_{2n-k-1} = \Omega^k_{2n-k-1}(\gamma_k) \tag{5}$$

于是可证

$$d\Omega^{k+1}_{2n-k-2}(\gamma) = d\int_\gamma \omega^{k+1}_{2n-k-2} = \int_\gamma \delta\omega^k_{2n-k-1} = \int_{\partial\gamma} \omega^k_{2n-k-1} = \Omega^k_{2n-k-1}(\partial\gamma)$$

此即(3)式．即由(5)式，利用(4)式，所得结果与(3)式相洽．再沿时空中的 $2n-k-1$ 维区域 D_{2n-k-1} 积分得到：

$$\alpha^k(\partial\gamma_{k+1}, D) \equiv \int_D \Omega^k_{2n-k-1}(\partial\gamma) = \int_D d\Omega^{k+1}_{2n-k-2}(\gamma)$$

$$= \int_{\partial D} \Omega^{k+1}_{2n-k-2}(\gamma) \equiv \alpha^{k+1}(\gamma_{k+1}, \partial D) \equiv \alpha^{k+1}(\gamma, S) \tag{6}$$

式中 D_{2n-k-1} 其下标与被积的 Ω^k_{2n-k-1} 的下标同，与 α 上标之和恒为 $2n-1$，故略去 D 下标，而 $\partial D_{2n-k-1} = S_{2n-k-2}$ 的下标易见要小一维．由上式易见泛函 $\alpha^k(\gamma, D)$ 对于 γ，D 是双线性的．需要注意：在(6)式中实际用到了(3)式在整个 D 区域中成立，由于 D 的拓扑平庸性，这是可以做到的，但需要在 D_{2n-k-1} 的某些低维区域上使 σ_k 退化为低维的，这又相当于例如使 $\sigma_k \otimes D_{2n-k-1}$ 同伦于 D_{2n-1}．这里隐含了用 Poincare 引理将(3)式逐次积分时，所采用的同伦运算的具体积分途径．注意到这点，就不致误认为

$$\alpha^k(\sigma, \partial D) = \alpha^{k-1}(\partial\sigma, D) = \alpha^{n-1}(0, D) = 0, \quad \because \ \partial\sigma = 0$$

而应有

$$\alpha^k(\sigma, S) = \sum_i \alpha^k(\gamma^i, S) = \sum_i \alpha^{k-1}(\partial\gamma^i, D^i) \tag{7}$$

其中

$$\partial D^i = S, \quad \sum_i \gamma^i = \sigma$$

式中上标 i 指不同的区域 D 及其上不同的 γ，这些 D 有共同的边 S．文献[12]适应于单形上同调，构造了一种 Cech-de Rham 系列，证明了用(7)式可递推得

$$\alpha^k(\sigma_k, S_{2n-k-1}) = z \tag{8}$$

z 为该系列的 $2n$ 维底流形的陈特征数．此式即 α^k 为闭合链条件．如果假定 σ_k, S_{2n-k-1} 均为球面，可以有如下对应：

$$\pi^k(\mathscr{G}^{2n-k-1}) = \pi^{k-1}(\mathscr{G}^{2n-k}) = \cdots = \pi^0(\mathscr{G}^{2n-1}) = \pi^{2n-1}(G).$$

可以证明

$$\alpha^k(\sigma_k, S_{2n-k-1}) = \sum_{i=1}^{2} \alpha^k(\gamma^i_k, S_{2n-k-1})$$

$$= \sum_{i=1}^{2} \alpha^{k-1}(\partial\gamma^i_n, D^i_{2n-k}) = \alpha^{k-1}(\sigma_{k-1}, S_{2n-k}) = \cdots = z \tag{9}$$

式中：

$$\sigma_k = \gamma^1_k + \gamma^2_k;$$
$$S_{2n-k} = \partial D^1_{2n-k} = -\partial D^2_{2n-k};$$
$$\partial\gamma^1_k = -\partial\gamma^2_k = \sigma_{k-1}.$$

上式递推的出发点是令 $\Omega^0_{2n-1}(\gamma_0) \equiv \Omega^0_{2n-1}(A)$ 为陈-Simons 形式，故有

$$\alpha^0(\sigma_0, S_{2n-1}) \equiv \alpha^0(A\cdot g, S_{2n-1}) - \alpha^0(A, S_{2n-1}) = z \tag{10}$$

z 为 S_{2n-1} 到 G 上映象 $g(x)$ 的绕数 $\pi^{2n-1}(G) = \pi^0(\mathscr{G}^{2n-1})$

三、由拓扑非平庸的作用量继承得到的低维表示的同调行为

1. 三维时空拓扑非平庸作用量 $\alpha^0(\gamma_0, S_3)$[17]. 由此可得在 $\mathscr{G}^2$ 下 $\mathfrak{A}^2$ 上的波函数变换如诱导表示，其相为 1 上闭链. 下面我们分析此问题:

先讨论有限变换，按照[18]: 第一步求得在 $g\in\mathscr{G}^3$ 下.

$$\Delta\alpha^0(\gamma_0, D_3) = \alpha^0(\gamma_0\cdot g, D_3) - \alpha^0(\gamma_0, D_3) = \alpha^0(\partial\gamma_1, D_3) \tag{11}$$

这是“全”散度(局部的). 第二步求 Lagrange 函数 (Lagrange 密度在等时面 S_2 上的积分)在此有限规范变换下的改变量 ΔL，易见是上式的边界贡献 $\alpha^1(\gamma_1, S_2) = \alpha^0(\partial\gamma_1, D_3)$ 的时间导数:

$$\Delta L = \frac{d}{dt}\alpha^0(\partial\gamma_1,\ D_3) = \frac{d}{dt}\alpha^1(\gamma_1, S_2),\ \partial D_3 = S_2. \tag{12}$$

按量子力学原理，这就是二维空间波函数的相角在上述有限规范变换下的改变量. 注意，这里二维波函数的 1 上闭链来自三维作用量(零上闭链)的上同调边 $\Delta\alpha^0$ 的界面边效应(零非闭上链 $\alpha^0(\gamma_0, D)$ 的上同调边 $\alpha^0(\gamma_0\cdot g - \gamma_0, D)$ 由 Stokes 定理在 $S_2 = \partial D_3$ 界面的贡献).

再讨论微规范变换. 这时二维波函数的微 1 上闭链相角 (gauss 约束的拓扑荷项[6]) 来源如下: 由于作用量的拓扑项 $\alpha^0(\gamma_0, S_3)$ 在微三维规范变换 δ 作用下改变“全”散度(局部的)

$$\delta\alpha^0(\gamma_0, S_3) = \int_s \delta\Omega^0_3(\gamma) = \int_s \delta\omega^0_3 \simeq \int_s d\omega^1_2 \tag{13}$$

在上式推导中注意到 γ_0 为一点，故 $\Omega^0_3(\gamma) = \omega^0_3$. 由此可见，作用量的拓扑项要额外给三维 Noether 流贡献一项 $j^a_\mu(\mu = 0, 1, 2)$，使

$$\omega^1_2 = v^a j^a_\mu \varepsilon_{\mu\nu\lambda} dx^\nu dx^\lambda, \tag{14}$$

(a 为规范代数产生子的指标、跑遍李代数基，v^a 为 v 的 a 分量). 即二维 gauss 约束式中要额外加一个荷密度 j^a_0，它也来自等时表面:

$$\int_{D_3} \delta\omega^0_3 = \int_{D_3} d\omega^1_2 = \int_{\partial D_3} \omega^1_2 = \int_{S_2} \omega^1_2 = \int_{S_2} v^a j^a_0 d^2x. \tag{15}$$

2. 四维规范场中 Dirac 算子的对数行列式[5]、或费米子玻色化后的有效作用量中的反常部分 $\alpha^0(\sigma_0, D_5)$ (式中区域 D_5 的边 $\partial D_5 = S_4$，而 S_4 为紧致化的 Wick 转动了的四维时空[13]). 式(10)保证了从四维时空 S_4 延拓到不同的 D^i_5 的差量子化，故给出同样的物理结果. 的确此不定性为

$$\alpha^0(\sigma_0, D^1_5) - \alpha^0(\sigma_0, D^2_5) = \alpha^0(g, D^1_5) - \alpha^0(g, D^2_5) = \alpha^0(g, S_5) = z \tag{16}$$

这里用到了 $\alpha^0(\gamma_0\cdot g - \gamma_0, M_5) = \alpha^0(g, M_5)$. 但是实际上[19]从 $A\in\mathfrak{A}^4$ 出发，延拓时沿 $\mathscr{G}^4$ 轨道构成 $\gamma_0\in\mathfrak{A}^5$，则沿二拓扑平庸轨道延拓所得差为 $\alpha^0(\sigma_0,\ S_4\times S_1)$，$S_4$ 为物理空间，S_1 为轨道上参数集合. 但可选 γ_0, g，使得有同伦 g:

$$S_1 \times S_4 \rightarrow G \sim S_5 \rightarrow G.$$

于是仍可得

$$\alpha^0(\sigma_0, S_4 \times S_1) = \alpha^0(g, S_4 \times S_1) = \alpha^0(g, S_5) = z \tag{17}$$

此指数 $Z = \pi_5(G)$ 的可以非零是继承得到各物理低维闭链的始源，也是 $\log\det\phi$ 的必然结果．不失普遍性，今后选 σ_0 的负边为 A 的平庸嵌入，其贡献恒为零，仅剩正边的贡献 $\alpha^0(\gamma_0, D_5)$．此处为简单起见采用单连通的 D_5（这不影响以下的讨论）写出有效作用量

$$\alpha^0(\gamma_0, D_5) = \alpha^1(\gamma_1, S_4),\ \gamma_1 = (\gamma_0, A) \tag{18}$$

现在考察此有效作用量在物理空间 S_4 的规范变换 $\mathscr{G}^4$ 下的变换．式(18)左方是非闭的零上链，故易见在 $\mathscr{G}^5$ 下要改变．但它在 $\mathscr{G}^4$ 下怎样变呢？是整个 γ_1 被 $g^4(x) \in \mathscr{G}^4$ 平移，还是仅仅积分路径 γ_1 的端点（参看(5)式）改变延伸呢？如在 D_5 上采用坐标(局部) $(x_1, x_2, x_3, x_4, \tau)$，使 S_4 为 $\tau = 1$． 则 $g^4(x) = g^5(x, 1)$，使得 $\gamma_0(x, 1)$ 改变，亦即使得 α_1 中的 γ_1 的上边（$\partial\gamma_1$ 的下边恒不变）改变． 可见 $g^4(x)$ 使得积分路径（1 链）γ_1 端点随着延伸，而不是整个积分路程 γ_1 的各点均被 g^4 移动． 由此易见在 $\mathscr{G}^4$ 下有效作用量(18)必变换如 1 上闭链．

先考察有限变换：

$$V(g_1')\alpha^1(\gamma_1, S_4) = \alpha^1(\gamma_1 + \gamma_1', S_4) \tag{19}$$

式中

$$\gamma_1 = (A, A \cdot g),\ \gamma_1' = (A \cdot g, A \cdot gg')$$

连乘以 $g', g'', \cdots$ 使 γ_1 延伸为 $\gamma_1 + \sigma_1$ 则有

$$\alpha^1(\gamma_1 + \sigma_1, S_4) = \alpha^1(\gamma_1, S_4) + \alpha^1(\sigma_1, S_4) = \alpha^1(\gamma, S_4) + z \tag{20}$$

确为 1 上闭链．

再考察无穷小变换．由(5),(6)易见路程 γ_1 的微延伸给出 ω_4^1，即熟知反常．

3. 现在从有效作用量为四维-上闭链 $\alpha^1(\gamma_1, S_4)$ 出发证明三维波函数在 $\mathscr{G}^3$ 下为射影表示，其不可积相因子为 2 上闭链 $\alpha^2(\gamma_2, S_3)$． 为此采用与第 1 小节中一样，第一步：当 $\mathscr{G}^4$ 的变换构成 1 闭链时，有效作用量的变化如(20)式所给出，是“全散度” $\alpha^1(\sigma_1 S_4)$．第二步为了将 ΔL 表为某一量的时间导数，该量即三维波函数的等时规范变换的相因子，只要仿照(11)到(12)的推理，就可以由(20)式得到下式的 2 上闭链

$$\alpha^1(\sigma_1, D_4) = \alpha^2(\gamma_2, S_3),\ (\partial\gamma_2 = \sigma_1, \partial D_4 = S_3,\ \text{等时}). \tag{21}$$

给出波函数的不可积相因子，而波函数在轨道上是以 $\mathscr{G}^3$ 为底的复 $U(1)$ 线性丛的截面． 微规范变换时，(21)式中 γ_2 为无穷小 2 链，易见微 2 上闭链为 ω_3^2，它给出水平矢的对易反常．

四、小　　结

无边的 S_5 上 $\alpha^0(\sigma_0, S_5)$ 在 $\mathscr{G}^5$ 下是不变的零上闭链 (mod Z)．于是有边的 D_5 上的 $\alpha^0(\sigma_0, D_5)$ 是 $\alpha^1(\gamma_1, S_4)$ 的确定延拓，是四维费米场的有效玻色化作用量的拓扑项，它的变化如 1 上闭链． 此无边 S_4 上的作用量在 $\mathscr{G}^4$ 的 1 闭链 σ_1 的作用下是闭合不变

的

$$\alpha^1(\sigma_1, S_4) = 0 \pmod Z.$$

而在同一个 $\mathscr{G}^4$ 的 1 闭链 σ_1 作用下，有边的 D_4 上的非闭 1 上链 $\alpha^1(\gamma_1, D_4)$ 的不闭合量 $\alpha^1(\sigma_1, D_4)$ 却给出了等时面 S_3 上波函数的不可积相因子 2 上闭链：$\alpha^2(\gamma_2, S_3)$. 它在 $\mathscr{G}^3$ 的 2 闭链 σ_2 下的变化为

$$\alpha^2(\sigma_2, S_3) = 0 \pmod Z.$$

依此类推，在有边 D_3 上 σ_2 有不闭合量 $\alpha^2(\sigma_2, D_3)$，它给出什么量的等值面 $S_2 = \partial D_3$ 上的 3 上闭链呢？数学上易见此种现象源出于同伦运算求积分时将分布于 S_m 的相，分为 D^i_m，并分别积分而到边 S_{m-1} 上. 物理上则需分析不同情况. $\alpha^0(\sigma_0, D_5)$ 到 $\alpha^1(\gamma_1, S_4)$ 是费米子玻色化（先化为自由费米子）求 Jacobi 时收集了相角. Hamilton 形式可由规定轴规范而将相角收集到等时面. 单极场中 Q_5 转动使磁荷变为双子，是拓扑背景非平庸的三维的边 $S_2 \to$ 原点，使原来对易的 $[Q_0, Q_5]$ 不再对易所致. 因此在有非平庸背景的 Skyrmion 中，可以使原来为零的 Jacobi 不再为零. 特别是用 Brute force 采用杂化口袋，其边界效应——与口袋的交换，更应显示出此效果. 在有奇异原点或拓扑的散射中也应显示出此效果.

参 考 文 献

[1] L. Bonora and P. Cotta-Ramusino, *Comm. Math. Phys.* **87**(1983), 589.
[2] R. Stora, in New Developments in Quantum Field Theory, eds. M. Levy and P. Mitter;
B. Zumino, in Relativity, Groups and Topology 11, 1983, eds. B. S. Dewitt and R. Stora.
[3] K. C. Chcu, H. Y. Guo and K. Wu, *Phys. Lett.*, **134B** (1984), 67.
[4] B. Zumino, Y. S. Wu and A. Zee, *Nucl. Phys.*, **B239** (1984), 477.
[5] M. F. Atiyah and I. M. Singer, *Proc. Nat. Acad. Sci., USA.* **81**(1984), 2597.
[6] L. D. Faddeev and C. L. Shatashrili, *J. M. Phys.*, 60(1984), 770.
A. G. Reiman, M. A. Semenov-Tian-Shancky and L. D. Faddeev, *Func. Analy. Apple.*, **18**(1984), 64.
L. D. Faddeev, *Phys. Lett.*, **145B** (1984), 81.
[7] B. Zumino, *Nucl. Phys.*, **B253** (1985), 477.
[8] H. Y. Guo, B. Y. Hou, S. K. Wang and K. Wu, *Comm. Theor. Phys.*, **4**(1985), 145.
[9] X. C. Song, MIT-BNL Seminar.
[10] B. Y. Hou and B. Y. Hou, *Chinese Phys. Lett.*, **2**(1985), 49.
B. Y. Hou, in Symposium on Ancmalies, Geometry, Topology. eds. W. A. Bardeen and A. R. White;
B. Y. Hou, B. Y. Hou and P. Wang, to be published in *Ann. Phys.*
[11] R. Jackiw, *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 159;
B. Grossman, *Phys. Lett.*, **152B** (1985), 98.
[12] B. Y. Hou, B. Y. Hou and P. Wang, to be published in *Lett. Math. Phys.*
[13] J. Wess and B. Zumino, *Phys. Lett.*, **37B** (1971), 95.
E. Witten, *Nucl. Phys.*, **B223** (1983), 422.
[14] S. G. Jo, MIT CTP 1264.
[15] A. J. Niemi and G. W. Semenoff, *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985), 927.
[16] H. Scnoda, CALT. 68—1271.
[17] S. Deser, R. Jackiw and S. Templeton, *Phys. Rev. Lett.*, 48(1982), 975. *Ann Phys.* (NY) **140**(1982), 372.
[18] R. Jackiw, MIT CTP 1230, in E. F. Frakin Festschrift.
[19] L. Alvarez-Gaume and P. Ginsparg, *Nucl. Phys.*, **B243** (1984), 449.

DESCENING SEQUENCE OF GAUGE ANOMALIES

Bo-yu Hou
(*Northwest University*)

Bo-yuan Hou
(*Neimonggu University*)

Abstract

In this paper, the descending equations of cochains defined on simplexes are generalized to the general chains. We have also explained geometrically in some detail that the topological non-trivialness of physical quantities can descend from higher dimension to lower dimension through the surface term.