

尾场加速器中心束的横向稳定性研究

王书鸿

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文简述了尾场加速原理,着重探讨了中心束的横向稳定性问题,给出了螺旋线磁场对稳定中心束的限制,研究了采用“连续”、优化的横向聚焦系统对稳定中心束的效能。

一、引 言

目前,国际上正在建造的超高能(单束能量 ≥ 50 GeV)正负电子对撞机有两类。一类是环型的,如建于CERN的LEP,它的建造经费与能量的平方成正比;另一类是直线型的,如建于SLAC的SLC,其建造经费与能量的一次方成正比。下一代的更高能量的正负电子对撞机(如在150~300 GeV范围内)可能是直线型的,因为估算表明,在这个能区内,直线型对撞机比环型对撞机要经济些。但现有电子直线加速器的加速率较低(如SLC中只有17 MeV/m),若建造一台单束能量为300 GeV的直线型对撞机,将长达18公里,仍需巨额投资。为满足日益发展的高能物理实验,迫使人们去探索使加速器规模小、造价便宜的新加速原理。在一些被探索的新原理中,直线型的尾场(Wake field)加速器颇受人们的关注。G. -A. Voss和T. Weiland在1982年首先提出了这个原理^[1],它的特点在于可能提供高达200 MeV/m的加速率,比现有电子直线加速器的加速率高一个量级。经过一定的理论研究,这种新加速原理正在西德DESY实验室经受实验的考验^[2]。

当一团速度接近或等于光速的电子进入一个腔体,电子团与腔壁的相互作用,在腔内激起电磁场。由于腔的内壁总是非理想导体,其壁电阻使激发的电磁场总是滞后于前进中的束团,即电磁场总是尾随着电子团前进,因而称这种场为尾场。将一股环状的低能强流电子束,通过如图1所示的腔体。腔的内径约10 cm,它由一系列的相同单元组成,每个单元的两边为厚约1 mm的金属圆盘。这股束流在腔内激起尾场,并经腔内壁的反射,尾场向腔的轴线会聚,然后在轴线上建立起高梯度的电场。将腔的内壁做成如图1所示的锯齿形,有利于会聚在轴线上的电场主要是纵向分量。这时在腔的轴线引入另一股弱流电子束,使它在时间上刚好遇上已产生的高梯度电场,从而得到加速。我们将产生尾场的那股束流称为驱动束;将处在轴线上被加速的那股束流为中心束,或称为加速束。

场分布的计算表明(TBCI程序, T. Weiland),选择优化的几何尺寸: $R = 3\text{cm}$, $r =$

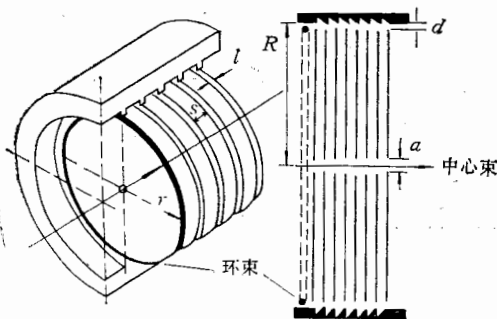


图 1 尾场加速器结构示意图

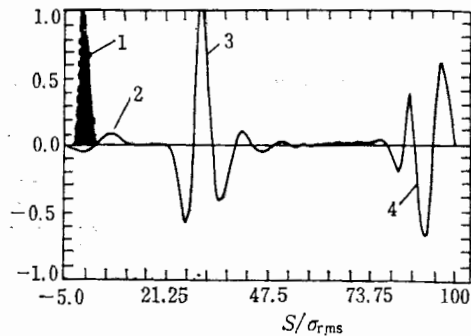


图 2 尾场脉冲示意图

1. 环束团的纵向分布
2. 环束团的束流负载场
3. 经腔内壁反射会聚在轴上的第一个尾场脉冲
4. 第二个尾场脉冲

2.6cm, $l = 0.1\text{cm}$, $s = 0.3\text{cm}$, $d = 0.2\text{cm}$, $a = 0.4\text{cm}$; 并选择驱动环束电荷量 $Q_0 = 1\mu\text{C}$ (即 6×10^{12} 电子/团), 环束在纵向长度的一个标准偏离为 0.2 cm, 加速束的电荷量 $Q_i = 0.01\mu\text{C}$ (即 6×10^{10} 电子/团), 则可产生约 200 MeV/m 的高加速电场。尾场第一次在轴线会聚后, 产生第一个电场脉冲; 然后将再次向腔壁移动, 并经腔内壁再次反射后, 第二次在轴线会聚, 产生第二个电场脉冲, 它的方向与第一个相反, 它的峰值只有前者的 3/4 左右, 可用于加速正电子团, 如图 2 所示。这些电场的脉宽极短, 只有 25 ps 左右, 不会引起腔内因电场太高而被击穿。

二、中心束的横向不稳定性

1. 横向尾场

中心束除受到纵向尾场的加速作用外, 还将受到横向尾场的作用, 导致中心束的横向偏离, 以致丢失。这是中心束横向不稳定的主要来由。

设环束团内的一个电子, 处在横向位置 r_0 、 φ_0 上, 它产生的横向尾场对中心束团内处在 r_i 、 φ_i 上的一个电子的作用能为

$$P = -e r_0 \int_{-\infty}^{\infty} \omega(z') dz' \cos(\varphi_i - \varphi_0). \quad (1)$$

其中 $\omega(z)$ 为尾场函数, 它只决定于加速腔的形状及尺寸, 并可由 Maxwell 方程的数值解求得。由 (1) 式不难看出, 横向尾场来源于两个因素: 一是整个环束的横向偏轴, 二是环束团内电子分布的周向不均匀性。为便于研究, 我们先讨论环束的横向偏离产生的横向尾场。对于上述优化的腔体尺寸, 计算可得 $\omega(z) = 0.4\text{MV}/\mu\text{C} \cdot \text{m}^{2[3]}$ 。它表示, 总电荷量为 $1\mu\text{C}$ 的环束团, 若在 y 方向偏离 0.5 mm, 它产生的横向尾场为 $E_y = 2\text{MV}/\text{m}$, 这是一个相当可观的横向电场。

图 3 (a) 给出了这个环束团产生的纵向尾场分布, 它的峰值为 $E_z = 165\text{MV}/\text{m}$; 图 3 (b) 是这个环束团因偏轴 0.5 mm 而产生的横向尾场分布, 其峰值为 $E_y = 2\text{MV}/\text{m}$ 。图中可见, 横向尾场的峰值与纵向尾场的峰值同时出现, 这对中心束团的运动是很不利的。

显然, 横向尾场与环束团的总电荷量成正比, 与环束团的横向偏轴量成正比。

事实上, 电子在环束团内的周向分布不均匀性, 也将产生很强的横向尾场。多粒子跟踪程序的计算表明, 若环束没有横向偏轴, 但在周向分布不均匀, 便会产生 $E_y \geq 2\text{MV/m}$ 的横向尾场^[4]。

2. 螺旋线磁场稳定中心束的限制

为同时确保环束团与中心束团的横向稳定性, 我们首先考察采用纵向的螺旋线磁场的可能性。这个磁场是由套在尾场加速器外的螺旋线圈产生的。

中心束团内的一个电子, 在连续的横向尾场 E_x , E_y 及纵向磁场 B_z 中的运动方程为

$$\mathbf{X}'' - B\mathbf{J}\mathbf{X}' = \mathbf{f}. \quad (2)$$

其中

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix},$$

$$B = \frac{ecB_z}{m_0c^2\gamma}, \quad f_x = \frac{eE_x}{m_0c^2\gamma}, \quad f_y = \frac{eE_y}{m_0c^2\gamma}.$$

方程 (2) 的解应是

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(z) = & \mathbf{X}_0 + \frac{\mathbf{J}}{B} \mathbf{X}'_0 - \frac{1}{B} [C\mathbf{J} - S\mathbf{I}]\mathbf{X}'_0 \\ & + \frac{\mathbf{I}}{B^2} \mathbf{f} - \frac{1}{B^2} [C\mathbf{I} + S\mathbf{J}]\mathbf{f} + \frac{\mathbf{J}}{B} \mathbf{f}(z - z_0). \end{aligned} \quad (3)$$

其中

$$C = \cos[B(z - z_0)],$$

$$S = \sin[B(z - z_0)].$$

\mathbf{I} 为单位矩阵, z_0 为入口端的纵向坐标。

(3) 式中, 右边第一项表示电子的初始横向偏离 (x_0, y_0) 。右边第二、三项, 表示初始偏角为 (x'_0, y'_0) 的电子受 B_z 场作用引起的绕轴旋转。这个旋转的半径 R_0 及旋转一周 (2π) 所需的轴向长度 L_0 分别为

$$R_0 = \frac{|\mathbf{X}'_0|}{B} = \frac{(x_0'^2 + y_0'^2)^{1/2}}{B}. \quad (4)$$

$$L_0 = \frac{2\pi}{B}. \quad (5)$$

(3) 式中右边第四、五项, 表示横向尾场 \mathbf{f} 导致电子的附加绕轴旋转。不难看出, 这个旋转的半径 R_f 及旋转一周所需的轴向长度 L_f 分别为

$$R_f = \frac{|\mathbf{f}|}{B^2} = \frac{c(E_x^2 + E_y^2)^{1/2}}{m_0c^2\gamma B^2}, \quad (6)$$

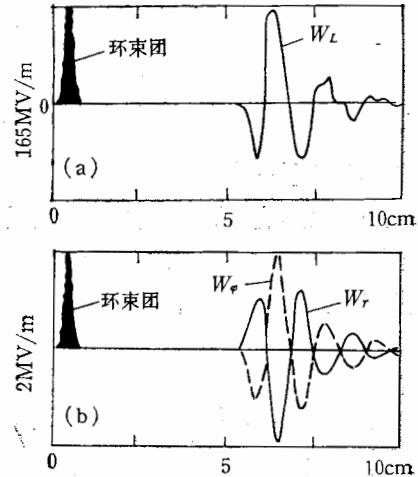


图 3

(a) 环束团产生的纵向尾场分布

(b) 环束团产生的横向尾场分布

$$L_f = \frac{2\pi}{B}. \quad (7)$$

(3) 式中右边的第六项, 表示电子受横向尾场的连续作用, 引起附加的线性横向偏离

$$\Delta x_f = \frac{f_y}{B} (z - z_0), \quad (8)$$

$$\Delta y_f = -\frac{f_x}{B} (z - z_0). \quad (9)$$

图4给出了一个电子在横向尾场 E_y (设 $E_x = 0$) 及纵向磁场 B_z 作用下的横向轨迹示意图. 由上述 f_x , f_y 及 B 的表达式不难看出, 横向尾场引起的附加绕轴旋转半径 R_f 正比于电子的能量, 且与 B_z^2 成反比; 附加线性横向偏离 Δx_f 正比于电子的能量及粒子的轴向位置, 而与 B_z 成反比.

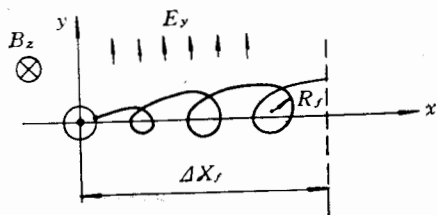


图4 电子在横向尾场 E_y 及纵向磁场 B_z 作用下的横向轨迹示意图

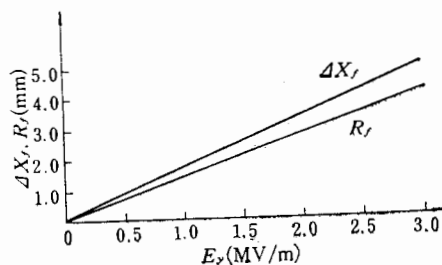


图5 Δx_f , R_f 对于 E_y 的函数曲线

我们不妨以西德 DESY 实验室提出的实验装置为例, 定量地给出 R_f , Δx_f 的值. 在这个装置中, 尾场加速器总长 40 cm, 环束及中心束的入口能量为 8 MeV, 出口能量为 80 MeV, 螺旋线磁场强度 $B_z = 0.8\text{T}$. 图5分别给出了不同轴向尾场值对应的 R_f , Δx_f 值. 例如, 当 $E_y = 0.6\text{MV/m}$ (相当于荷电量为 $1\mu\text{C}$ 的环束在 y 方向偏轴 0.15 mm), 则在尾场加速器出口, $R_f = 0.87\text{mm}$, $\Delta x_f = 1.02\text{mm}$. 这个附加的径向偏离加上电子的初始径向偏离, 将超过尾场加速通道的半径 2 mm, 因而会有部分电子在 40 cm 长的尾场加速器中丢失. 采用多粒子跟踪程序的计算表明^[4], 仅当横向尾场 $E_y \leq 0.5\text{MV/m}$ 时, 螺旋线磁场 ($B_z = 0.8\text{T}$) 才不使电子丢失. 而这个横向尾场相当于荷电量为 $1\mu\text{C}$ 的均匀分布的环束偏轴 0.13 mm, 这是相当苛刻的要求. 即便技术上允许提高 B_z 值, 情况的改善也是很有限的. 计算还表明, 当 E_y 分别为 1.0 MV/m、1.5 MV/m 时, 电子的丢失率分别达 33%、100%. 因而必须采用附加的横向聚焦系统, 以放宽对驱动束环的苛刻要求.

三、尾场加速器的横向聚焦系统

这个系统可以这样构成, 即将尾场加速器中的每一个圆盘做成一块永磁的四极磁铁, 厚度为 1 mm, 内孔半径为 2 mm, 相邻两磁铁间的间隔为 3 mm. 这些几何尺寸是由产生高梯度的纵向加速场决定的. 若取孔径内磁场梯度为 300 T/m, 则极头上最大磁场为 0.6 T, 这在技术上是可实现的.

我们先研究这样一种聚焦周期结构,在这种结构中,相邻两磁铁的聚焦极性相反,即构成 FODO 系统. 其中 F、D 分别为对 x 方向的聚焦、散焦磁铁, O 为两相邻磁铁间的直线节. 由于磁铁很薄,这个聚焦系统的性能很差: 它的自由振荡振幅函数很大,其极大值 $\beta_{\max} = 21.9\text{cm}$,而振荡在每周期上的相移量很小,只有 $\sigma = 2.3^\circ$,很靠近横向运动稳定区的边界 ($\sigma = 0^\circ$). 显然,这种聚焦结构不足以克服很强的横向尾场的.

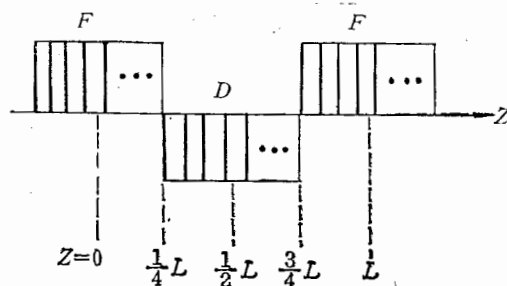


图 6 “连续”聚焦系统示意图

根据尾场加速器的结构尺寸,采用所谓“连续”聚焦系统是适宜的. 它取相邻若干块四极磁铁具有相同的聚焦极性,因而在平均效应上,等效于一个连续的 FD 聚焦系统. 然后经过优化,确定每个 F 节及 D 节中的四极磁铁数. “连续”聚焦系统如图 6 所示. 设一个聚焦周期的长度为 $2L$, 这个系统的振幅函数 β 应满足如下稳定聚焦条件:

$$d\beta/dz = 0, \quad \text{当 } z = 0, L.$$

利用这个条件,加上粒子运动在 $z = L/4, 3L/4$ 处的连续性,可求得稳定的自由振荡参数 σ 、 β 的表达式:

$$\sigma = -\cos^{-1} \left[\frac{x(L)}{x(0)} \right], \quad (10)$$

$$\beta = -\sqrt{1 - x^2(L)/x'(L)}. \quad (11)$$

其中

$$x(L) = A_1 \cos \left(\frac{KL}{2} \right) + B_1 \sin \left(\frac{KL}{2} \right),$$

$$x'(L) = -KA_1 \sin \left(\frac{KL}{2} \right) + B_1 K \cos \left(\frac{KL}{2} \right),$$

$$A_1 = \cos \left(\frac{KL}{2} \right) \text{ch}(KL) - \sin \left(\frac{KL}{2} \right) \text{sh}(KL),$$

$$B_1 = \cos \left(\frac{KL}{2} \right) \text{sh}(KL) - \sin \left(\frac{KL}{2} \right) \text{ch}(KL).$$

$$K^2 = \frac{ec\partial B/\partial x}{m_0 c^2 \gamma}. \quad (12)$$

取不同的 KL 值,数值解 (10), (11) 式,可找到使最大振幅函数 β_{\max} 为极小值的最佳条件是

$$KL = 1.25. \quad (13)$$

相应的 $\beta_{\max} = 8.0\text{cm}$, $\sigma = 53.5^\circ$. 由 (12)、(13) 式不难看出,在加速率很高的尾场加速器中(电子的相对论因子 γ 值增长很快),为始终保持最佳条件 (13) 式不变,聚焦周期的半长度 L 应正比于 $\sqrt{\gamma}$. 也就是说,随电子能量的增加,尾场加速器中聚焦周期内的四极磁铁数应以 $\sqrt{\gamma}$ 的规律增加.

首先,我们用分析的方法,研究这种“连续”、优化的聚焦结构对于克服横向尾场的能

力。为简化讨论,假设只有横向尾场 E_y , 而 $E_x = 0$ 。中心束团中一个电子的运动方程为

$$y'' \pm K^2 y = f_y. \quad (14)$$

它的解可写成

$$y = \begin{cases} A_1 \cos(Kz) + B_1 \sin(Kz) + M, & (\text{F节}) \\ C_1 \text{ch}(Kz) + D_1 \text{sh}(Kz) - M. & (\text{D节}) \end{cases} \quad (15)$$

其中

$$M = E_y / C \cdot \frac{\partial B}{\partial x}. \quad (16)$$

方程解的稳定性条件,应是在 F 节、D 节的中心位置上, $y' = 0$ 。据此我们可以得到稳定解的最大横向偏离为

$$y_m = M \cdot \left\{ 1 - \frac{2 \text{sh}\left(\frac{KL}{2}\right)}{\cos\left(\frac{KL}{2}\right) \text{sh}\left(\frac{KL}{2}\right) - \sin\left(\frac{KL}{2}\right) \text{ch}\left(\frac{KL}{2}\right)} \right\}. \quad (17)$$

将最佳条件 (13) 式代入上式,可得

$$y_m = 9.32M. \quad (18)$$

若取 $\frac{\partial B}{\partial x} = 300 \text{T/m}$, 由 (18) 式可作出不同 E_y 值对应的 y_m 值, 如图 7 的曲线 (a) 所示。曲线 (b) 表示只有螺旋线磁场 B_x 时, 不同的 E_y 值对应的线性横向偏离值 Δx_l 。两者比较可见, 上述优化的四极磁铁聚焦系统, 具有比螺旋线强得多的聚焦性能。即便横向尾场增加到 $E_y \approx 3 \text{MV/m}$, 中心束团中的电子仍不丢失。粒子跟踪程序的计算结果, 进一步证明了这一点。图 8 给出了 $E_y = 2.0 \text{MV/m}$ 时粒子横向运动的轨迹。图中曲线 (a) 表示粒子在优化的四极磁铁聚焦结构中 (包括用于控制环束团的 B_x 场对中心束团的作用在内) 的运动; 而曲线 (b) 表示只有 B_x 场的情况, 其中虚线段表示该粒子已被丢失。总之, 利用上述优化的四极磁铁聚焦系统, 可使允许的横向尾场提高到约 3.0MV/m , 相应的驱动环束的横向偏轴可放宽到 0.75mm , 即比只有螺旋线磁场时的允许偏轴值放宽了 6 倍。

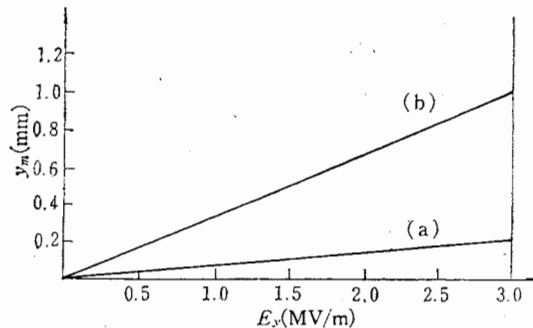


图 7 横向尾场引起中心束团内电子的最大横向偏离

(a) 在“连续”、优化的四极磁铁聚焦系统中。(b) 在只有螺旋线磁场的系统中。

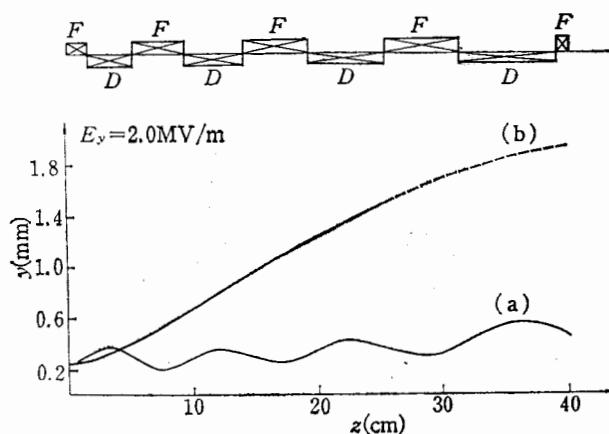


图 8 电子在具有横向尾场 2 MV/m 的尾场加速器中的运动轨迹
(a) 在“连续”、优化的四极磁铁聚焦系统中 (b) 在只有螺旋线磁场的系统中

本文作者对 G.-A. Voss 教授和 T. Weiland 博士所给予的友好合作及多次有益的讨论表示感谢。

参 考 文 献

- [1] G.-A. Voss and T. Weiland, DESY 82-074, 1982.
- [2] The Wake field accelerator study group, Proc. on 12th Accelerator Conf., Chicago, p. 454, 1984.
- [3] T. Weiland and F. Willeke, DESY M82-24, 1983.
- [4] S. H. Wang. Unpublished Note, 1984.

RESEARCH ON THE TRANSVERSE STABILITY OF THE CENTRAL BEAM IN A WAKE FIELD ACCELERATOR

WANG SHU-HONG

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

The principle of the wake field accelerator is summarily described. Special emphasis is put on the transverse stability of the central beam. A limitation of the central beam by using solenoid is presented. The efficiency to stabilize the central beam by means of a “Continuous” and optimized focusing system is researched.