

用扩展 Skyrme 力计算有限核微观光学势

袁海骥 叶卫磊 高 琴

(杭州大学)

申 庆 彪

(中国科学院原子能研究所)

摘 要

本文讨论了用扩展 Skyrme 力和 Hartree-Fock 方程计算微观光学势的方法。首先由变分原理导出了 HF 方程,并用两种不同的方法得出了球形核光学势的计算公式,然后对不同入射能量(0—350MeV)用八组 Skyrme 力参数计算了对称核 ^{16}O 、 ^{40}Ca 及非对称核 ^{90}Zr 的微观光学势。结果表明其形状和随能量的变化趋势是合理的,在中能区出现了“酒瓶底”形状,同时明显地体现了壳效应。

一、引 言

为了很好地解释弹性散射、俘获、极化等一系列实验现象,人们提出了光学模型,它是目前分析核反应数据的最基本的理论工具之一。人们首先采用的是包括实部和虚部的唯象光学势,较常用的是 Woods-Saxon 型势^[1]。利用这些具有多个可调参数的唯象光学势进行光学模型计算可以较好地定量符合实验数据,但是参数调试是件十分繁重的工作,而且这些参数的普适性和唯一性差,不能可信地用以预言无实验数据的非稳定核素的核反应数据。因此从更基本的理论导出光学势是一个具有重要意义的课题。

早在 1959 年, Bell 和 Squires^[2]就指出,从多体理论观点来看,光学势可等价于单粒子格林函数的质量算符。但是这需要自洽地解多体问题,因此实际计算质量算符时总是不得不依赖于一定的近似。目前主要有两条途径,即“核物质近似”^[3]和“核结构近似”^[4]。前者先在核物质中计算光学势,然后利用定域密度近似求得有限核光学势;后者运用有效核子-核子相互作用,同时明确考虑了有限核的非弹性激发。近年来有人采用了更为简便的方法,即用有效核力在核物质中计算质量算符仅到二次项,然后用定域密度近似得到有限核光学势^[5,6]。还有人曾用 HF 近似由通常 Skyrme 力计算有限核光学势^[7]。

在有效 Skyrme 力及 HF 方法成功的鼓舞下^[5-8],本文采用了能同时较好地描写基态

与激发态性质的扩展 Skyrme 力^[6]进行 HF 计算。先由变分原理导出 HF 方程,再用“ m 法”及“ μ 法”推广并得出光学势计算公式。然后采用八组 Skyrme 力参数计算了对称核 ^{16}O 、 ^{40}Ca 以及非对称核 ^{90}Zr 的实部光学势、自旋-轨道势及库仑势,并与唯象势进行了比较。我们期望通过计算对 Skyrme 力本身以及这种用有效核力和 HF 近似计算有限核光学势的方法提供一种检验。

二、理论推导及计算公式

扩展 Skyrme 力是最近几年发展起来的一种有效核力,其形式为^[6]:

$$\begin{aligned}
 V_{12}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = & t_0(1 + x_0 P_\sigma) \delta(\mathbf{r}) + \frac{1}{6} t_3(1 + x_3 P_\sigma) \rho^\alpha(\mathbf{R}) \delta(\mathbf{r}) \\
 & + \frac{1}{2} t_1(1 + x_1 P_\sigma) (K'^2 \delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r}) K^2) + \frac{1}{2} t_4(1 + x_4 P_\sigma) (K'^2 \rho(\mathbf{R}) \delta(\mathbf{r}) \\
 & + \delta(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{R}) K^2) + t_2(1 + x_2 P_\sigma) \mathbf{K}' \cdot \delta(\mathbf{r}) \mathbf{K} + t_5(1 + x_5 P_\sigma) \mathbf{K}' \\
 & \times \rho(\mathbf{R}) \delta(\mathbf{r}) \mathbf{K} + i \omega_0 (\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2) \cdot \mathbf{K}' \times \delta(\mathbf{r}) \mathbf{K}. \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中,

$$\mathbf{r} \equiv \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \quad \mathbf{R} \equiv \frac{1}{2} (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2). \quad (2)$$

$P_\sigma = \frac{1}{2} (1 + \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)$ 为自旋交换算符。相对动量算符 $\mathbf{K} = \frac{1}{2i} (\nabla_1 - \nabla_2)$ 仅对右边波函数作用, $\mathbf{K}' = -\frac{1}{2i} (\nabla_1 - \nabla_2)$ 仅对左边波函数作用。 $t_0, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, W_0, \alpha$ 为核力参数。表 1 列出了八组 Skyrme 力参数,其中 SKa, SKb, SGI 属于修正 Skyrme 力, GS1-GS4 属于推广 Skyrme 力, SII 属于通常 Skyrme 力。

原子核系统总能量的期望值可表示为^[8]:

$$E = \sum_i \langle i | -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 | i \rangle + \frac{1}{2!} \sum_{ij} \langle ij | \bar{V}_{12} | ij \rangle. \quad (3)$$

其中 $|i\rangle$ 代表单核子波函数, $\bar{V}_{12} \equiv V_{12}(1 - P_{12})$ 为反对称化算符, $P_{12} \equiv P_r P_\sigma P_r$ 为两粒子交换算符, V_{12} 取为扩展 Skyrme 力(1)式。对球形核,单核子波函数可写成:

$$\phi_i(\mathbf{r}, \sigma, \tau) = \frac{u_\alpha(r)}{r} Y_{l m}(\vartheta, \sigma) x_\tau(\tau), \quad (4)$$

其中,

$$Y_{l m}(\vartheta, \sigma) = \sum_{m_s} C_{l m, \frac{1}{2} m_s}^{j m} Y_{l m}(\mathbf{r}) x_{m_s}(\sigma). \quad (5)$$

式中 $Y_{l m}(\mathbf{r})$ 为球谐函数, $u_\alpha(r)$ 为径向波函数, x_τ, x_{m_s} 分别为同位旋、自旋波函数。变分原理要求:

$$\delta \left(E - \sum_i \epsilon_i \int |\phi_i(\mathbf{r})|^2 d^3 r \right) = 0. \quad (6)$$

由此我们导出了在球形核中单核子径向波函数所满足的 HF 方程:

其

平

$$\begin{aligned}
& \frac{\hbar^2}{2m_r^*} \left[-u''(r) + \frac{l(l+1)}{r^2} u(r) \right] - u'(r) \frac{d}{dr} \left[\frac{\hbar^2}{2m_r^*} \right] \\
& + \left\{ U_r(r) + \delta_{r,-\frac{1}{2}} U_c(r) + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{\hbar^2}{2m_r^*} \right) \right. \\
& \left. + \left[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right] U_r'(r) \right\} u(r) = e_a u_a(r). \quad (7)
\end{aligned}$$

其中有效质量由下式决定:

$$\begin{aligned}
\frac{\hbar^2}{2m_r^*(r)} &= \frac{\hbar^2}{2m} + \frac{1}{4} \rho \left[t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1 \right) + t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2 \right) + t_4 \rho \left(1 + \frac{1}{2} x_4 \right) \right. \\
& \left. + t_5 \rho \left(1 + \frac{1}{2} x_5 \right) \right] + \frac{1}{4} \rho_r \left[-t_1 \left(\frac{1}{2} + x_1 \right) + t_2 \left(\frac{1}{2} + x_2 \right) \right. \\
& \left. - t_4 \rho \left(\frac{1}{2} + x_4 \right) + t_5 \rho \left(\frac{1}{2} + x_5 \right) \right]. \quad (8)
\end{aligned}$$

平均场为:

$$\begin{aligned}
U_r(r) &= t_0 \left(1 + \frac{1}{2} x_0 \right) \rho - t_0 \left(\frac{1}{2} + x_0 \right) \rho_r + \frac{1}{12} t_3 \left(1 + \frac{1}{2} x_3 \right) (\alpha + 2) \rho^{\alpha+1} \\
& - \frac{1}{12} t_3 \left(\frac{1}{2} + x_3 \right) [\alpha \rho^{\alpha-1} (\rho_p^2 + \rho_n^2) + 2\rho^\alpha \rho_r] \\
& + \frac{1}{4} T \left[t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1 \right) + t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2 \right) \right] + \frac{1}{4} T_r \left[-t_1 \left(\frac{1}{2} + x_1 \right) \right. \\
& \left. + t_2 \left(\frac{1}{2} + x_2 \right) \right] + \frac{1}{2} \rho T \left[t_4 \left(1 + \frac{1}{2} x_4 \right) + t_5 \left(1 + \frac{1}{2} x_5 \right) \right] \\
& + \frac{1}{4} (\rho T_r + \rho_p T_p + \rho_n T_n) \left[-t_4 \left(\frac{1}{2} + x_4 \right) + t_5 \left(\frac{1}{2} + x_5 \right) \right] \\
& - \frac{1}{16} (\rho_p'^2 + \rho_n'^2) \left[t_4 \left(\frac{1}{2} + x_4 \right) + t_5 \left(\frac{1}{2} + x_5 \right) \right] \\
& + \frac{1}{8} \left(\frac{2}{r} \rho' + \rho'' \right) \left[-3t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1 \right) + t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2 \right) \right] \\
& + \frac{1}{8} \left(\frac{2}{r} \rho_r' + \rho_r'' \right) \left[3t_1 \left(\frac{1}{2} + x_1 \right) + t_2 \left(\frac{1}{2} + x_2 \right) \right] \\
& + \frac{1}{8} \left(\frac{2}{r} \rho \rho' + \rho \rho'' + \frac{1}{2} \rho'^2 \right) \left[-5t_4 \left(1 + \frac{1}{2} x_4 \right) + t_5 \left(1 + \frac{1}{2} x_5 \right) \right] \\
& + \frac{1}{8} \left(\frac{2}{r} \rho \rho_r' + \rho \rho_r'' + \rho_r' \rho_r' \right) \left[3t_4 \left(\frac{1}{2} + x_4 \right) + t_5 \left(\frac{1}{2} + x_5 \right) \right] \\
& + \frac{1}{8} t_4 \left(\frac{1}{2} + x_4 \right) \left[\frac{2}{r} (\rho_r \rho' + \rho_p \rho_p' + \rho_n \rho_n') + (\rho_r \rho_r'' + \rho_p \rho_p'' + \rho_n \rho_n'') \right] \\
& - \frac{1}{16} (t_4 x_4 + t_5 x_5) J^2 + \frac{1}{16} (t_4 - t_5) (J_p^2 + J_n^2) \\
& - \frac{1}{2} W_0 \left[\frac{2}{r} (J + J_r) + (J' + J_r') \right]. \quad (9)
\end{aligned}$$

自旋-轨道势为:

$$U_{\tau}^{ls}(r) = \frac{1}{2r} W_0(\rho' + \rho_{\tau}') + \frac{1}{8r} J_{\tau}(t_1 - t_2 + t_4\rho - t_3\rho) - \frac{1}{8r} J(t_1x_1 + t_2x_2 + t_4x_4\rho + t_3x_3\rho). \quad (10)$$

库仑势只取直接项 $U_c = \int \rho(r') \frac{e^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3r'$. 球形核中的核子密度 $\rho = \rho_p + \rho_n$, 动能密度 $T = T_p + T_n$ 及自旋-轨道密度 $J = J_p + J_n$ 分别为^[8]:

$$\rho_{\tau}(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \sum_{n,l,j} (2j+1) u_{\alpha}^2(r), \quad (11)$$

$$T_{\tau}(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \sum_{n,l,j} (2j+1) \left\{ \left[\frac{d}{dr} \left(\frac{u_{\alpha}(r)}{r} \right) \right]^2 + \frac{l(l+1)}{r^2} \left(\frac{u_{\alpha}(r)}{r} \right)^2 \right\}, \quad (12)$$

$$J_{\tau}(r) = \frac{1}{4\pi r^3} \sum_{n,l,j} (2j+1) \left[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right] u_{\alpha}^2(r). \quad (13)$$

上面三式的求和只对占据态进行.

HF 方程(7)式具有定域 Schrödinger 方程的形式, 其非定域性只体现在有效质量 $m_{\tau}^*(r)$ 上. 用逐次迭代法自洽地解出方程(7)便可得 $e_{\alpha}, m_{\tau}^*, U_{\tau}, U_{\tau}^{ls}, U_c$. 质心修正相当于在(8)式的第一项乘上因子 $\frac{A-1}{A}$. 现在我们把 HF 方程推广运用于求解散射问题, 即在忽略入射粒子极化作用的近似下(极化作用相对来说是较小的^[9]), 可以利用上面解得的平均场和有效质量, 再用入射粒子能量 E_L (为正的连续参数) 代替(7)式中的能量本征值 e_{α} 求解散射问题. 事实上只要我们作变换:

$$U_{\alpha}(r) = h_{\tau}(r) u_{\alpha}^i(r) \equiv \sqrt{m_{\tau}^*(r)/\mu} u_{\alpha}^i(r), \quad (14)$$

μ 为折合质量, 这样便可将 HF 方程变换为通常 Schrödinger 方程的形式:

$$\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[-u_{\alpha}^{i''}(r) + \frac{l(l+1)}{r^2} u_{\alpha}^i(r) \right] + V_{\tau}(r, E_L) u_{\alpha}^i(r) = E_L u_{\alpha}^i(r). \quad (15)$$

同时得出光学势的计算公式:

$$V_{\tau}(r, E_L) = V_{\tau}^0(r, E_L) + \left[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right] V_{\tau}^{ls}(r) + \delta_{\tau, -\frac{1}{2}} V_c(r). \quad (16)$$

其中光学势的实部势为:

$$V_{\tau}^0(r, E_L) = \frac{m_{\tau}^*}{\mu} \left\{ \frac{1}{2} \frac{d^2}{dr^2} \left(\frac{\hbar^2}{m_{\tau}^*} \right) - \frac{m_{\tau}^*}{2\hbar^2} \left[\frac{d}{dr} \left(\frac{\hbar^2}{2m_{\tau}^*} \right) \right]^2 + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{\hbar^2}{2m_{\tau}^*} \right) + U_{\tau}(r) \right\} + \left(1 - \frac{m_2^*}{\mu} \right) E_L, \quad (17)$$

自旋-轨道势为:

$$V_{\tau}^{ls}(r) = \frac{m_{\tau}^*}{\mu} U_{\tau}^{ls}(r), \quad (18)$$

对质子还有库仑势:

$$V_c(r) = \frac{m_{\tau}^*}{\mu} U_c(r). \quad (19)$$

对于散射问题,人们所关心的是波函数在无穷远处的渐近行为. 若要方程(7)与(15)等效,就要求 $u_a^*(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} u_a(r)$,即要求得出相同的相移,从(14)式可知这相当于要求:

$$h_r(r) = \frac{m_r^*(r)}{\mu} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 1. \quad (20)$$

为了保证满足(20)式,我们采用了两种不同的方法,即所谓的“ m 法”和“ μ 法”.前者把靶核看成是无限大的,因此在计算 m_r^* 、 U_r 时不需作质心修正,而且折合质量 $\mu = \frac{A}{A+1} m \rightarrow m$;后者为解得合理的光学势,在计算 m_r^* 、 U_r 时就直接推广为一个核子相对于其他核子所组成的集团运动,相当于把(8)式第一项中的 m 换成 μ .

三、计算结果和讨论

我们分别用“ m 法”和“ μ 法”对表 1 列出的八组 Skyrme 力参数计算了 ^{16}O 、 ^{40}Ca 和 ^{90}Zr 核的光学势. 我们用 Noumerov 方法求解 HF 方程,并取 Woods-Saxon 解作为零级近似.

图 1—图 3 分别画出了入射能量 $E_L = 0, 30, 60, 100, 150, 200, 250, 300\text{MeV}$ 时的 ^{16}O 、 ^{40}Ca 、 ^{90}Zr 核的质子光学势计算结果. 结果表明表 1 中前六组参数算出的光学势与唯象势^[13](见图 4)趋势一致,其中用参数 SKa 算得的结果较为理想. 我们算得的势在核内都出现了振荡,明显地体现了壳效应,而“核物质近似”算出的光学势则都抹平了^[5,6]. 从图中可以看出,随 A 增大光学势向外扩展,这也与唯象势一致. 由图还可以看到,随着入射能量升高,吸收势逐步减小,当 $E_L \sim 150\text{MeV}$ 左右时,光学势在中心区域开始变为排斥型,并且在过渡能区 (150—350MeV) 呈现“酒瓶底”形状,与通过符合实验数据所得的经验光学势^[10]以及由相对论平均场理论和 BHF 理论所计算的微观光学势^[11,12]趋势一致. 这

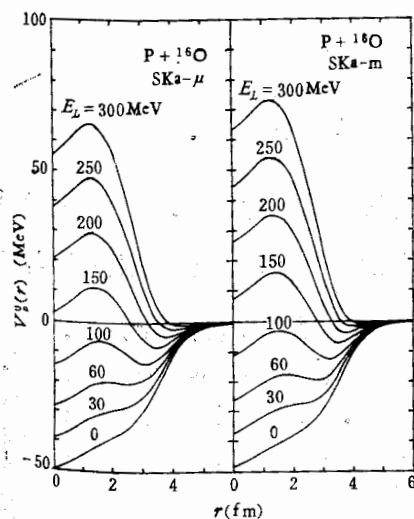


图 1 ^{16}O 的质子微观光学势实部.

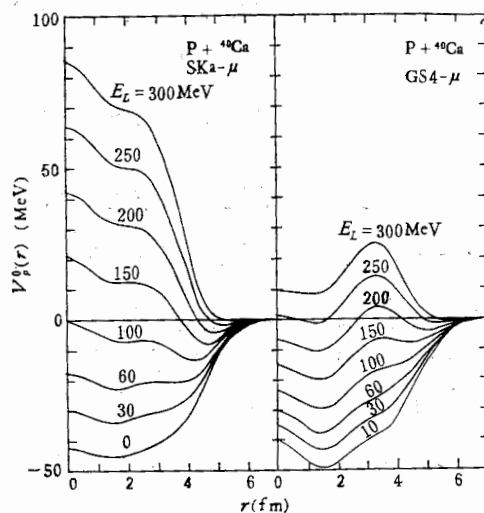


图 2 ^{40}Ca 的质子微观光学势实部.

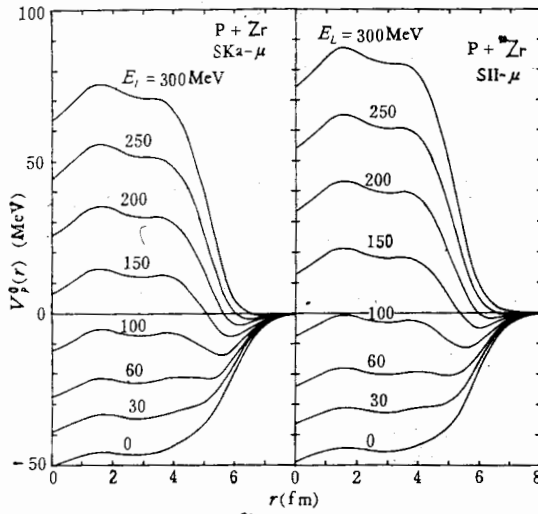


图 3 ^{90}Zr 的质子微观光学势实部。

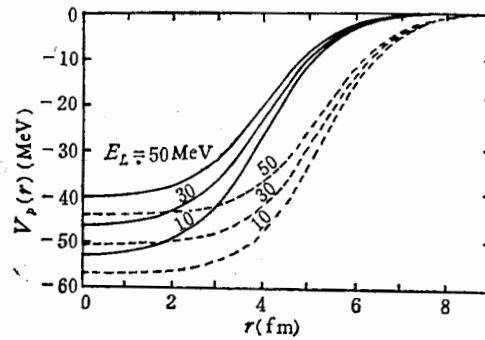


图 4 唯象势^[13]算得的 ^{40}Ca , ^{90}Zr 的质子光学势 $E_L = 10, 30, 50\text{MeV}$.

— ^{40}Ca --- ^{90}Zr

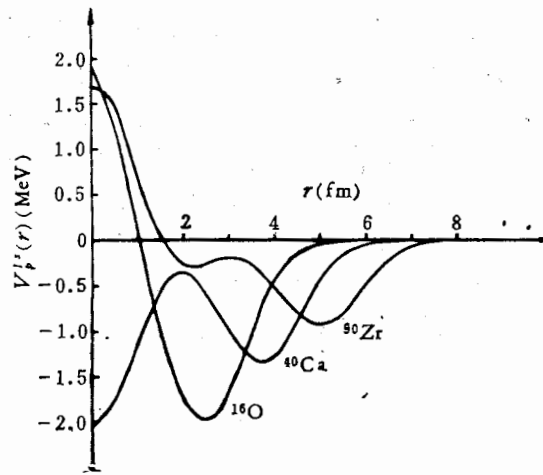


图 5 用参数 SKa 及“ μ 法”计算的 ^{16}O , ^{40}Ca , ^{90}Zr 的自旋-轨道势。

是由于在我们所得到的光学势表达式中，与能量无关项贡献较大的负值，与能量相关项 $(1 - \frac{m_r^*}{\mu})E_L$ 是正的，而且在核内部 $\frac{m_r^*}{\mu} \sim 0.6$ ，在边界附近 $\frac{m_r^*}{\mu} \rightarrow 1$ ，因此在过渡能区，核内的负势被全部抵消，而边界附近负势还没有被全部抵消，从而出现“酒瓶底”形状。

图 1 还比较了两种不同方法的计算结果，可见在靶核核子数 A 较小时有较大的差别，“ μ 法”得出的结果较好，但随 A 增大，两者的差别不断缩小。图 2 比较了参数 SKa 和 GS4 的计算结果，由于 SKa 算出核内的 $\frac{m_r^*}{m} \sim 0.6$ ，所以势随能量上升过快；而 GS4 算出核内部的 $\frac{m_r^*}{m} \sim 0.8$ ，因此势随能量上升大大变慢。和唯象势比较可知，有效质量 $\frac{m_r^*}{m} \sim 0.7$ 的

Skyrme 力参数将会得出较理想的光学势。图 3 比较了 Ska 和 SII 的计算结果, 可见扩展 Skyrme 力的计算结果比通常 Skyrme 力有了明显的改进, 势随能量上升过快的现象也有所缓和。图 5 画出了用“ μ 法”及参数 SKa 算出的 ^{16}O 、 ^{40}Ca 、 ^{90}Zr 核的自旋-轨道势。

表 1 Skyrme 力参数

	SKa	SKb	SGI	GS1	GS 2	GS3	GS4	SII
$t_0(\text{MeV} \cdot \text{fm}^3)$	-1602.78	-1602.78	-1603	-1268	-1177	-1037	-1242	-1169.9
$t_1(\text{MeV} \cdot \text{fm}^3)$	570.88	570.88	515.9	887	670	336	760	585.6
$t_2(\text{MeV} \cdot \text{fm}^3)$	-67.70	-67.70	84.5	-77.3	-49.7	-7.3	-146.2	-27.1
t_3	8000	8000	8000	14485	11054	5774	19362	9331.1
$t_4(\text{MeV} \cdot \text{fm}^3)$	0	0	0	-1853	-775	883	-2157	0
x_0	-0.02	-0.165	-0.02	0.150	0.124	0.074	0.206	0.34
x_1	0	0	-0.5	0	0	0	0	0
x_2	0	0	-1.731	0	0	0	0	0
x_3	-0.286	-0.286	0.1381	1	1	1	1	1
x_4	0	0	0	1	1	1	1	0
$W_0(\text{MeV} \cdot \text{fm}^3)$	125	125	115	105	105	105	105	105
α	1/3	1/3	1/3	1	1	1	1	1
选自文献	6	6	6	6	6	6	6	8

$$t_5(\text{MeV} \cdot \text{fm}^3) = 0 \quad x_5 = 0$$

计算结果表明, 这种用扩展 Skyrme 力及 HF 方法计算有限核光学势的方法是可行的。但是我们算得的光学势随能量上升过快, 这是由于 Skyrme 力只包含和 K^2 成正比的项, 以致导出的光学势的能量相关项 $(1 - \frac{m_r^*}{\mu})E_L$ 只跟 E_L 成正比所造成的, 这有待于今后对 Skyrme 力本身作进一步的改进。

最后作者感谢卓益忠对此工作的关心和指导。

参 考 文 献

- [1] R. D. Woods and D. S. Saxon, *Phys. Rev.*, **95**(1954), 577.
- [2] J. S. Bell and E. J. Squires, *Phys. Rev. Lett.*, **3**(1959), 96.
- [3] J. P. Jeukenne, et al., *Phys. Reports*, **25C**(1976), 83.
- [4] N. Vinh Mau and A. Bouyssy, *Nucl. Phys.*, **A275**(1976), 189.
- [5] 申庆彪, 张竞上, 田野, 卓益忠, *高能物理与核物理* **6**(1982), 91.
- [6] Shen Qingbiao et al., *Commun. in Theor. Phys.*, **2**(1983), 1233.
- [7] C. B. Dover and Nguyen Van Giai, *Nucl. Phys.*, **A190**(1972), 373.
- [8] D. Vautherin and D. M. Brink, *Phys. Rev.*, **C5**(1972), 626.
- [9] W. H. Bassichis et al., *Phys. Rev.*, **160**(1967), 746.
- [10] H. O. Meyer et al., *Phys. Rev.*, **C24**(1981), 1782.
- [11] J. Boguta, *Phys. Lett.*, **B106**(1981), 245.
- [12] H. V. Von Geramb et al., *Lecture Notes in Physics*, **89**(Springer, 1979), 104.
- [13] F. D. Becchetti and G. W. Greenlees, *Phys. Rev.*, **182**(1969), 1190.

MICROSCOPIC OPTICAL POTENTIAL CALCULATIONS OF FINITE NUCLEI WITH EXTENDED SKYRME FORCES

YUAN HAI-JI YE WEI-LEI GAO QIN

(Hangzhou University)

SHEN QING-BIAO

(Institute of Atomic Energy, Academia Sinica)

ABSTRACT

Microscopic optical potential calculations in the Hartree-Fock (HF) approximation with Extended Skyrme forces are investigated. The HF equation is derived from the variation principle and the potential formula of spherical nuclei is obtained by two different ways. Then the calculations for symmetric nuclei ^{16}O , ^{40}Ca and asymmetric nucleus ^{90}Zr with eight sets of Skyrme force parameters are presented. Our results show that the potential form and varying tendency with incident energy are reasonable and there apparently appears a "wine-bottle-bottom" shape in the intermediate energy region. Furthermore, our calculations reflect shell effects clearly.

的
的

译
总
标
表

其
这