第10卷 第1期 高能物理与核物理 Vol. 10, No. 1
1986年1月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Jan., 1986

格点规范理论的层子质量重整化（II）
——重子能谱的计算[1)]

刘金明 郑 波 郭硕鸿
（中 山 大 学）

摘 要

应用两个层子在一个格点上，另一个层子在其他任意远的格点上，中间由最短折线的所有链上规范场连接作为重子变分态，结合用固定 ρ 介子质量和弦张力得到的重整化层子质量 $m(g)$ 计算出重子的质量. 计算结果在 $1/g^2$ 等于 0.1 至 0.9 范围内数值相当平直并与实验值相近.

一、引 言

应用格点规范理论于强子能谱计算中，层子质量重整化问题是一个基本问题. 层子质量重整化已有不同的处理方式[1,2]. 在文 (I) 中[1] 我们用弦张力 α 和 ρ 介子质量 M_ρ 作为两个固定物理量来对耦合常数 g 和层子质量 m 进行重整化. 在用介子变分态作计算时表明变分法可以把强耦合展开结果扩展到较大的 $1/g^2$ 值进入过渡区. 本文继续用文 (I) 得到的层子质量重整化 $m(g)$，选择两个层子在同一格点上，另一层子在其他任意格点上，中间由规范场连接作为重子变分态计算出重子的质量. 计算结果表明在 Wilson 参数 $B=0.1$ 时，在 $1/g^2=0.1$ 至 0.9 范围内，重子质量 $\sim 1/g^2$ 曲线十分平直，并且数值在 1200 MeV 左右，与 Δ^+ 的质量相近.

二、重 子 变 分 态

以下采用文 (I) 的符号及 Wilson 处理费米子的哈密顿量[3,4]. 先考虑重子变分态的选法. 在强耦合极限 ($g^2\to\infty$)，重子的波函数可表为[5]

$$|\mathrm{p},\uparrow\rangle=\sqrt{2/3}\,|\mathrm{p}^+\rangle/\sqrt{N_+}-\sqrt{1/3}\,|\mathrm{p}^-\rangle/\sqrt{N_-} \tag{1}$$

$$|\Delta^+,\uparrow\rangle=\sqrt{1/3}\,|\mathrm{p}^+\rangle/\sqrt{N_+}+\sqrt{2/3}\,|\mathrm{p}^-\rangle/\sqrt{N_-} \tag{2}$$

式中 $|\mathrm{p},\uparrow\rangle$ 代表自旋向上的质子态，$|\Delta^+,\uparrow\rangle$ 代表自旋向上的 $\Delta^+(1232)$ 重子态，

$$|\mathrm{p}^+\rangle=\sqrt{1/12\,V}\sum_{\boldsymbol{n}}\varepsilon^{ABC}\overset{+}{\xi}{}^{A}_{1u}(\boldsymbol{n})\overset{+}{\xi}{}^{B}_{2d}(\boldsymbol{n})\overset{+}{\xi}{}^{C}_{1u}(\boldsymbol{n})|0\rangle. \tag{3}$$

本文 1985 年 3 月 29 日收到.

1) 本工作是中国科学院科学基金会以及中山大学高等学术研究中心资助的课题.

$$|\mathrm{p}^-\rangle = \sqrt{1/6V}\sum_{\boldsymbol{n}} \varepsilon^{ABC} \overset{+}{\xi}{}^{A}_{2u}(\boldsymbol{n}) \overset{+}{\xi}{}^{B}_{1d}(\boldsymbol{n}) \overset{+}{\xi}{}^{C}_{1u}(\boldsymbol{n})|0\rangle. \tag{4}$$

$$N_+ = \langle \mathrm{p}^+|\mathrm{p}^+\rangle,\ N_- = \langle \mathrm{p}^-|\mathrm{p}^-\rangle. \tag{5}$$

式中 V 为格点总数，$|0\rangle$为强耦合规范场真空，满足下式

$$E^2|0\rangle = 0,\ \xi|0\rangle = \eta|0\rangle = 0 \tag{6}$$

E 为色电场，ξ，η 分别为层子、反层子消灭算符，在层子产生算符 $\overset{+}{\xi}{}^{A}_{a\alpha}$ 的指标中，A 是 $SU(3)$ 色指标，$\alpha = u, d$ 是 $SU(2)$ 味指标，a 是自旋指标。

对于有限的 g^2，由于规范场的作用，三个层子不总是在同一个格点上，而是拉开一定的距离。我们选择最简单的重子变分态，即考虑两个层子在一个格点上只有另一个层子和它拉开任意长的链，预期这种组态对于重子能量的贡献是最重要的。具体取

$$\begin{aligned}|\mathrm{p}^+(\lambda)\rangle = \sqrt{1/12V}\sum_{\boldsymbol{n},\boldsymbol{l}} \varepsilon^{ABC} \big(&\overset{+}{\xi}{}^{A}_{1u}(\boldsymbol{n})\, \overset{+}{\xi}{}^{B}_{2d}(\boldsymbol{n})\, \overset{+}{\xi}{}^{C}_{1u}(\boldsymbol{n})\, f_0 \\ &+ \sqrt{2/3}\, \overset{+}{\xi}{}^{D}_{1u}(\boldsymbol{n})\, U^{DA}_{\Gamma}(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{n}+\boldsymbol{l})\, \overset{+}{\xi}{}^{B}_{2d}(\boldsymbol{n}+\boldsymbol{l})\, \overset{+}{\xi}{}^{C}_{1u}(\boldsymbol{n}+\boldsymbol{l}) f(\Gamma, \lambda) \\ &+ \sqrt{1/3}\, \overset{+}{\xi}{}^{D}_{2d}(\boldsymbol{n})\, U^{DA}_{\Gamma}(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{n}+\boldsymbol{l})\, \overset{+}{\xi}{}^{B}_{1u}(\boldsymbol{n}+\boldsymbol{l})\, \overset{+}{\xi}{}^{C}_{1u}(\boldsymbol{n}+\boldsymbol{l}) f(\Gamma, \lambda)\big)|0\rangle.\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}|\mathrm{p}^-(\lambda)\rangle = \sqrt{1/6V}\sum_{\boldsymbol{n},\boldsymbol{l}} \varepsilon^{ABC} \big(&\overset{+}{\xi}{}^{A}_{2u}(\boldsymbol{n})\, \overset{+}{\xi}{}^{B}_{1d}(\boldsymbol{n})\, \overset{+}{\xi}{}^{C}_{1u}(\boldsymbol{n}) f_0 \\ &+ \sqrt{1/3}\, \overset{+}{\xi}{}^{D}_{1u}(\boldsymbol{n})\, U^{DA}_{\Gamma}(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{n}+\boldsymbol{l})\, \overset{+}{\xi}{}^{B}_{2u}(\boldsymbol{n}+\boldsymbol{l})\, \overset{+}{\xi}{}^{C}_{1d}(\boldsymbol{n}+\boldsymbol{l}) f(\Gamma, \lambda) \\ &+ \sqrt{1/3}\, \overset{+}{\xi}{}^{D}_{2u}(\boldsymbol{n}) U^{DA}_{\Gamma}(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{n}+\boldsymbol{l})\, \overset{+}{\xi}{}^{B}_{1d}(\boldsymbol{n}+\boldsymbol{l})\, \overset{+}{\xi}{}^{C}_{1d}(\boldsymbol{n}+\boldsymbol{l}) f(\Gamma, \lambda) \\ &+ \sqrt{1/3}\, \overset{+}{\xi}{}^{D}_{1d}(\boldsymbol{n}) U^{DA}_{\Gamma}(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{n}+\boldsymbol{l})\, \overset{+}{\xi}{}^{B}_{2u}(\boldsymbol{n}+\boldsymbol{l})\, \overset{+}{\xi}{}^{C}_{1u}(\boldsymbol{n}+\boldsymbol{l}) f(\Gamma, \lambda)\big)|0\rangle.\end{aligned} \tag{8}$$

式中 Γ 为由格点 $\boldsymbol{n}$ 到 $\boldsymbol{n}+\boldsymbol{l}$ 的一条折线，U_Γ 为这条折线所有链上 U 的乘积，$f(\Gamma, \lambda)$ 为变分函数。我们取 Γ 只是由 $\boldsymbol{n}$ 到 $\boldsymbol{n}+\boldsymbol{l}$ 的所有最短折线。变分函数 $f(\Gamma, \lambda)$ 的选取与文 (I) 中一样。分别用 (7) (8) 式的 $|\mathrm{p}^+(\lambda)\rangle$ 和 $|\mathrm{p}^-(\lambda)\rangle$ 代替式 (1)、(2) 中的 $|\mathrm{p}^+\rangle$ 和 $|\mathrm{p}^-\rangle$，便得到重子变分态。直接计算哈密顿量在重子变分态中的期待值

$$E(\lambda) = \langle \Delta^+\uparrow|H|\Delta^+\uparrow\rangle \tag{9}$$

则 $E(\lambda)$ 对 λ 的极小值就是具有所规定的对称性的重子态的最低能态能量的一个上限。经过逐项计算便得重子能量 $E(\lambda)$ 为

$$\begin{aligned}E(\lambda) = {}& 3(m + 3B/a) + 2g^2 e^{-2\lambda a}/a(1 - 3e^{-2\lambda a}) \\ &- 2e^{-4\lambda a}/ag^2(1 - 3e^{-2\lambda a}) - 3Be^{-\lambda a}[(1 + \sqrt{6} - \sqrt{2}) \\ &- 3(\sqrt{6} - \sqrt{2})e^{-2\lambda a} + (1 - 3e^{-2\lambda a})e^{-\lambda a} \\ &+ (\sqrt{2} - 1)(1 - 3e^{-2\lambda a})/(1 - 2e^{-2\lambda a})]/a.\end{aligned} \tag{10}$$

令 $\xi = \sqrt{3}\, e^{-\lambda a}$，得

$$\begin{aligned}E(\xi) = {}& 3m + 9B/a - \sqrt{3}\, B\,[\xi + (\sqrt{6} - \sqrt{2})(1 - \xi^2)\xi \\ &+ (\sqrt{2} - 1)(1 - \xi^2)\xi/(1 - 2\xi^2/3)]/a - B(1 - \xi^2)\xi^2/a \\ &+ 2g^2\xi^2/3a(1 - \xi^2) - 2\xi^4/9ag^2(1 - \xi^2).\end{aligned} \tag{11}$$

用数字计算，在 $0 < \xi < 1$ 范围内，求使 $E(\xi)$ 为极小的 ξ_0 值，此值与 m、a 无关，只是

B 和 g^2 的函数．如同文（I）的做法，应用 Kogut 等给出的弦张力展开式[6] 把格点常数 a 表为 g^2 的函数（设 $1/g^2 < 0.9$），以及文（I）中求出的重整化层子质量 $m(g^2)$，（见图 1），连同 $\xi_0(B, g^2)$ 代进（11）式，便得重子基态能量的一个上限 $E(\xi_0)$．计算结果我们用图表示．图 1 画出文（I）求出的对不同 B 值得到的重整化质量 $m(g^2)$ 与 $1/g^2$ 的关系．图 2 画出由（11）式得到的重子质量 M_Δ 与 $1/g^2$ 的关系．从图 2 中可见在 B 较小时，从 $1/g^2 = 0.1$ 到 0.9，曲线相当平直，而且是在 1200 MeV 左右与实验值 $M_\Delta=$ 1232 MeV 相近．

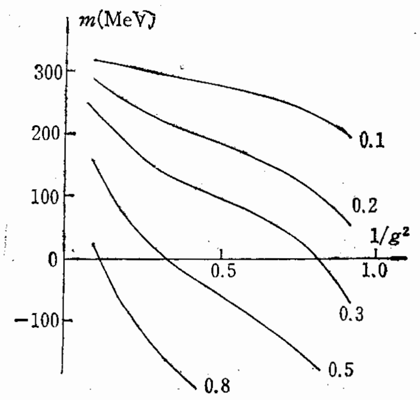

图 1 重整化层子质量 m 与 $1/g^2$ 的关系 曲线上的数字为相应的 B 值

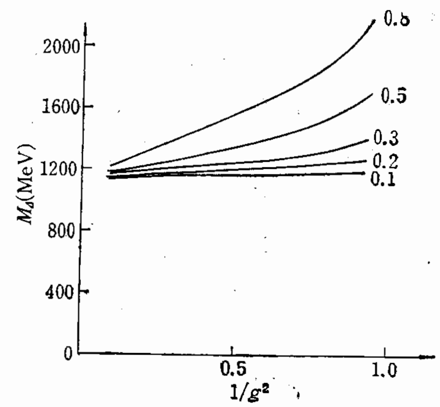

图 2 变分法计算的 Δ 重子的质量与 $1/g^2$ 的关系 曲线上的数字为相应的 B 值 Δ（实验值）$=1232$MeV

三、讨　论

（1）在 B 小时，例如 $B = 0.1$ 左右，重子变分波函数给出的质量在 $1/g^2 = 0.1$ 到 0.9 的较大范围内相当平直并且数值与实验值十分接近，考虑到在同一个 $1/g^2$ 范围内层子质量 $m(g^2)$ 有显著变化，说明重子变分波函数和介子变分波函数是自洽的．同时，正如文（I）中已指出介子变分态在强耦区较好地反映了介子波函数的行为，本文给出的重子变分态在强耦合区也较好地反映了重子波函数的行为．

（2）本文所用重子变分态也具有文（I）中介子变分态的缺点，主要是规范场真空态平均值为零，因而没有计及平均场效应，没有考虑层子-反层子对效应的物理真空．因而用这种重子变分态计算出的质子质量与 $\Delta(1232)$ 的质量相等，没有给出重子质量分裂，也不能期望这种变分态能应用到弱耦合区中，但可以把强耦合展开计算延拓到较小的 g 值的过渡区．

为了研究由过渡区到弱耦合区的行为，必须选择比较复杂的变分态，并且还要考虑物理真空的效应，这方面的计算我们正在研究中．

参 考 文 献

[1] 郭硕鸿，刘金明，陈启洲，高能物理与核物理，8(1984)，167．

[2] A. Hasenfratz, Z. Kunszt, P. Hasenfratz, C. B. Lang, CERN preprint TH. 3220 (1982).
[3] J. Kogut, L. Susskind, *Phys. Rev.*, **D11** (1975), 395.
[4] K. Wilson, Erice lecture notes (1975).
[5] J. Shigemitsu, *Phys. Rev.*, **D18** (1978), 1709.
[6] J. Kogut, R. Pearson, J. Shigemitsu, *Phys. Rev. Lett.*, 43 (1979), 484; *Phys. Lett.*, **98B** (1981), 63.

QUARK MASS RENORMALIZATION IN LATTICE GAUGE THEORY (II) BARYON MASS CALCULATION

LIU JIN-MING ZHENG BO GUO SHUO-HONG
(Zhongshan University)

ABSTRACT

Using the renormalized quark mass $m(g)$ obtained by fixing the ρ meson mass, we calculate the masses of the baryon states as a function of $1/g^2$ in lattice gauge theory with fermions by variational method. The results are in agreement with experimental values in the range of $1/g^2$ between 0.1 to 0.9.