

有限温度和有限化学势下规范理论的热力学性质

王勤谋

(安徽师范大学)

摘要

本文讨论了规范理论中红外极限下的 Plasma 效应，具体计算了 QED 中光子真空极化在温度 $T \neq 0$ ，化学势 $\mu \neq 0$ 时单圈近似，发现只有电场对规范玻色子的质量有贡献，磁场则没有贡献。

一、引言

众所周知，在对天体物理学和宇宙学的研究中规范理论的热力学性质是具有十分重要的意义，因此近年来，许多人对规范场的热力学性质进行了广泛的讨论^[1-7]。在这些性质中，一个重要的现象是规范场的 Plasma 效应。所谓 Plasma 效应，是指高温条件下，无质量的规范玻色子在介质中会获得质量，而且所获得的质量与温度成正比。通常是在平衡态中来考虑 Plasma 效应的，只有这样我们才有一套标准的计算方法。为方便起见，本文只考虑 QED。在 QED 中，处于平衡态介质是电子气，为了真正使系统处于热力学平衡，那么系统必须是电中性的，这就要求引入由质子带来的背景荷与之平衡。只有 QED 才需要引入背景荷，在 QCD 中，系统总是处于色单态，这意味着色荷的平均值到处是零，不必引入背景荷了。

另一方面，规范理论的红外极限对热力学性质也极为重要，许多文献都研究了红外情况下的 Plasma 效应，文献[3]研究了温度 $T = 0$ ，化学势 $\mu \neq 0$ 时的情况，计算了在忽略费米子质量情形下的 Plasma 效应；文献[5]研究了 $\mu = 0, T \neq 0$ 情况下的 QCD 效应；文献[7]考虑了费米子质量，进而计算红外极限下 $T = 0, \mu \neq 0$ 和 $T \neq 0, \mu = 0$ 两种特殊情况下规范玻色子在真空极化情况下的单圈图的贡献，使用的方法是维数重整化，好处在于可以进一步讨论 2 维的 Schwinger 模型^[6]，本文推广了上述文献的结果，在考虑费米子质量情况下计算了红外极限时 $T \neq 0, \mu \neq 0$ 的普遍情况，并且发现就单圈近似，被屏蔽的只有电场，磁场则没有被屏蔽。

二、关于 $\Delta\pi_{\mu\nu}(q_0, q, T, \mu)$ 的计算

大家都知道，系统的热力学性质由巨配分函数 z 决定，这里

$$z = \text{Tr} \exp \left[-\beta \left(H - \sum_i \mu_i N_i \right) \right], \quad (1)$$

此处

$$\beta = \frac{1}{kT}, \quad \mu_i \text{ 是化学势, } N_i \text{ 是对应的守恒荷, } H \text{ 是系统的哈密顿量.}$$

为方便起见，我们只考虑一种费米子带来的化学势。在用路径积分方法后，我们可以把系统量子化^[3]。要特别指出的是，在有限温度条件下，原来 Feynman 规则中对四维动量求积分，要改成对空间分量的积分和对时间分量进行离散求和：

$$\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \rightarrow \frac{i}{\beta} \sum_n \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3},$$

这里

$$p_0 = \omega_n, \quad \omega_n = \frac{2ni\pi}{\beta}, \quad (\text{对玻色子})$$

$$p_0 = \omega_n + \mu, \quad \omega_n = \frac{(2n+1)i\pi}{\beta}. \quad (\text{对费米子})$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2)$$

只有在 $T \rightarrow 0$ 时，求和才回到积分。

文献[1]指出了如何把离散求和变成复 p_0 平面的围道积分。对费米子我们有：

$$\begin{aligned} & \frac{i}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(\omega_n + \mu, \omega_n = \frac{(2n+1)i\pi}{\beta}) \\ &= -\frac{1}{2\pi} \int_{-i\infty+\mu+\epsilon}^{i\infty+\mu+\epsilon} dp_0 \frac{f(p_0)}{e^{\beta(p_0-\mu)} + 1} - \frac{1}{2\pi} \int_{-i\infty+\mu-\epsilon}^{i\infty+\mu-\epsilon} dp_0 \frac{f(p_0)}{e^{-\beta(p_0-\mu)} + 1} \\ &+ \frac{1}{2\pi} \oint_c dp_0 f(p_0) + \frac{1}{2\pi} \int_{-i\infty}^{i\infty} dp_0 f(p_0). \end{aligned} \quad (3)$$

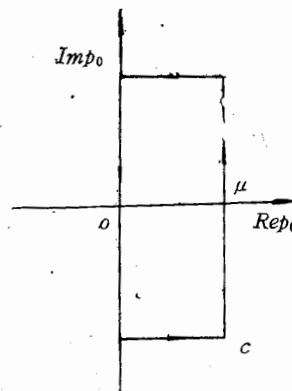


图 1

这里围道 c 如图 1 所示。

对玻色子有：

$$\begin{aligned} & \frac{i}{\beta} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(\omega_n, \omega_n = \frac{2\pi i n}{\beta}) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-i\infty+\epsilon}^{i\infty+\epsilon} dp_0 \frac{f(p_0)}{e^{\beta p_0} - 1} + \frac{1}{2\pi} \int_{-i\infty-\epsilon}^{i\infty-\epsilon} \frac{f(p_0)}{e^{-\beta p_0} - 1} \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_{-i\infty}^{i\infty} dp_0 f(p_0). \end{aligned} \quad (4)$$

本文不讨论玻色子介质情况, 因为它不含 μ , 故在其他文献中有详细的讨论^[7].

这里要考虑的是光子场通过费米介质, 由极化产生的 Plasma 效应, 这就是说在单圈近似下要计算下面的图:

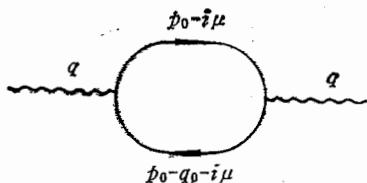


图 2

此时光子的极化张量 $\pi_{\mu\nu}(q_0, \mathbf{q}, T, \mu)$ 可以写成二个部分:

$$\pi_{\mu\nu}(q_0, \mathbf{q}, T, \mu) = \pi_{\mu\nu}(q_0, \mathbf{q}, 0, 0) + \Delta\pi_{\mu\nu}(q_0, \mathbf{q}, T, \mu) \quad (5)$$

这里 $\pi_{\mu\nu}(q_0, \mathbf{q}, 0, 0)$ 就是通常场论中的 Lorentz 张量, 而 $\Delta\pi_{\mu\nu}(q_0, \mathbf{q}, T, \mu)$ 是由于 T, μ 的存在而产生的修正, 对规范玻色子质量有贡献的已是后一项, 我们要计算的也是 $\Delta\pi_{\mu\nu}$. 由于 $\Delta\pi_{\mu\nu}$ 是有限的, 故对它不需要重整化.

在红外极限下 $\Delta\pi_{00}$ 与 $\Delta\pi_{ii}$ 分别与 Plasma 效应中电场和磁场对规范光子质量的贡献有关^[7].

$$m_{el}^2 = e^2 \Delta\pi_{00}(0, 0, T, \mu), \quad m_{mag}^2 = -\frac{e^2}{2} \Delta\pi_{ii}(0, 0, T, \mu). \quad (6)$$

我们从(3)式容易看出此式右边第四项是与 $\pi_{\mu\nu}(q_0, \mathbf{q}, 0, 0)$ 有关, 而前三项则对 $\Delta\pi_{\mu\nu}$ 有贡献.

(A) 我们首先计算第一、二项对 $\Delta\pi_{\mu\nu}$ 的贡献

由 Feynman 规则

$$\begin{aligned} \Delta\pi_{\mu\nu}^{(1,2)}(q_0, \mathbf{q}, T, \mu) &= -\frac{i}{2\pi} \int_{-i\infty+\mu+\epsilon}^{i\infty+\mu+\epsilon} dp_0 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \\ &\times \frac{T_r [\gamma_\mu(p - q + im)\gamma_\nu(p + im)]}{(p^2 + m^2)[(p - q)^2 + m^2](e^{\beta(p_0 - \mu)} + 1)} \\ &- \frac{i}{2\pi} \int_{-i\infty+\mu-\epsilon}^{i\infty+\mu-\epsilon} dp_0 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{T_r [\gamma_\mu(p - q + im)\gamma_\nu(p + im)]}{(p^2 + m^2)[(p - q)^2 + m^2][e^{-\beta(p_0 - \mu)} + 1]}. \end{aligned} \quad (7)$$

显然这个式子在复 p_0 平面上有四个一阶极点进入运算:

$$p_0 = \pm \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2} = \pm E_p,$$

$$p_0 - q_0 = \pm \sqrt{(\mathbf{p} - \mathbf{q})^2 + m^2} = \pm E_{p-q}.$$

我们可以用围道积分来计算(7)式，要根据这些极点的相对位置不同而取不同的围道。但是值得注意的是在红外极限 $q \rightarrow 0$ 情况下，原来的四个一阶极点将随 $q \rightarrow 0$ 而合并成为二个二阶极点：

$$p_0 = \pm E_p.$$

考虑到这点，我们从(7)式能得到：

$$\begin{aligned} \Delta\pi_{\mu\mu}^{(1,2)}(0, 0, T, \mu) &= \frac{8i}{2\pi} \int_{-i\infty+\mu-\epsilon}^{i\infty+\mu+\epsilon} dp_0 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\beta(p_0-\mu)}+1} \\ &\quad \cdot \left[\frac{1}{p^2+m^2} + \frac{m^2}{(p^2+m^2)^2} \right] \\ &+ \frac{8i}{2\pi} \int_{-i\infty+\mu-\epsilon}^{i\infty+\mu+\epsilon} dp_0 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{-\beta(p_0-\mu)}+1} \\ &\quad \cdot \left[\frac{1}{p^2+m^2} + \frac{m^2}{(p^2+m^2)^2} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

i). 我们首先考虑化学势 $\mu \geq m$ 的情况，这时计算上面积分可分别用二种围道，如图 3：

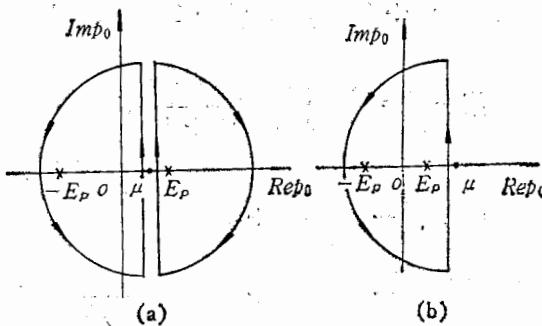


图 3

当 $\mu > E_p \geq m$ 时我们取围道 (b)，当 $E_p > \mu \geq m$ 时我们就取围道如 (a) 图。

直接计算给出：

$$\begin{aligned} \Delta\pi_{\mu\mu}^{(1,2)}(0, 0, T, \mu) &= -\frac{4}{\pi^2} \int_0^\infty dp \cdot p^2 \left\{ \frac{1}{2E_p [e^{\beta(E_p+\mu)}+1]} \right. \\ &+ \frac{\beta m^2 e^{\beta(E_p+\mu)}}{(2E_p)^2 [e^{\beta(E_p+\mu)}+1]^2} + \frac{2m^2}{(2E_p)^3 [e^{\beta(E_p+\mu)}+1]} \Big\} \\ &- \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\sqrt{\mu^2-m^2}} dp \cdot p^2 \left\{ \frac{1}{2E_p [e^{\beta(E_p-\mu)}+1]} \right. \\ &+ \frac{\beta m^2 e^{\beta(E_p-\mu)}}{(2E_p)^2 [e^{\beta(E_p-\mu)}+1]^2} + \frac{2m^2}{(2E_p)^3 [e^{\beta(E_p-\mu)}+1]} \Big\} \\ &- \frac{4}{\pi} \int_0^{\sqrt{\mu^2-m^2}} dP \cdot P^2 \left\{ \frac{-1}{2E_p [e^{\beta(\mu-E_p)}+1]} \right\} \end{aligned}$$

$$+ \frac{\beta m^2 e^{\beta(\mu-E_p)}}{(2E_p)^2 [e^{\beta(\mu-E_p)} + 1]^2} - \frac{2m^2}{(2E_p)^3 [e^{\beta(\mu-E_p)} + 1]} \}. \quad (9)$$

我们令:

$$\begin{aligned} x &= \beta p, \quad y = \sqrt{x^2 + a^2} \quad a = \beta m, \quad b = \beta \mu, \\ p_F &= \sqrt{\mu^2 - m^2}. \quad (\text{费米动量}) \end{aligned} \quad (10)$$

则上式可写成:

$$\begin{aligned} \Delta\pi_{\mu\mu}^{(1,2)}(0,0,T,\mu) &= -\frac{1}{\pi^2 \beta^2} \int_0^\infty dx \cdot x^2 \left[\frac{2}{y(e^{y+b} + 1)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{a^2 e^{y+b}}{y^2(e^{y+b} + 1)^2} + \frac{a^2}{y^3(e^{y+b} + 1)} \right] \\ &\quad - \frac{1}{\pi^2 \beta^2} \int_{\beta p_F}^\infty dx \cdot x^2 \left[\frac{2}{y(e^{y-b} + 1)} + \frac{a^2 e^{y-b}}{y^2(e^{y-b} + 1)^2} + \frac{a^2}{y^3(e^{y-b} + 1)} \right] \\ &\quad - \frac{1}{\pi^2 \beta^2} \int_0^{\beta p_F} dx \cdot x^2 \left[\frac{a^2 e^{b-y}}{y^2(e^{b-y} + 1)} - \frac{2}{y(e^{b-y} + 1)} - \frac{a^2}{y^3(e^{b-y} + 1)} \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

利用分部积分有:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty dx \frac{2x^2}{y(e^{b+y} + 1)} &= - \int_0^\infty dx \cdot x^2 \left[\frac{a^2}{y^3(e^{b+y} + 1)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{a^2 e^{b+y}}{y^2(e^{b+y} + 1)^2} - \frac{e^{b+y}}{(e^{b+y} + 1)^2} \right], \end{aligned} \quad (12)$$

代入(11)式可得

$$\text{第一项} = \frac{-1}{\pi^2 \beta^2} \int_0^\infty \frac{x^2 e^{b+y}}{(e^{b+y} + 1)^2} dx,$$

同理可得

$$\text{第二项} = \frac{-1}{\pi^2 \beta^2} \left[-\frac{(\beta p_F)^3}{2b} + \int_{\beta p_F}^\infty \frac{x^2 e^{y-b}}{(e^{y-b} + 1)^2} dx \right],$$

$$\text{第三项} = \frac{-1}{\pi^2 \beta^2} \left[-\frac{(\beta p_F)^3}{2b} + \int_0^{\beta p_F} \frac{x^2 e^{b-y}}{(e^{b-y} + 1)^2} dx \right],$$

这样我们求出:

$$\begin{aligned} \Delta\pi_{\mu\mu}^{(1,2)}(0,0,T,\mu) &= -\frac{1}{\pi^2 \beta^2} \left\{ \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^{b+y}}{(e^{b+y} + 1)^2} + \int_{\beta p_F}^\infty \frac{x^2 e^{y-b}}{(e^{y-b} + 1)^2} dx \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{\beta p_F} \frac{x^2 e^{b-y}}{(e^{b-y} + 1)^2} dx - \frac{(\beta p_F)^3}{b} \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

利用同样的方法可求出:

$$\begin{aligned} \Delta\pi_{00}^{(1,2)}(0,0,T,\mu) &= \frac{-4i}{2\pi} \int_{-i\infty+\mu-\varepsilon}^{i\infty+\mu+\varepsilon} dp_0 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{2p_0^2 + p^2 + m^2}{(p^2 + m^2)^2 [e^{\beta(p_0-\mu)} + 1]} \\ &\quad - \frac{4i}{2\pi} \int_{-i\infty+\mu-\varepsilon}^{i\infty+\mu+\varepsilon} dp_0 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{2p_0^2 + p^2 + m^2}{(p^2 + m^2)^2 (e^{-\beta(p_0-\mu)} + 1)} \\ &= \frac{1}{\pi^2 \beta^2} \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^{y+b}}{(e^{y+b} + 1)^2} + \frac{1}{\pi^2 \beta^2} \int_{\beta p_F}^\infty dx \frac{x^2 e^{y-b}}{(e^{y-b} + 1)^2} \\ &\quad + \frac{1}{\pi^2 \beta^2} \int_0^{\beta p_F} dx \frac{x^2 e^{b-y}}{(e^{b-y} + 1)^2}. \end{aligned} \quad (14)$$

ii) 考虑 $m > \mu \geq 0$ 。此时围道的取法只有一种可能：(a)图，我们很容易利用(13), (14)式的结果给出：

$$\begin{aligned}\Delta\pi_{\mu\mu}^{(1,2)}(0,0,T,\mu) &= -\frac{1}{\pi^2\beta^2} \int_0^\infty \frac{x^2 e^{b+y}}{(e^{b+y} + 1)^2} dx \\ &\quad - \frac{1}{\pi^2\beta^2} \int_0^\infty \frac{x^2 e^{y-b}}{(e^{y-b} + 1)^2} dx,\end{aligned}\quad (15)$$

以及

$$\Delta\pi_{00}^{(1,2)}(0,0,T,\mu) = \frac{1}{\pi^2\beta^2} \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^{y+b}}{(e^{y+b} + 1)^2} + \frac{1}{\pi^2\beta^2} \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^{y-b}}{(e^{y-b} + 1)^2}. \quad (16)$$

(B) 我们计算第三项对 $\Delta\pi_{\mu\mu}$ 的贡献

$$\Delta\pi_{\mu\mu}^{(3)}(q_0, q, T, \mu) = i \oint_c \frac{dp_0}{2\pi} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \text{Tr} \left[Y_\mu \frac{p - q + im}{(p - q)^2 + m^2} Y_\nu \frac{p + im}{p^2 + m^2} \right]. \quad (17)$$

c 为图(1)的围道

在考虑红外极限 $q \rightarrow 0$ 时, 由于前面同样的原因和利用同样的方法, 我们能求出:

$$\begin{aligned}\Delta\pi_{\mu\mu}^{(3)}(0,0,T,\mu) &= -8i \oint_c \frac{dp_0}{2\pi} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left[\frac{1}{p^2 + m^2} + \frac{m^2}{(p^2 + m^2)^2} \right] \\ &= -\frac{2}{\pi^2} \int_0^{p_F} dp \frac{p^2}{\sqrt{p^2 + m^2}} - \frac{1}{\pi^2} \int_0^{p_F} dp \cdot p^2 \frac{m^2}{\sqrt{(p^2 + m^2)^3}}, \quad (\mu > m)\end{aligned}$$

利用分部积分可得:

$$\Delta\pi_{\mu\mu}^{(3)}(0,0,T,\mu) = -\frac{1}{\pi^2} \frac{p_F^3}{\mu}, \quad (\mu > m) \quad (18)$$

以及求出

$$\begin{aligned}\Delta\pi_{00}^{(3)}(0,0,T,\mu) &= 4i \oint_c \frac{dp_0}{(2\pi)} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{2p_0^2 + p^2 + m^2}{[p^2 + m^2]^2} = 0. \\ &\quad (\mu > m)\end{aligned}\quad (19)$$

这样我们求出 $\mu > m$ 时第三项的贡献。在 $\mu < m$ 时极点不在围道之内, 故积分为零, 第三项没有贡献。

现在我们可以得出总贡献了:

$$\begin{aligned}\Delta\pi_{\mu\mu}(0,0,T,\mu) &= \Delta\pi_{\mu\mu}^{(1,2)}(0,0,T,\mu) + \Delta\pi_{\mu\mu}^{(3)}(0,0,T,\mu) \\ &= -\frac{1}{\pi^2\beta^2} \left[\int_0^\infty \frac{x^2 e^{b+y}}{(e^{b+y} + 1)^2} dx + \int_{\beta p_F}^\infty \frac{x^2 e^{y-b}}{(e^{y-b} + 1)^2} dx \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{\beta p_F} \frac{x^2 e^{b-y}}{(e^{b-y} + 1)^2} dx \right] \quad (\text{当 } \mu \geq m \text{ 时}) \\ \Delta\pi_{\mu\mu}(0,0,T,\mu) &= -\frac{1}{\pi^2\beta^2} \left[\int_0^\infty dx \frac{x^2 e^{b+y}}{(e^{b+y} + 1)^2} + \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^{y-b}}{(e^{y-b} + 1)^2} \right], \\ &\quad (\text{当 } m > \mu \geq 0)\end{aligned}\quad (20)$$

$$\Delta\pi_{00}(0,0,T,\mu) = \Delta\pi_{00}^{(1,2)} + \Delta\pi_{00}^{(3)} = \Delta\pi_{00}^{(1,2)}(0,0,T,\mu). \quad (21)$$

这样我们能得到有物理意义的结果; 对任何的 $\mu \geq 0$, 有:

$$\Delta\pi_{00}(0,0,T,\mu) = -\Delta\pi_{\mu\mu}(0,0,T,\mu), \quad \Delta\pi_{ii}(0,0,T,\mu) = 0. \quad (22)$$

因此:

$$m_{el}^2 = e^2 \Delta \pi_{00}(0, 0, T, \mu), \quad m_{mag}^2 = 0. \quad (23)$$

这意味着在单圈近似下,只有电场才对规范玻色子的质量有贡献,而磁场则没有贡献。

由第(9)式可以看出,在 $T = 0, \mu \neq 0$ 时, $\Delta \pi_{\mu\mu}^{(1,2)}(0, 0, 0, \mu)$ 的贡献为零,这样我们有:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \pi_{\mu\mu}(0, 0, 0, \mu) &= \Delta \pi_{\mu\mu}^{(3)}(0, 0, 0, \mu) = -\frac{p_F^3}{\pi^2 \mu} \\ \Delta \pi_{00}(0, 0, 0, \mu) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

当 $T \neq 0, \mu = 0$ 时我们由(16),(20)式可得:

$$\Delta \pi_{00}(0, 0, T, 0) = -\Delta \pi_{\mu\mu}(0, 0, T, 0) = \frac{2}{\pi^2 \beta^2} \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^y}{(e^y + 1)^2}. \quad (25)$$

这些正是文献[7]给出的结果。进一步如果忽略费米子质量(令 $m = 0$),就有:

$$\Delta \pi_{\mu\mu}(0, 0, 0, \mu) = -\frac{\mu^2}{\pi^2}. \quad (26)$$

这与文献[3]的结果也是一致的。

三、小结

我们讨论了光子真空极化在 $T \neq 0, \mu \neq 0$ 时对 Plasma 效应的贡献,计算的结果表明: 在单图近似下只有电场对光子质量有贡献,而磁场则没有贡献。在高温下,从(20),(21)式可看出 $\beta \rightarrow 0, b \rightarrow 0$, 可发现 $\Delta \pi_{00} \sim \frac{1}{\beta^2} \sim T^2$, 故电场对光子质量的贡献确与温度成正比。只是在 $T = 0$ 时电场的贡献被压抑了,磁场的贡献显现出来,由(24)式可得:

$$m_{mag}^2 = \frac{e^2 p_F^3}{2\pi \mu},$$

这样一个图象对了解规范场的其他热力学性质是有用的。

感谢杜宜谨导师对本文的指导帮助。

参考文献

- [1] M. B. Kislinger and P. D. Morley, *Phys. Rev.*, D13(1976), 2765, 2771.
- [2] M. B. Kislinger and P. D. Morley, *Phys. Reports*, 51C(1979), 63.
- [3] B. A. Freedman and L. D. LcLerran, *Phys. Rev.*, D16(1977), 1130, 1147, 1169.
- [4] A. D. Linde, *Rep. Prog. Phys.*, 42(1979), 389.
- [5] D. J. Gross, R. D. Pisarski and L. G. Yaffe, *Rev. Mod. Phys.*, 53(1981), 43.
- [6] J. Schwinger, *Phys. Rev.*, 128(1962), 2425.
- [7] S. Midorikawa, *Prog. Theo. Phys.*, 67(1982).

THERMODYNAMICAL PROPERTIES OF GAUGE THEORIES AT FINITE TEMPERATURE AND CHEMICAL POTENTIAL

WANG QIN-MOU

(Anhui Normal University)

ABSTRACT

The plasma effects of gauge theories are investigated and the one-loop contributions to self-energy part of the photon at $T \neq 0$ and $\mu \neq 0$ are calculated. It is shown that only electric fields give photon an effective mass, but magnetic fields don't contribute.