

转动模型和高能散射

张禹顺

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文用轴对称的转动模型和唯象的 Woods-Saxon 势;以“集体坐标和高能集团散射理论”为骨架,计算了 1GeV 附近的质子与原子核 ^{152}Sm 、 ^{154}Sm 、 ^{176}Yb 的 0^+ 、 2^+ 、 4^+ 和 6^+ 之间的散射微分截面。计算结果与实验值符合得比较好。

一、引 言

高能质子与原子核的非弹性散射可以作为一种工具用来研究原子核的激发态、原子核中核子的分布、原子核中电荷分布以及散射机制等等。因此,不管是实验或者是理论方面广泛地被人们所重视。

然而,要做非弹性散射实验是一个比较难的问题。因为一般非弹性散射截面相当小,

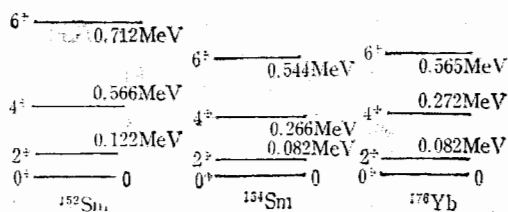


图 1 能级图

并且两个激发态之间的距离靠得比较近。所以要求实验装置具有较高的能量分辨率。否则,要测准是难的。目前, Los-Alamos 有个高分辨率的谱仪^[2], 这个谱仪的能量分辨率可以达到 45—60keV。比较典型的实验有 0.8GeV 的入射质子与 ^{176}Yb 和 ^{154}Sm 的弹性和非弹性散射。这些核的

基态转动带由图 1 所示。

理论上描述 1GeV 附近的质子与转动核之间的散射问题,目前主要有两种方法:一种是用扭曲波波恩近似 (DWBA) 解散射振幅^[4]。这个方法中的变形势假定类似的按 (2.3)式,展开式中只保留形变长度的一次项,而 $V_0(r)$ 用唯象的 Woods-Saxon 势;另一种是耦合道方法^[3,4] (CC), 这种方法中的光学势按拉格拉日多项式展开^[8],其密度分布通常用 Fermi 型,这种形状的半径参数与角度的关系为

$$R(\theta') = R_0 \left[1 + \sum_{\lambda=2}^8 \beta_\lambda Y_{\lambda 0}(\theta') \right] \quad (1.1)$$

其中 β_λ 为形变参数, R_0 是形状为球形时的半径;还有一种叫 Glauber 多次散射理论加耦合道方法^[3,3]。也就是说整个散射振幅等于 Glauber 理论的扭曲波冲量近似 (DWIA) 加

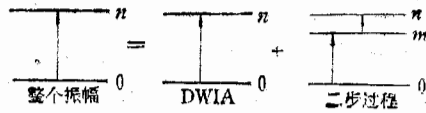


图 2

上二步过程, 如图 2 所示

所谓 Glauber 理论的扭曲波冲量近似就是指直接从基态跃迁到末态的而没有经过任何中间态的过程。所谓二步过程, 不是直接从基态跃迁到末态, 而是通过中间态才到达末态的。他们用变形的费米型密度分布, 这个分布中的半径参数用 (1.1) 式的形式。他们计算了 1.04 GeV 的质子与 ^{152}Sm 的 0^+ 、 2^+ 、 4^+ 和 6^+ 态的微分截面。

本文以“集体坐标和高能散射理论”为骨架^[5,10]把整体相互作用势按 (2.3) 式的形式展开, 保留 β_λ 的一次项, 其中 $V_0(r)$ 用唯象的 Woods-Saxon 势; 始末态用转动波函数。计算了 1.04 GeV 质子与 ^{152}Sm 的 0^+ 、 2^+ 、 4^+ 和 6^+ 态之间的散射微分截面, 和 0.8 GeV 的质子与 ^{154}Sm 、 ^{176}Yb 的 0^+ 、 2^+ 、 4^+ 和 6^+ 态之间的散射微分截面。文中着重讨论了非弹性散射问题。因为弹性散射问题在上文^[6]中已经讨论过了。

二、计算公式

根据文献[5], 对于一个自由粒子与“海”粒子之间的散射振幅, 可以表示为:

$$F_{fi}(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d^{(2)}b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} (\delta_{fi} - S_{fi}(\mathbf{b})) \quad (2.1)$$

其中 $S_{fi}(\mathbf{b})$ 表示一个自由粒子与“海”粒子之间的 S 矩阵元, 它可以表示为

$$S_{fi}(\mathbf{b}) = \int v_f^*(\mathbf{x}'_{A+1} \cdots \mathbf{x}'_{N_A}) e^{-\frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} dz V_A(\mathbf{r})} v_i(\mathbf{x}'_{A+1} \cdots \mathbf{x}'_{N_A}) d\mathbf{x}'_{A+1} \cdots d\mathbf{x}'_{N_A} \quad (2.2)$$

式中 \mathbf{b} 为碰撞参数; \hbar 为普朗克常数; v 为入射粒子速度; $\mathbf{r} = \mathbf{b} + z\mathbf{k}_0$; v_i, v_f 分别表示“海”粒子的基态、末态; $V_A(\mathbf{r})$ 表示“海”的整体相互作用势。对于变形核, 我们假设相互作用势可以按以下的形式展开^[4]

$$V_A(\mathbf{r}) \simeq V_0 - \sum_{\lambda\mu} \beta_\lambda \frac{d}{dr} V_0(r) D_{\lambda 0}^\lambda(Q) Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \quad (2.3)$$

式中 β_λ 为形变长度; $V_0(r)$ 为唯象的 Woods-Saxon 光学模型势; $D_{\lambda 0}^\lambda(Q)$ 为转动矩阵; Q 为体轴和空间坐标之间的欧拉角; $Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi)$ 为球谐函数。

按照文献[5], 利用狄拉克符号

$$v_{00}(\mathbf{x}'_{A+1} \cdots \mathbf{x}'_{N_A}) \equiv \langle \mathbf{x}'_{A+1} \cdots \mathbf{x}'_{N_A} | c, 00 \rangle$$

$$v_{l_j \mu_j}(\mathbf{x}'_{A+1} \cdots \mathbf{x}'_{N_A}) \equiv \langle \mathbf{x}'_{A+1} \cdots \mathbf{x}'_{N_A} | c, l_j \mu_j \rangle$$

对于集体态, $\langle c, I_f \mu_f |$ 在转动的情况下, 如果略去其它效应, $\langle c, I_f \mu_f |$ 为对称陀螺波函数, 则

$$\langle c, I_f \mu_f | = ((2I_f + 1)/8\pi^2)^{1/2} \cdot D_{\mu_f 0}^{*I_f}(\Omega) \quad (2.4)$$

如果考虑基态 $|0, 0\rangle$, 末态 $|I_f \mu_f\rangle$, 其中 I_f, μ_f 表示总角动量和它在空间坐标 z 轴上的投影. 这样, 把(2.2)式中的指数按幂级数展开, 进行逐项计算. 在计算中, 注意到基矢量的正交归一完备性^[5], 并且, 只取到 $n = 2$ 的项, 这样(2.2)式可以化为:

$$\begin{aligned} S_{I_f \mu_f, 00}(\mathbf{b}) = & \exp\left[-\frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} dz V_0(r)\right] \left[\delta_{I_f, 0} \delta_{\mu_f, 0} \right. \\ & + \frac{\beta_{I_f}}{(2I_f + 1)^{1/2}} \frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{d}{dr} V_0(r) Y_{I_f \mu_f}(\theta, \varphi) \\ & + \frac{1}{2(2I_f + 1)^{1/2}} \left(\frac{i}{\hbar v}\right)^2 \sum_{\lambda'} \beta_{\lambda'} \beta_{\lambda'} c_{\lambda 0 \lambda' 0}^{I_f 0} c_{\lambda \mu \lambda' \mu}^{I_f \mu_f} \\ & \left. \times \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{d}{dr} V_0(r) Y_{\lambda \mu}(\theta, \varphi) \int_{-\infty}^{\infty} dz' \frac{d}{dr'} V(r') Y_{\lambda' \mu' - \mu}(\theta', \varphi') \right] \quad (2.5) \end{aligned}$$

式中 $C_{\lambda 0 \lambda' 0}^{I_f 0}$, $C_{\lambda \mu \lambda' \mu}^{I_f \mu_f}$ 为 c - G 系数; 由于 θ, θ' 与 r, r' 有如下关系 $\cos \theta = z/r$,

$$\cos \theta' = z'/r', \quad \sin \theta = b/r, \quad \sin \theta' = b/r', \quad r = \sqrt{b^2 + z^2}, \quad r' = \sqrt{b^2 + z'^2}$$

$$\begin{aligned} Y_{I_f \mu_f}(\theta, \varphi) = & \left[\frac{2I_f + 1}{4\pi} \frac{(I_f - \mu_f)!}{(I_f + \mu_f)!} \right]^{1/2} \frac{1}{2^{I_f} I_f!} \left(-\frac{b}{r}\right)^{\mu_f} \\ & \times \left[\frac{d}{d(z/r)} \right]^{I_f + \mu_f} \left(\frac{z^2}{r^2} - 1\right)^{I_f} e^{i\mu_f \varphi} \end{aligned}$$

因此, 当 μ_f 为奇数时, 被积函数为奇函数, 对 dz 从 $-\infty$ 到 ∞ 积分为 0, 故 μ_f 只能取偶数. 由于 $\lambda(\lambda') = 1$ 相当于核作为一个整体的移动, 所以在(2.5)中应当取 $\lambda(\lambda') \geq 2$. 其次, 由于核内的核子数是有限的, 故限制 $\lambda(\lambda')$ 的取值为 $\lambda(\lambda') < A^{1/3}$ ^[7]

$$\text{利用} \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = |F_{fi}|^2 \quad (2.6)$$

这个关系, 就可以计算 1GeV 附近的质子与 ^{152}Sm , ^{154}Sm 和 ^{176}Yb 之间的弹性散射微分截面. 在我们的计算中, 由于 S 矩阵中的第三项要比第一项小得多, 所以, 只考虑第一项.

并且利用

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum |F_{fi}|^2 \quad (2.7)$$

这个关系, 就可以计算 1GeV 附近的质子与 ^{152}Sm , ^{154}Sm 和 ^{176}Yb 之间的非弹性散射微分截面.

三、结果和讨论

用上面的方法, 计算了 1GeV 附近的质子与原子核 ^{152}Sm , ^{154}Sm 和 ^{176}Yb 的 0^+ , 2^+ , 4^+ 和 6^+ 态之间的散射微分截面. 在计算中, 采用唯象的 Woods-Saxon 光学模型势

$$V_0(r) = - \frac{V_0 + iW}{1 + \exp\left(\frac{r - R_0}{a}\right)} \quad (3.1)$$

其中 V_0 、 W 、 a 为光学势参数, 位势的半径 $R_0 = r_0 \cdot A^{1/3}$, $r_0 = 1.07\text{fm}$. 这些参数值列表在 1.

在图 3 中, 点曲线是实验值; 虚曲线是耦合道计算值^[3]; 实线是本文计算值. 这些曲线表示 1.04GeV 的质子与 ^{152}Sm 的 0^+ 、 2^+ 、 4^+ 和 6^+ 态之间的微分截面. 形变长度 β_2 的值列在表 2 中.

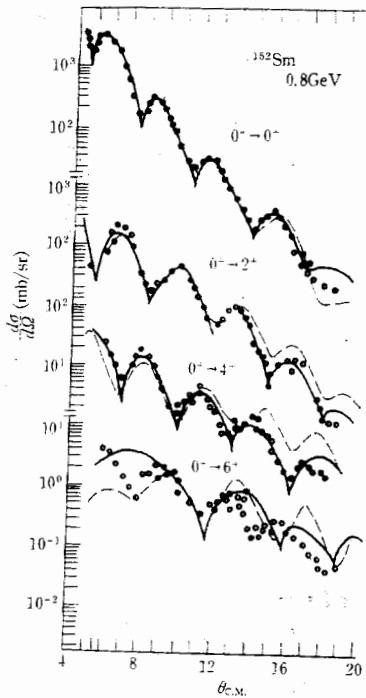


图 3 ——本文 ---耦合道

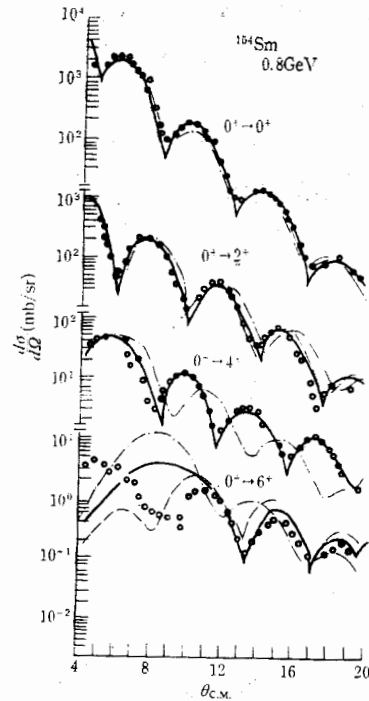


图 4 ——本文 ---DWBA ---耦合道

图 4 和图 5 中的曲线分别表示 0.8GeV 质子与 ^{154}Sm 和 ^{176}Yb 的 0^+ 、 2^+ 、 4^+ 和 6^+ 态之间的微分截面. 点曲线是实验值; 虚曲线是耦合道计算值; 点划线是 DWBA 的计算值^[4]; 实曲线是本文的计算值. 形变长度 β_2 的值列在表 2 中.

从图 3—图 5 表明, 本文的计算结果与实验值符合较好. 但是, 有的曲线的最低点,

表 1 光学势参数

靶核	$R_0(\text{fm})$	$a(\text{fm})$	$V_0(\text{MeV})$	$W(\text{MeV})$
^{152}Sm	5.710	0.560	-30.0	65.0
^{154}Sm	5.734	0.560	-30.0	65.0
^{176}Yb	5.996	0.547	-30.0	68.5

表2 形变长度

靶核	β_2	β_4	β_6
^{152}Sm	1.766	1.120	0.571
^{154}Sm	1.766	1.119	0.562
^{176}Yb	2.062	1.075	0.148

本文的计算值要比实验值低一点;并且,对 6^+ 态的微分截面,本文的计算值与实验值吻合得不太好. 原因可能在于本文的计算中, $V(r)$ 的展开只取 β_2 的一次项,这显然是一个近似,如果考虑较高次项,结果可能会改善一些.

从表1可以看出,用本文的方法计算 1GeV 附近的质子与原子核之间的非弹性散射,也需要一个相当深的吸收位,位的形状类似于核密度的形状,这与我们以前的文章所述的结果相似^[6]. 并且,从图6可以看出,吸收位的深度随着入射粒子的能量的增加而逐渐加深. 但是,当入射粒子的能量大于 1GeV, 吸收位的深度随着入射粒子能量的增加,它不再加深而保持一个恒定的值.

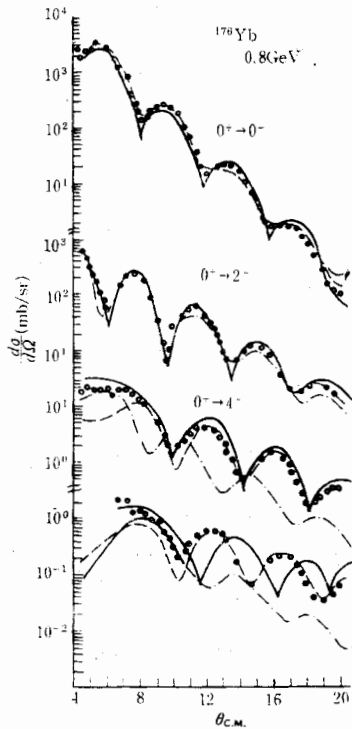


图5 ——本文 —— DWBA ---耦合道

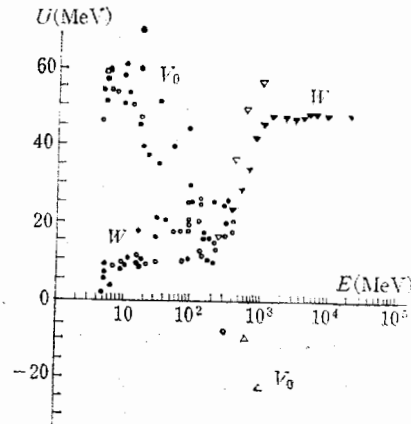


图6 光学势的虚部和实部

- 质子, 真空吸收, ○ 质子, 表面吸收,
- ▼ 来自核子-核子总截面 ▽ 来自 $p-^{12}\text{C}$ 散射的分析

从表1表明,当入射粒子能量相当高的情况下, V_0 从低能时的排斥力变成吸引力. 为了讨论这个效应,我们参考了 G. Passatore^[9] 的关于 Woods-Saxon 势的虚部和实部的结果(如图6所示). 这些点虽然来自不同的实验资料,但足以说明,当入射粒子的能量大

于 300MeV 时, V_0 就从排斥力变成吸引力。所以, 对于 1GeV 附近的人射粒子, 本文的取值, 看来是比较合理的。那末是什么原因引起这种效应的呢? 本文认为这是由于人射粒子能量高、波长短, 它容易进入原子核内部的缘故。因此, 这种效应部分地表现出核子之间相互作用的短程排斥因素有关^[7]。

从表 2 可以看出, 形变长度 β_{I_f} 的值随着 I_f 的增加而减小。这是一个有趣的核结构的问题。

参 考 文 献

- [1] C. Fahlander and G. D. Dracoulis, *Nucl. Phys.*, A374 (1982), 263c.
- [2] G. S. Blamplad et al., *Phys. Rev. Lett.*, 39(1977), 1447.
- [3] Y. Abgrail, *Nucl. Phys.*, A 358 (1981), 7c.
- [4] M. L. Barlett et al., *Phys. Rev.*, C22 (1980), 1168.
- [5] 李扬国、张禹顺、王潍潍、阮图南中国科学 A 辑8(1982), 720.
- [6] 胡素芬、沈俊锋、张禹顺, 高能物理与核物理, 8(1984), 374.
- [7] A. 玻尔, 原子核结构, 第一卷第二分册 260 页; A. 玻尔, 原子核结构, 第一卷第二分册 238 页; 达维多夫, 原子核理论.
- [8] T. Tamura, *Rev. Mod. Phys.*, 37 (1965), 679.
- [9] G. Passatore, *Nucl. Phys.*, A 95 (1967), 694.
- [10] R. J. Glauber "Lectures in Theoretical Physics", ed. W. E. Brittin, et al., Vol. 1 (New York, 1959) p. 315.

ROTATIONAL MODEL AND HIGH ENERGY SCATTERING

ZHANG YU-SHUN

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

In this paper, the differential cross sections of the inelastic scatterings of protons of energy ~ 1 GeV on ^{152}Sm , ^{154}Sm and ^{176}Yb are calculated by the method of the collective coordinate and High Energy Cluster scattering theory, using axially symmetric rotational model and the optical model with a woods-saxon potential. The results are in agreement with experimental data.