

# 闪烁体中荧光传输造成的时间离散

李 金

(中国科学院高能物理研究所)

## 摘 要

本文研究了大面积闪烁体中荧光传输所造成的时间离散,给出了到达闪烁体端面的光子时间分布,详细讨论了荧光传输的速度和效率。

带电粒子在闪烁体某处激发的荧光,经过多次全反射传输到与光电倍增管接触的端面,在光阴极上打出光电子。这些光电子经多次倍增到达阳极,形成电脉冲,可由电子学线路测量。荧光的产生,荧光的传输,光电转换和倍增都是相互独立的随机过程。闪烁体的荧光衰减时间表征了荧光产生的时间特性,光电倍增管输出电压脉冲的上升时间和时间晃动描述了光电转换和倍增的时间特征。但是,至今还没有对荧光在闪烁体中传输过程所造成的时间离散做定量描述的文章。实际上,尽管采用了相同种类的闪烁体和同样的光电倍增管,由于闪烁体的几何形状、尺寸大小、外界条件不同,计数器的时间分辨差别可能很大。一个小闪烁体计数器的分辨时间达到 80 ps 是很容易的,但是大面积闪烁计数器的分辨时间达到 200 ps 也是很困难的。主要原因是荧光在闪烁体中传输过程造成的时间离散。

本文对荧光在闪烁体中的传输做了分析,推导出这一过程所造成的时间分布,同时对传输速度、传输效率等做了详细的讨论。

## 一、荧光在闪烁体中的传输条件

为简化问题,这里只讨论矩形大面积闪烁体。高能实验用的绝大多数闪烁计数器都

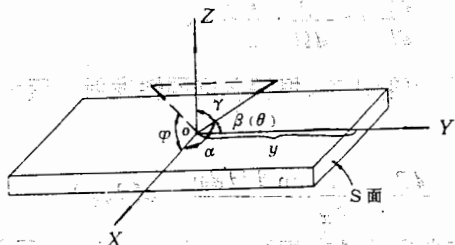


图1 矩形闪烁体S端面为接受面, O点为荧光产生的位置

是这种几何形状的闪烁体。图1给出了这种闪烁体的示意图和坐标关系。上、下表面的法线方向为  $Z$ ，前后表面法线方向是  $X$ ，荧光传输方向为  $Y$ 。令闪烁体接受端面为  $S$ ，产生荧光的位置距  $S$  端面为  $Y$ 。为便于讨论问题，做如下假设：

1. 闪烁体的外界是折射率  $n \approx 1$  的空气，端面  $S$  的外界是折射率与闪烁体一样的介质。

2. 任一处产生的荧光都是各向同性发射的。

3. 荧光的产生是瞬时的。

设某一荧光光子的辐射方向角为  $\alpha, \beta, \gamma$  (如图1所示)。为满足四个侧面上全反射的条件，要求  $\alpha \geq \alpha_c; \gamma \geq \alpha_c$ 。  $\alpha_c$  为全反射临界角：

$$\alpha_c = \sin^{-1} \frac{1}{n}$$

式中  $n$  为闪烁体折射率。上述条件又可写成

$$\cos \alpha \leq \cos \alpha_c; \quad \cos \gamma \leq \cos \alpha_c$$

当用极角  $\theta, \varphi$  来表示荧光光子的方向时，不等式变为

$$\cos \alpha = \sin \theta \cdot \cos \varphi \leq \cos \alpha_c$$

$$\cos \gamma = \sin \theta \cdot \sin \varphi \leq \cos \alpha_c$$

对于发射角为  $\theta$  的荧光光子来讲，能够在闪烁体中传输的条件，亦是满足全反射的条件，

$$\varphi \geq \cos^{-1} \frac{\cos \alpha_c}{\sin \theta} \quad (1)$$

$$\varphi \leq \sin^{-1} \frac{\cos \alpha_c}{\sin \theta} \quad (2)$$

正像文献[1—4]所阐明的，这一传输条件与产生荧光的位置无关。只有  $\theta, \varphi$  满足此联立方程的荧光光子才能经全反射传输到接受端面  $S$ ，否则会透射出四个侧面而损失。

## 二、荧光光子到达 $S$ 端面的时间分布

以  $y, \theta, \varphi$  为标识参数的荧光光子到达  $S$  端面的光程  $l$  为

$$l = y / \cos \theta \quad (3)$$

设该光子到达端面  $S$  的效率为  $\varepsilon(\theta, \varphi)$ ，则其到达  $S$  端面的几率为

$$\frac{dP}{dl} = \frac{dp}{d\Omega} \cdot \frac{d\Omega}{dl} \cdot \varepsilon(\theta, \varphi) \quad (4)$$

式中  $\frac{dp}{d\Omega}$  为单位立体角中的辐射几率，根据各向同性发射的假设， $dp/d\Omega = 1/4\pi$ ，(4)式可写成

$$\frac{dP}{dl} = \frac{1}{4\pi} \frac{\sin \theta d\theta d\varphi}{dl} \cdot \varepsilon(\theta, \varphi)$$

因为相同的  $\theta$ ，不同  $\varphi$  的荧光光子具有相同的光程，所以对  $\varphi$  积分可求得光程为  $l$  的光子到达  $S$  端面的几率

$$f(l) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{4\pi} \frac{\sin \theta d\theta}{dl} \varepsilon(\theta, \varphi) d\varphi$$

对式

设闪  
的表  
面上令  $u$ 

全反

式中

这里：  
(2)式中  
 $W_z$ 。  
角发  
起的

表面的  
为  $S$ 。

对式(3)微分得到  $\sin \theta d\theta/dl = y/l^2$ , 代入上式得

$$f(l) = \int_0^{2\pi} \frac{y}{4\pi \cdot l^2} \varepsilon(\theta, \varphi) d\varphi \quad (5)$$

的介

设闪烁体的衰减长度为  $\lambda$ , 光程为  $l$  的荧光到达端面时, 其强度衰减至  $e^{-l/\lambda}$ 。实际闪烁体的表面并非理想的光学平面, 全反射效率  $u \leq 1$ 。如果到达端面  $S$  之前, 在上下和前后侧面上的反射次数分别为  $N_x$  和  $N_z$ , 那么

$$\varepsilon(\theta, \varphi) = e^{-l/\lambda} \cdot u^{(N_x + N_z)}$$

反射

令  $u = 1 - \delta$ ,  $\delta \ll 1$ , 上式可为

$$\varepsilon(\theta, \varphi) \approx e^{-l/\lambda} [1 - \delta(N_x + N_z)] \quad (6)$$

全反射次数  $N_x, N_z$  分别为

$$N_x = \frac{y \tan \theta \cos \varphi}{W_x} \quad N_z = \frac{y \tan \theta \sin \varphi}{W_z}$$

式中  $W_x, W_z$  分别为闪烁体在  $X$  和  $Z$  方向上的厚度。将  $N_x, N_z, \varepsilon(\theta, \varphi)$  代入式(5)

$$f(l) = 4 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{1}{4\pi} \frac{y}{l^2} e^{-l/\lambda} \left( 1 - \delta \frac{y \tan \theta \cos \varphi}{W_x} - \delta \frac{y \tan \theta \sin \varphi}{W_z} \right) d\varphi \quad (7)$$

条件,

这里将式(5)对  $0-2\pi$  的积分改为在四个相限中的积分。而上、下限  $\varphi_1, \varphi_2$  就是式(1), (2) 的荧光传输条件, 积分得到

$$f(l) = \frac{y}{2l^2} e^{-l/\lambda} \left[ 1 - \frac{4}{\pi} \phi - \frac{2y\delta \tan \theta}{W} (A - \sin \phi) \right] \quad (8)$$

(2)

式中  $A = \cos \alpha_i / \sin \theta$ ,  $\phi = \cos^{-1}(\cos \alpha_i / \sin \theta)$ ,  $\theta = \cos^{-1}(y/l)$ ,  $W = W_x \cdot W_z / (W_x + W_z)$ 。不难看出, 第一项是满足全反射的荧光到达  $S$  端面的几率, 第二项反映了某些以  $\theta$  角发射的光子由于不满足全反射而丢失的部分, 第三项是由于全反射效率  $u$  小于 1 而引起的修正, 它与闪烁体的等效厚度  $W$  成反比。

关立

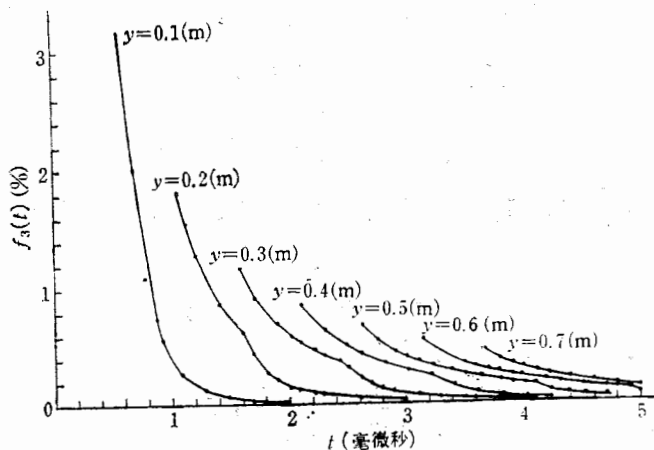


图 2 不同  $y$  处荧光光子的时间分布  $f_3(t)$

( $W_x = 20\text{cm}, W_z = 1\text{cm}, n = 1.58, \delta = 0.01, \lambda = 4\mu\text{m}$ )

(3)

(4)

式

子

如果用  $t = l \cdot n/c$  代入上式,同时考虑到

$$f(l) = \frac{dP}{dl} = \frac{dP}{dt} \cdot \frac{c}{n} = f_i(t) \cdot \frac{c}{n}$$

便可得到荧光传输到端面  $S$  的时间分布  $f_i(t)$ 。这里的  $c$  是光在真空中的传播速度。图 2 表示出不同  $y$  处荧光到达端面  $S$  的时间分布。

理想闪烁体和理想的反射层,  $\lambda = \infty$ ,  $\delta = 0$  时间分布为

$$f_1(t) = \frac{ny}{2c} \frac{1}{t^2} \quad t \geq \frac{ny}{c} \quad (9)$$

理想闪烁体,无反射层时,其分布为

$$f_2(t) = \frac{ny}{2c} \frac{1}{t^2} \left(1 - \frac{4}{\pi} \phi\right) \quad t \geq \frac{ny}{c} \quad (10)$$

实际闪烁体,无反射层时,其分布为

$$f_3(t) = \frac{ny}{2c} \frac{1}{t^2} e^{-\frac{tc}{n\lambda}} \left[1 - \frac{4}{\pi} \phi - \frac{2y\delta \tan \theta}{W} (A - \sin \phi)\right] \quad t \geq \frac{ny}{c} \quad (11)$$

实际闪烁体,有反光效率为  $u_r$  的反射层,其分布为

$$f_4(t) = \frac{ny}{2c} \frac{1}{t^2} e^{-\frac{tc}{n\lambda}} \left[1 - (1 - u_r) \frac{4}{\pi} \phi - \frac{2y\delta(1 - u_r) \tan \theta}{W} (A - \sin \phi)\right] \quad t \geq \frac{ny}{c} \quad (12)$$

### 三、荧光在闪烁体中的传播速度

从式 (9)–(12) 可以看出,即使荧光是瞬时发射出来的,其到达端面的时间也将在  $t \geq ny/c$  的一个很大的范围内按一定规律分布。对分布  $f_i(t)$  积分,便可得到光脉冲的上升时间函数。在理想情况下,将式(9)的  $f_1(t)$  积分得到上升时间函数

$$F_1(t) = \frac{ny}{2c} \left(\frac{c}{ny} - \frac{1}{t}\right) \quad t \geq \frac{ny}{c} \quad (13)$$

设总的光子数为  $N_0$ , 光子数  $N_r(t)$  与时间  $t$  的关系为

$$N_r(t) = N_0 \frac{ny}{2c} \left(\frac{c}{ny} - \frac{1}{t}\right) \quad t \geq \frac{ny}{c}$$

当  $t \rightarrow \infty$  时,  $N_r = \frac{1}{2} N_0$ , 即有一半的光子到达  $S$  面。因为另一半光子到达相反的一个端面上。

如果以接受一部分光子为时间标志,或者说,从荧光产生到有  $aN_0$  个光子到达端面  $S$  为荧光传输时间  $T$ , 那么  $T$  应满足下式,

$$N_0 \frac{ny}{2c} \left(\frac{c}{ny} - \frac{1}{T}\right) = aN_0$$

由此得到荧光传输时间

$$T = \frac{ny}{(1 - 2a)c}$$

第一  
荧光

这里  
生由  
 $\frac{c}{n}$ ,  
不同  
一。

处理  
间  $T$   
与  $a$   
等有  
曲线  
响。  
率,  
计数  
常以

到达  
光光  
在  $t$   
子到  
造成  
68.3

将  $c$   
这里  
且  $\tau_2$   
等。

### 荧光传输的速度

$$V = \frac{y}{T} = \frac{c}{n} (1 - 2a)$$

这里的  $a \leq \frac{1}{2}$ . 由此得到如下两个结论: 在理想情况下(1)光子传播的速度  $V$  与荧光产

生的位置无关,(2)荧光传播的速度不简单地是

$\frac{c}{n}$ , 还与  $a$  有关,  $a$  增加, 速度减小. 这就是用不同计数器测出的荧光传输速度不同的原因之一.

把  $f_3(t)$  积分后得到  $F_3(t)$ , 按同样方法处理, 不难得到荧光在实际闪烁体中的传输时间  $T$  和速度  $V$ . 它们不仅与  $a$  值有关, 而且还与荧光产生的位置, 闪烁体的厚度, 表面光洁度等有关. 图 3 给出不同  $a$  值下速度与  $y$  的关系曲线. 计算表明, 反射层  $u$ , 值对传播速度有影响. 有了反射层, 增加了慢光子到端面  $S$  的几率, 光脉冲上升时间增大, 光速减小. 这是不同计数器测出传播速度不同的另一重要原因. 通常认为  $V$  与  $y$  无关也是一个近似.

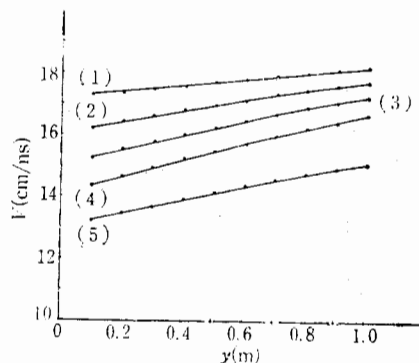


图 3 不同  $a$  值时, 速度  $V$  和  $y$  的关系曲线

( $\lambda = 4\text{m}$ ,  $W_x = 0.2\text{m}$ ,  $W_y = 0.01\text{m}$ ,  
 $n = 1.58$ ,  $\delta = 0.01$ ) (1)  $a = 0.1$ ,  
 (2)  $a = 0.15$ , (3)  $a = 0.2$ , (4)  $a = 0.25$ ,  
 (5)  $a = 0.3$

### 四、荧光传输造成的时间离散

虽然这里假设荧光光子的产生是瞬时的, 但由于辐射方向( $\theta, \varphi$ )是随机的, 所以光子到达  $S$  端面的时间也是随机的. (9)–(12) 式给出了时间分布的几率密度函数. 一个荧光光子在  $t$  时刻, 单位时间间隔内到达端面  $S$  的几率为  $f_i(t)$ . 积分函数  $F_i(t)$  为该光子在  $t$  时刻以前到达端面  $S$  的几率分布函数. 如果每次激发只产生一个光子, 那么这个光子到达  $S$  面的时间可能很早 ( $t \approx \frac{ny}{c}$ ), 也可能很晚, 这个很宽的时间范围就是传输过程

造成的时间离散. 按照统计理论惯例, 当荧光光子在  $\tau_2$  时刻前到达端面  $S$  的几率为 68.3% 时,  $\tau_2$  就用以表征荧光传输造成的时间离散.

理想状况时的时间离散  $\tau_2$  可以由几率分布函数  $F_1(t)$  求得, 令

$$\frac{ny}{2c} \left( \frac{c}{ny} - \frac{1}{\tau_2} \right) = \frac{1}{2} \times 68.2\%$$

将  $c = 30 \text{ cm/ns}$ ,  $n = 1.58$  代入, 求得

$$\tau_2 = 0.166 y (\text{ns}) \quad (14)$$

这里  $y$  以  $\text{cm}$  为单位. 式(14)表明, 在理想状态下, 时间离散  $\tau_2$  与位置  $y$  成线性关系. 而且  $\tau_2$  很大, 当  $y = 20 \text{ cm}$  时,  $\tau_2 = 3.32 \text{ ns}$ , 几乎与  $NE 110$  闪烁体的荧光衰减时间相等.

用同样的方法也可以求出实际闪烁体的时间离散。图4给出实际闪烁体中时间离散 $\tau_2$ 随位置 $y$ 的变化曲线。当 $y > 1\text{ m}$ 时,  $\tau_2 > 2\text{ ns}$ 。可见, 使用大面积闪烁体时, 选择衰减时间很小的闪烁体是无大意义的。计算表明, 闪烁体厚度和反射层都会影响 $\tau_2$ 。有反射层会使 $\tau_2$ 增大。

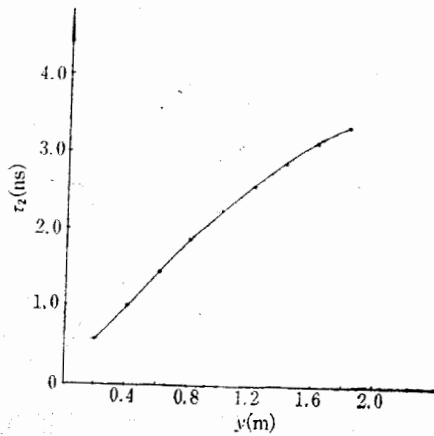


图4  $\tau_2$ 随距离 $y$ 的变化

( $W_x = 0.18\text{ m}$ ,  $W_z = 0.05\text{ m}$ ,  $\delta = 0.01$ ,  
 $u_r = 0$ ,  $\lambda = 4\text{ m}$ )

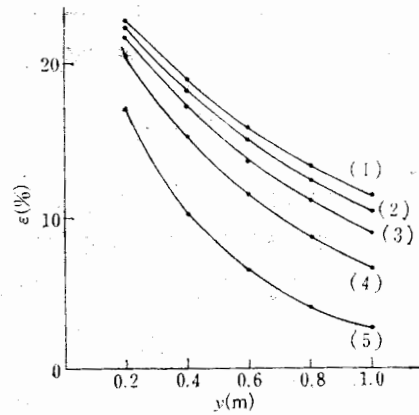


图5 不同厚度 $W_z$ 的效率曲线

( $W_x = 0.1\text{ m}$ ,  $u_r = 0$ ,  $\delta = 0.02$ ,  $\lambda = 4.0\text{ m}$ )  
(1) $W_z = 5\text{ cm}$ , (2) $W_z = 4\text{ cm}$ , (3) $W_z = 3\text{ cm}$ ,  
(4) $W_z = 2\text{ cm}$ (5) $W_z = 1\text{ cm}$

## 五、荧光传输效率

总数为 $N_0$ 的荧光光子经过距离 $y$ 传输到端面 $S$ 时只有 $N$ 个, 其传输效率为

$$\varepsilon = \frac{N}{N_0} = \frac{\int N_r(t) dt}{N_0} = \frac{\int N_0 f_i(t) dt}{N_0}$$

所以

$$\varepsilon = \int_{t_{\min}}^{\infty} f_i(t) dt \quad (15)$$

理想情况下

$$\varepsilon = \int_{t_{\min}}^{\infty} \frac{ny}{c} \frac{1}{t^2} dt = 0.5.$$

因传输中无损失, 向着 $S$ 端面发射的光子全部到达 $S$ 端面。对于一般的情况, 将 $f_i(t)$ 代入式(15), 积分后便得到效率 $\varepsilon$ 。图5表示效率和闪烁体厚度、位置 $y$ 的关系曲线。

## 六、对计数器时间分辨的贡献

闪烁计数器的时间分辨主要由闪烁体、光电倍增管和电子学三部分的时间离散所决定。对于大面积闪烁计数器来讲, 后者贡献不大, 主要是闪烁体部分的贡献。它又包括

离散  
选择  
有

两部分,一个是荧光产生的时间涨落,即荧光衰减时间 $\tau_1$ ,另一个是上述的荧光传输造成的时间离散 $\tau_2$ 。下面来计算这两部分对计数器时间分辨的贡献。

因为荧光的产生和传输是两个独立的随机过程,所以不难求出闪烁体部分对计数器时间分辨的贡献

$$\Delta = \sqrt{\frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{N_e}}$$

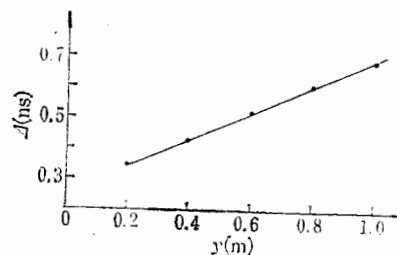
这里光电子数 $N_e = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \varepsilon N_0$ 。 $N_0 = \frac{\Delta E}{100 \text{ eV}}$ 为产生荧光光子的总数。 $\Delta E$ 为带电粒子在闪烁体中损失的能量。 $\varepsilon_1$ 为光导传输效率,一般为0.1—0.2。 $\varepsilon_2$ 为光阴极的光电转换效率,一般为~0.15。 $\varepsilon$ 为荧光在闪烁体中的传输效率,可由式(15)求出。所以

$$\Delta = \sqrt{\frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \varepsilon N_0}} \quad (16)$$

$\tau_1$ 与闪烁体种类有关,例如NE 110闪烁体为3.3 ns, NE 102 A闪烁体为2.4 ns。在确定了闪烁体和光电倍增管之后,很容易由式(16)求出 $\Delta$ 。表1给出最小电离粒子穿过10 cm × 100 cm × 1 cm NE 110 闪烁体时,不同位置上的效率,光电子数和时间分辨 $\Delta$ 。图6给出时间分辨 $\Delta$ 和 $y$ 的关系曲线,它基本上是一直线,这与实验符合的很好<sup>[5]</sup>。同时由不同 $y$ 处效率得到计数器技术衰减长度为70 cm,也与实验值符合。

表 1

$y(\text{m})$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$\tau_2(\text{ns})$	1.13	1.8	2.22	2.32	2.01
$\varepsilon(\%)$	30.1	22.7	17.2	12.8	9.18
$N_e$	103.8	78.3	59.3	44.2	31.7
$\Delta(\text{ns})$	0.343	0.425	0.517	0.606	0.686

图 6 时间分辨 $\Delta$ 和 $y$ 的关系曲线

## 参 考 文 献

- [1] M. MOSZYNSKI, B. BENGTON, N. I. M. 158(1979), 1—11.

m)  
n,

(15)

) 代

所决  
包括

- [2] G. KEIL, *N. I. M.* 87(1970), 111—123.  
[3] J. ANDREJOL et al., *N. I. M.* 167 (1979), 313.  
[4] 李金, 高能物理与核物理, 7(1983), 537。  
[5] 王殿荣等, 高能物理与核物理, 7(1983), 529。

## THE TIME VARIATION ASSOCIATED WITH FLUORESCENCE LIGHT TRANSMISSION IN LARGE AREA SCINTILLATORS

LI JIN

*(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)*

### ABSTRACT

In this paper the time variation associated with light transmission in large area scintillators is investigated. The time distribution of photons which reach the end of scintillator is given. The light transit velocity and efficiency is discussed in detail.