

# 费米相干态下的禁闭模型

陈琳 李洪才 阮图南  
(云南大学物理研究室) (福建师范大学物理系) (中国科学技术大学)

## 摘 要

作为应用费米相干态处理量子场论问题的一种尝试,本文利用费米相干态讨论了 SLAC 口袋模型。结果表明,仍然可以得到 SLAC 口袋的束缚态解,从而唯象地解释了夸克禁闭。此外,还可以得到 SLAC 所没有的夸克数为零的解和非束缚态解,因此,这种尝试是有益的。

## 一、引 言

Gell-Mann and Zweig 1964 年提出强子的夸克模型获得了巨大的成功。但是,实验上至今找不到自由夸克,即所谓“夸克禁闭”。因而解释夸克禁闭一直是理论上必须解决的重大课题。

1974 年 A. Chodos, R. Jaffe, K. Johnson 等人提出了 MIT 口袋模型<sup>[1]</sup>。在强子静态性质方面与实验符合较好,并能唯象地解释夸克禁闭。但是,MIT 模型利用一个附加的边界条件,将夸克场限制在有限的空间区域内,即口袋内,等效于一个非定域场,因此缺乏定域场论基础。

为了进一步给出口袋模型的定域场论基础,1975 年 W. A. Bardeen, M. J. Chanowitz, S. D. Drell 等人提出了 SLAC 口袋模型<sup>[2]</sup>,他们从定域场的拉氏量出发,采用一种非微扰的半经典方法,证明了在树近似下夸克场和具有自作用的标量场强耦合,存在比自由夸克质量小得多的低能束缚态解,即 SLAC 口袋解,从而利用通常的定域量子场论唯象地解释了夸克禁闭。

在 SLAC 口袋模型中,Bardeen, Drell 等人所采用的方法是,首先构造一个 Fock 空间,在其中猜测一个尝试态,在忽略正规乘积与经典乘积次序差别的近似下(即“树近似”),对体系的能量作变分,得到场所满足的耦合场方程。于是求解量子场问题就转化为求解场所满足的耦合方程。在 SLAC 模型中,由于选用于玻色相干态作为尝试态,因而得到的耦合方程中玻色场是经典的,而费米场仍是量子的。故称之为半经典方法<sup>[3]</sup>。可见,在相干态表象下量子场可以转化为相应的经典场<sup>[4]</sup>。这就提供了一条解决量子场论问题的新途径。于是,我们在 SLAC 方法的基础上作进一步的推广,在尝试态中再引入费米相干态,这样利用变分原理所得到的耦合场方程则是具有 Grassmann 变量的经典场

方程. 此时, 无论玻色场还是费米场均转化为相应的经典场. 半经典方法被推广为经典方法, 为求解耦合场方程提供了一些方便. 作为这种经典方法的一个尝试, 我们仍然讨论 SLAC 口袋模型, 其哈密顿密度为:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(x) = & \phi^+(x)(-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla + G\beta\phi(x))\phi(x) + \frac{1}{2} \dot{\phi}^2(x) \\ & + \frac{1}{2} (\nabla\phi(x))^2 + \lambda(\phi^2(x) - f)^2 \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $\phi(x)$  是中性标量场,  $\psi(x)$  是夸克场,  $G$  和  $\lambda$  是无量纲的耦合常数, 并假设  $G \gg 1\text{GeV}$ ,  $\lambda \gg 1\text{GeV}$ ,  $f$  是常数并具有质量的量纲. 这是一个可重正化并具有真空自发破缺的体系.  $\phi(x)$  场的真空期望值为:

$$\langle \phi(x) \rangle_0 = \pm f \quad (2)$$

作变换  $\phi(x) = \sigma(x) + f$ , 则哈密顿密度 (1) 式变为:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(x) = & \phi^+(x)(-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla + \beta Gf)\phi(x) + \frac{1}{2} \dot{\sigma}^2(x) + \frac{1}{2} (\nabla\sigma(x))^2 \\ & + 4\lambda f^2\sigma^2(x) + 4\lambda f\sigma^3(x) + \lambda\sigma^4(x) + G\bar{\psi}(x)\psi(x)\sigma(x) \end{aligned} \quad (3)$$

并有:

$$\langle \sigma(x) \rangle_0 = 0 \quad (4)$$

由此得到标量场  $\sigma(x)$  和夸克场  $\psi(x)$  的质量分别是

$$m_\sigma^2 = 8\lambda f^2, \quad M_q = Gf \quad (5)$$

## 二、相干态表象中的场方程

我们首先构造 Fock 空间, 在 Heisenberg 表象, 定义中性标量场  $\sigma(x)$  和夸克场  $\psi(x)$ :

$$\sigma(x) = \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\mathbf{k}}v}} (C_{\mathbf{k}}(t)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + C_{\mathbf{k}}^\dagger(t)e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}) \quad (6)$$

$$\dot{\sigma}(x) = \sum_{\mathbf{k}} \frac{-i\omega_{\mathbf{k}}}{\sqrt{2\omega_{\mathbf{k}}v}} (C_{\mathbf{k}}(t)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} - C_{\mathbf{k}}^\dagger(t)e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}) \quad (7)$$

$$\psi(x) = \sum_{\mathbf{p}, r} \frac{1}{\sqrt{v}} (a_{\mathbf{p}, r}(t)u_{\mathbf{p}, r}e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} + b_{\mathbf{p}, r}^\dagger(t)v_{\mathbf{p}, r}e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}}) \quad (8)$$

其中  $u_{\mathbf{p}, r}$ ,  $v_{\mathbf{p}, r}$  是夸克的旋量波函数.

利用等时量子化条件可以证明下列等时反对易关系

$$[C_{\mathbf{k}}(t), C_{\mathbf{k}'}^\dagger(t)] = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}, \quad [C_{\mathbf{k}}^\dagger(t), C_{\mathbf{k}'}(t)] = [C_{\mathbf{k}}(t), C_{\mathbf{k}}(t)] = 0 \quad (9)$$

$$\{a_{\mathbf{p}, r}(t), a_{\mathbf{p}', r'}^\dagger(t)\} = \delta_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}\delta_{rr'}, \quad \{b_{\mathbf{p}, r}(t), b_{\mathbf{p}', r'}^\dagger(t)\} = \delta_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}\delta_{rr'}. \quad (10)$$

其它反对易子均为零. 由此, 我们可以定义 Fock 真空

$$C_{\mathbf{k}}(t)|0\rangle = a_{\mathbf{p}, r}(t)|0\rangle = b_{\mathbf{p}, r}(t)|0\rangle = 0 \quad (11)$$

这样, 我们便完成了 Fock 空间的构造.

然后, 我们引入玻色相干态和费米相干态定义

$$|g\xi\rangle = U(g, \xi)|0\rangle \quad (12)$$

其中:

$$U(g, \xi) = \exp \left\{ -i \int d^3x (g(x) - f) \dot{\sigma}(x) - \int d^3x (\phi^+(x) \xi(x) - \xi^*(x) \phi(x)) \right\} \quad (13)$$

这里  $g(x)$  是普通函数, 而  $\xi(x)$ ,  $\xi^*(x)$  是 Grassmann 变数. 显然,  $U(g, \xi)$  是么正算符. 利用等时对易关系和 Grassmann 代数的性质<sup>[5]</sup>, 容易证明在相干态表象下量子场的期望值为:

$$\begin{aligned} \langle g\xi | \sigma(x) | g\xi \rangle &= g(x) - f, \\ \langle g\xi | \dot{\sigma}(x) | g\xi \rangle &= 0, \\ \langle g\xi | \phi(x) | g\xi \rangle &= \xi(x), \\ \langle g\xi | \phi^+(x) | g\xi \rangle &= \xi^*(x), \\ \langle g\xi | : \phi^+(x) \Gamma \phi(x) : | g\xi \rangle &= \xi^*(x) \Gamma \xi(x). \end{aligned} \quad (14)$$

由此可见, 量子场在相干态表象下的期望值已经转化为经典场, 其中费米子经典场是用 Grassmann 变量描述的.

因此, 如果我们在 Fock 空间中选取相干态  $|g, \xi\rangle$  为尝试态, 则由 (3) 式和 (14) 式可以求得体系总哈密顿在尝试态中的期望值为

$$\begin{aligned} \langle g\xi | H | g\xi \rangle &= \langle g\xi | \int d^3x \mathcal{H}(x) | g\xi \rangle \\ &= \int d^3x \left\{ \xi^+(x) (-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla + G\beta g(x)) \xi(x) + \frac{1}{2} (\nabla g(x))^2 + \lambda(g^2(x) - f^2)^2 \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

利用变分原理, 求能量极值

$$\delta \langle g\xi | H | g\xi \rangle = 0 \quad (16)$$

即可导出相干态表象下的经典场方程是

$$\nabla^2 g(x) - 4\lambda g(x)(g^2(x) - f^2) = G\xi^+(x)\beta\xi(x) \quad (17)$$

$$[-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla + G\beta g(x)] \xi(x) = \varepsilon \xi(x) \quad (18)$$

其中  $\varepsilon$  为拉格朗日乘子, 显然这是一组具有 Grassmann 变量的非线性耦合场方程.

### 三、耦合场方程的解

首先, 我们给出在一维情况下耦合场方程的严格解. 取

$$\alpha = \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (19)$$

并设:

$$\xi(x) = \begin{pmatrix} \xi_1(x) \\ i\xi_2(x) \end{pmatrix} \quad (20)$$

当  $\varepsilon = 0$  时, 经典场方程(18)变为

$$\begin{aligned} Gg(x)\xi_1(x) + \frac{d}{dx} \xi_2(x) &= 0, \\ \frac{d}{dx} \xi_1(x) + Gg(x)\xi_2(x) &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

令:

$$\eta(x) = \frac{\xi_1(x) + \xi_2(x)}{2}, \quad \chi(x) = \frac{\xi_1(x) - \xi_2(x)}{2} \quad (22)$$

则方程 (21) 可以化为

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \eta(x) + Gg(x)\eta(x) &= 0, \\ \frac{d}{dx} \chi(x) - Gg(x)\chi(x) &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

其解为:

$$\eta(x) = \eta_0 e^{-\int Gg(x)dx}, \quad \chi(x) = \chi_0 e^{\int Gg(x)dx} \quad (24)$$

其中  $\eta_0, \chi_0$  为 Grassmann 常数, 于是场方程 (21) 的解可以写为

$$\xi_1(x) = \eta_0 e^{-\int Gg(x)dx} + \chi_0 e^{\int Gg(x)dx}, \quad \xi_2(x) = \eta_0 e^{-\int Gg(x)dx} - \chi_0 e^{\int Gg(x)dx} \quad (25)$$

这时注意到

$$\xi^+(x)\beta\xi(x) = \xi_1^*(x)\xi_1(x) - \xi_2^*(x)\xi_2(x) = 2(\eta_0^*\chi_0 + \chi_0^*\eta_0) \quad (26)$$

上式在以下四种条件下为零, 即

$$\begin{aligned} (1) \quad \chi_0 = 0, \quad \chi_0^* = 0. \quad (2) \quad \eta_0 = 0, \quad \eta_0^* = 0, \\ (3) \quad \eta_0 = \pm\eta_0^*, \quad \chi_0 = \pm\chi_0^*. \quad (4) \quad \eta_0 = \pm\chi_0^*, \quad \chi_0 = \pm\eta_0^*. \end{aligned} \quad (27)$$

均使得 (26) 式为零. 即

$$\xi^+(x)\beta\xi(x) = 0 \quad (28)$$

此时, 经典场方程 (17) 变为

$$\frac{d^2}{dx^2} g(x) - 4\lambda g(x)(g^2(x) - f^2) = 0 \quad (29)$$

其解为:

$$g(x) = f \operatorname{th} [\sqrt{2\lambda} f(x - x_0)] \quad (30)$$

式中  $x_0$  为积分常数, 它由  $x = x_0$  时能量为极小值而定. 将 (30) 式代入 (25) 式则得经典场方程 (21) 的解为:

$$\begin{aligned} \xi_1(x) &= \eta_0 [\operatorname{ch} \sqrt{2\lambda} f(x - x_0)]^{-G/\sqrt{2\lambda}} + \chi_0 [\operatorname{ch} \sqrt{2\lambda} f(x - x_0)]^{G/\sqrt{2\lambda}} \\ \xi_2(x) &= \eta_0 [\operatorname{ch} \sqrt{2\lambda} f(x - x_0)]^{-G/\sqrt{2\lambda}} - \chi_0 [\operatorname{ch} \sqrt{2\lambda} f(x - x_0)]^{G/\sqrt{2\lambda}} \end{aligned} \quad (31)$$

下面分四种情况讨论

(1) 当  $\chi_0 = 0, \chi_0^* = 0$  时

$$\begin{aligned} \xi_1(x) &= \eta_0 [\operatorname{ch} \sqrt{2\lambda} f(x - x_0)]^{-G/\sqrt{2\lambda}}, \\ \xi_2(x) &= \eta_0 [\operatorname{ch} \sqrt{2\lambda} f(x - x_0)]^{-G/\sqrt{2\lambda}} \end{aligned} \quad (32)$$

(32) 式与 SLAC 的束缚态解相同.

(2) 当  $\eta_0 = 0, \eta_0^* = 0$  时

$$\begin{aligned} \xi_1(x) &= \chi_0 [\operatorname{ch} \sqrt{2\lambda} f(x - x_0)]^{G/\sqrt{2\lambda}}, \\ \xi_2(x) &= -\chi_0 [\operatorname{ch} \sqrt{2\lambda} f(x - x_0)]^{G/\sqrt{2\lambda}} \end{aligned} \quad (33)$$

(33) 式与 SLAC 的非束缚态解相同.

(3) 当  $\eta_0 = \pm\eta_0^*$ ,  $\chi_0 = \pm\chi_0^*$ , 或(4)  $\eta_0 = \pm\chi_0^*$ ,  $\chi_0 = \pm\eta_0^*$  时

$$\begin{aligned}\xi_1(x) &= \eta_0[\text{ch}\sqrt{2\lambda}f(x-x_0)]^{-G/\sqrt{2\lambda}} + \chi_0[\text{ch}\sqrt{2\lambda}f(x-x_0)]^{G/\sqrt{2\lambda}} \\ \xi_2(x) &= \eta_0[\text{ch}\sqrt{2\lambda}f(x-x_0)]^{-G/\sqrt{2\lambda}} - \chi_0[\text{ch}\sqrt{2\lambda}f(x-x_0)]^{G/\sqrt{2\lambda}}\end{aligned}\quad (34)$$

这是一个 SLAC 所没有的解。

在三维情况下,经典耦合场方程(17),(18)的求解是十分困难的. 在球坐标下可设

$$\xi(x) = \begin{pmatrix} u(r)Q_{jlm}(\mathbf{n}) \\ i(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})v(r)Q_{jlm}(\mathbf{n}) \end{pmatrix}\quad (35)$$

其中  $\boldsymbol{\sigma}$  为 Pauli 矩阵,  $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}}{r}$ ,  $Q_{jlm}(\mathbf{n})$  为球旋量<sup>[6]</sup>,  $u(r)$ ,  $v(r)$  为 Grassmann 变量,若只讨论  $S_{1/2}$  态,则由  $l=0$ , 有

$$\xi(x) = \begin{pmatrix} u(r)S \\ i(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})v(r)S \end{pmatrix}\quad (36)$$

其中  $S$  为  $\sigma_3$  的本征态, 即

$$S = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ 或 } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\quad (37)$$

若标量场  $g(x)$  是球对称的,则经典场方程(18)式化为:

$$\begin{aligned}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla)[(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})v(r)] + Gg(r)u(r) &= \varepsilon u(r) \\ (\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla)u(r) + Gg(r)(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})v(r) &= -\varepsilon(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})v(r)\end{aligned}\quad (38)$$

或:

$$\begin{aligned}\left(\frac{d}{dr} + \frac{2}{r}\right)v(r) &= (\varepsilon - Gg(r))u(r) \\ \frac{d}{dr}u(r) &= (-\varepsilon - Gg(r))i(r)\end{aligned}\quad (39)$$

其次,经典场方程(17)式化为

$$\nabla^2 g(r) - 4\lambda g(r)(g^2(r) - f^2) = G(u^*(r)u(r) - v^*(r)v(r))\quad (40)$$

至今还没有人能给出这一组耦合非线性场方程的精确解, Drell 等人把  $g(x)$  场近似看作方势阱给出了夸克场的近似解<sup>[2]</sup>. 李政道在讨论半经典 Soliton 时也处理过同样的方程,他把方程简化求出了近似解<sup>[7]</sup>. 我们也将采用类似的近似,例如,选取非笛卡尔坐标

$$\mathbf{A}(u^\alpha \cdot \mathbf{r}) = \mathbf{R}(u^\alpha) + r\mathbf{n}(u^\alpha)\quad (41)$$

其中  $u^\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ) 为曲面上的内部坐标,  $\mathbf{R}$  为曲面上  $u^\alpha$  点的曲率半径.  $\mathbf{n}$  为曲面上  $u^\alpha$  点的法向单位矢量,在新坐标下梯度可以分为两部分.

$$\nabla = \nabla_{\parallel} + \mathbf{n} \frac{\partial}{\partial r}\quad (42)$$

其中  $\nabla_{\parallel}$  为梯度的切向分量. 象文献[3]一样,在求  $g(x)$  场的球对称解时,可以作近似

$$\frac{\partial}{\partial r} g(x) \sim f/D, \quad \nabla_{\parallel} g(x) \sim f/R\quad (43)$$

式中  $D$  为气泡壁的厚度,  $R$  为气泡的半径. 在强耦合极限下,  $R \gg D$ . 则有

$$\frac{\partial}{\partial r} g(x) \gg \nabla_{\parallel} g(x)\quad (44)$$

于是略去  $\nabla_{\mu} g(x)$  项, 并假设费米子源  $G\xi^+(x)\beta\xi(x)$  很小. 后面我们将看到这个前提与结果是自洽的, 这样经典场方程(40)简化为

$$\frac{d^2}{dr^2} g(r) - 4\lambda g(r)(g^2(r) - f^2) = 0 \quad (45)$$

其解为:

$$g(r) = f \operatorname{th} [\sqrt{2\lambda} f (r - R_0)] \quad (46)$$

式中  $R_0$  为积分常数. 若对  $\xi(x)$  场也作类似近似并在强耦合极限下略去  $\nabla_{\mu} \xi(x)$  项, 则经典场方程(39)式可简化为

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} v(r) &= (\varepsilon - Gg(r))u(r), \\ \frac{d}{dr} u(r) &= (-\varepsilon - Gg(r))v(r) \end{aligned} \quad (47)$$

当  $\varepsilon = 0$  时, (47)式与一维情况下的方程(21)完全相同, 只需将一维解(31)中的变数  $x$  换为  $r$  即得三维近似解. 这也证实了 Drell 推测三维解与一维解十分类似的结论<sup>[3]</sup>.

#### 四、体系的总能量和夸克的几率密度

由(15)式, 我们可以求出费米相干态下体系的总能量

$$E = \int d^3x \left[ \frac{1}{2} (\nabla g(x))^2 + \lambda (g^2(x) - f^2)^2 \right] + \varepsilon \quad (48)$$

这里  $\varepsilon$  为费米子能量. 在强耦合情况下,  $\frac{\partial}{\partial r} g(x)$  仅在  $r = R_0$  处有非零值, 而且  $r \neq R_0$  时  $g(x) = f$ . 于是(48)式变为

$$E = 4\pi R_0^2 \int dr \left( \frac{d}{dr} g(r) \right)^2 + \varepsilon \quad (49)$$

代入  $g(r)$  的解(46)式, 利用文献[7]中李政道给出的  $\varepsilon$  的数量级估计  $\varepsilon = \frac{1}{R_0}$ , 则有

$$E = \frac{16}{3} \pi \sqrt{2\lambda} R_0^2 f^3 + \frac{1}{R_0} \quad (50)$$

利用  $\frac{\partial E}{\partial R_0} = 0$ , 可求得  $R_0$  的极小值为

$$R_{0\min}^{-3} = \frac{32}{3} \pi \sqrt{2\lambda} f^3 \quad (51)$$

代入(50)式, 得到体系总能量的极小值为

$$E_{\min} = 3 \cdot (4\pi/3)^{1/3} (2\lambda)^{1/6} f \quad (52)$$

由此可见, 只要  $G \gg \lambda^{1/6}$ , 则

$$M_q = Gf \gg E_{\min} \quad (53)$$

这就表明, 我们的模型仍然存在比自由夸克质量小得多的低能束缚态, 从而唯象地描述了夸克禁闭.

由(1)式容易得到夸克所满足的场方程

$$(\gamma_\mu \partial_\mu + G\phi(x))\psi(x) = 0 \quad (54)$$

其共轭方程为:

$$\bar{\psi}(x)(-\gamma_\mu \bar{\partial}_\mu + G\phi(x)) = 0 \quad (55)$$

由此得守恒律:

$$\partial_\mu(\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\psi(x)) = 0 \quad (56)$$

因此,夸克场的几率密度为

$$\rho(x) = \psi^+(x)\psi(x) \quad (57)$$

在费米相干态下它的期望值为

$$\langle g\xi | : \rho(x) : | g\xi \rangle = \xi^+(x)\xi(x) \quad (58)$$

在一维情况下

$$\xi^+(x)\xi(x) = \xi_1^*(x)\xi_1(x) + \xi_2^*(x)\xi_2(x) \quad (59)$$

代入一维解(31)式得:

$$\begin{aligned} & \langle g\xi | : \rho(x) : | g\xi \rangle \\ &= 2\{\eta_0^*\eta_0[\text{ch}\sqrt{2\lambda f}(x-x_0)]^{-2G/\sqrt{2\lambda}} + \chi_0^*\chi_0[\text{ch}\sqrt{2\lambda f}(x-x_0)]^{2G/\sqrt{2\lambda}}\} \end{aligned} \quad (60)$$

下面分四种情况讨论

(1) 当  $\chi_0 = 0, \chi_0^* = 0$  时, (60) 式化为

$$\langle g\xi | : \rho(x) : | g\xi \rangle = 2\eta_0^*\eta_0[\text{ch}\sqrt{2\lambda f}(x-x_0)]^{-2G/\sqrt{2\lambda}} \quad (61)$$

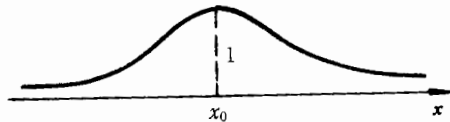


图 1

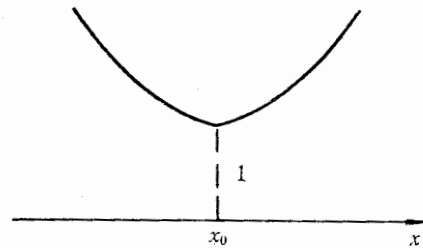


图 2

夸克几率密度分布如图 1 所示. 这与 SLAC 的束缚态解一致.

(2) 当  $\eta_0 = 0, \eta_0^* = 0$  时, (60) 式化为

$$\langle g\xi | : \rho(x) : | g\xi \rangle = 2\chi_0^*\chi_0[\text{ch}\sqrt{2\lambda f}(x-x_0)]^{2G/\sqrt{2\lambda}} \quad (62)$$

图 2 所表示的夸克几率分布与 SLAC 的非束缚态解也是一致的.

(3) 当  $\eta_0 = \pm\eta_0^*, \chi_0 = \pm\chi_0^*$  时, (60) 式化为

$$\langle g\xi | : \rho(x) : | g\xi \rangle = 0 \quad (63)$$

这表示口袋里没有夸克, 这种夸克数为零而总能量不为零的口袋, SLAC 模型是不存在的.

由(15)式可得它的总能量为

$$\begin{aligned} E_g &= \int d^3x \left[ \frac{1}{2} (\nabla g(x))^2 + \lambda(g^2(x) - f^2) \right] \\ &= \frac{16}{3} \pi \sqrt{2\lambda f} R^2 \end{aligned} \quad (64)$$

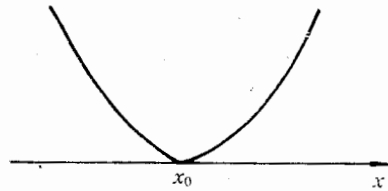


图 3

其中参数  $\frac{16}{3} \pi \sqrt{2\lambda f^3}$  可由质子能量  $E_p \approx 1\text{GeV}$  而确定, 利用:

$$E_p = \frac{3}{2} \cdot (3)^{2/3} \frac{1}{R_0} \quad (65)$$

以及 (51) 式:

$$R_0 = \left( \frac{32}{3} \pi \sqrt{2\lambda f^3} \right)^{-1/3} \quad (66)$$

可得:

$$\frac{16}{3} \pi \sqrt{2\lambda f^3} = \frac{1}{2} \left( \frac{2}{3} \cdot (3)^{-2/3} \cdot E_p \right)^3 = 0.016(\text{GeV})^3 \quad (67)$$

再利用:

$$1\text{GeV} = 5.05 \times 10^{13}(\text{cm})^{-1} \quad (68)$$

则有

$$\frac{16}{3} \pi \sqrt{2\lambda f^3} = 2.06 \times 10^{39}(\text{cm})^{-3} \quad (69)$$

此时, (64) 式可给出夸克数为零的口袋的半径与能量的关系:

$$E_g = 2.06 \times 10^{39} R^2 (\text{cm})^{-1} \quad (70)$$

(4) 当  $\eta_0 = \pm \chi_0^*$ ,  $\chi_0 = \pm \eta_0^*$  时 (60) 式化为

$$\langle g\xi | : \rho(x) : | g\xi \rangle = 4\chi_0^* \chi_0 \text{sh} \{ \ln [\text{ch} \sqrt{2\lambda f} (x - x_0)]^{2G/\sqrt{2\lambda}} \} \quad (71)$$

这种夸克几率密度分布是 SLAC 所没有的, 如图 3 所示. 显然它代表另一非束缚态解.

本文感谢何祚麻教授、戴元本教授的有益讨论.

### 参 考 文 献

- [1] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, C. B. Thorn and V. F. Weisskopf; *Phys. Rev.*, D9 (1974), 3471. D10 (1974), 2599.
- [2] W. A. Bardeen, M. S. Chanowitz, S. D. Drell, M. Weinstein and T. M. Yan; *Phys. Rev.*, D11 (1975), 1094.
- [3] S. D. Drell, International School of Subnuclear Physics, Erice, Italy, (1975), p. 143.
- [4] L. D. Faddeev Methods in Field theory; Les Houches Session 28 (1975), 1.
- [5] F. A. Berezin and M. S. Marinov; *Ann of Phys.*, 104 (1977), 336.
- [6] 阿希叶泽尔, 别列斯捷茨基, 《量子电动力学》, p.79.
- [7] R. Friedberg and T. D. Lee, *Phys. Rev.*, D15 (1977), 1694; D16 (1977), 1096.



## CONFINED MODEL IN FERMION COHERENT STATE

CHEN LIN

*(Yunnan University)*

LI HONG-CAI

*(Fujian Normal University)*

RUAN TU-NAN

*(University of Science and Technology of China)*

### ABSTRACT

In this paper the SLAC bag model is discussed by using the method of fermion coherent state. The results agree with the SLAC bounded state solution, so that quark confinement can be illustrated. In addition, a non-quark bag solution and a non-bounded state solution, which are absent in SLAC theory, are found.