

中子自旋干涉和地球引力的影响

阎沐霖 吴 民 张泰永 张永德 阮图南

(中国科技大学)

摘 要

本文分析了极化中子束通过突变磁场后,在中子旋量分量之间发生的干涉,即自旋干涉;计算了地球引力的影响,指出这种引力干涉现象不违背“弱等效原理”与 COW 实验的结果有显著区别。

一、引 言

近十年来,人们对于中子干涉做了大量研究。其中很多实验对检查量子力学的基本原理有重要意义^[1,2]。文献[3]和[4]分别指出,不通过将入射中子束分开成相干的两束然后再合并的方法(即三晶体中子干涉仪),而是利用中子波函数有两个旋量分量的特性,以及适当的磁场安排,可以产生自旋干涉。1972年 Mezei^[5]建议用一个与极化中子束的引导磁场 H_0 相垂直的线圈磁场 H_1 来改变中子的极化 $P(=\langle\sigma\rangle)$ 与 H_0 的夹角,并做了相应的实验验证。尽管通常用中子极化绕外磁场的拉莫尔进动来分析这类问题是方便的,但为明晰其测量的意义,宜直接用相应的薛定谔方程解出波函数来分析。我们发现相应的实验^[5]对拉莫尔进动所做的测量,反映了自旋干涉的干涉条纹,所测量的是旋量分量间的相移,检验的是量子力学中关于旋量迭加的原理。

地球引力对中子干涉的影响,一直是人们非常感兴趣的。COW 实验^[6]是了解量子意义下“等效原理”的基本实验。迄今,它是观测结果同时与普朗克常数 \hbar 和牛顿引力常数 G (或 g) 相关的唯一实验(相移 $\Delta\phi_{\text{COW}} = -mgd \sin\alpha/\hbar v$)^[2]。一个自然的问题是地球引力对中子自旋干涉的影响如何,以及怎样测量。由于在旋量分量干涉的实验中不需要使用布喇格散射来将中子束分开和合并,因此引起相移的区间可不受晶体大小的限制,它可以大到使中子和地球引力场之间极其微弱的相互作用累积成较大的效应。再利用中子自旋回波的聚焦效应来大大提高探测的精确度和降低对中子束单色性的要求,从而使对这种引力效应的探测成为可能。我们计算了竖直安放的中子自旋回波谱仪中的地球引力效应,其旋量分量间的相移 θ 同时与 \hbar 和 g 相关。这表明实验所观测的是地球引力对量子干涉的影响。但 θ 又是质量无关的,说明自旋干涉是保持“弱等效原理”的量子干涉,和 COW 实验有显著区别,是值得特别关注的。

二、Mezei 线圈磁场所造成的旋量分量迭加和自旋干涉

加在单色极化中子束上的引导磁场为 H_0 , 中子束垂直穿过一个矩形线圈 (Mezei 线

圈)的磁场 H_1 , H_1 垂直于 H_0 . 取 H_0 的方向为 z 轴, H_1 沿 x 轴, 中子束沿 y 轴(见图1), 显然在线圈外面的磁场是 $H_0 = H_0 k$, 其内部(即 $0 < y < d$) 的磁场 $H = H_0 + H_1 = H_0 k + H_1 i$, 波函数满足方程:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + V \right] \psi = E \psi \quad (1)$$

$$V = -\mu \sigma \cdot H = -\mu H e_H \cdot \sigma, \quad e_H \equiv \frac{H}{H} \quad (2)$$

这里, μ 是中子的磁矩, 为 -1.913 核磁子. 对于热中子用微扰论来求波函数是足够精确的^[7]: $\psi(y) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t V dt\right) \psi_0$ (3)

设:
$$\psi_0 = \psi(y=0) = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

于是:
$$\psi_d = \exp\left(i \frac{\sigma \cdot e_H}{2} \omega_L t\right) \psi_0 \quad (5)$$

其中 $\omega_L \equiv \frac{2\mu H}{\hbar}$ 是拉莫尔进动频率, $t \equiv \frac{d}{v}$ 是中子通过 $(0, d)$ 区间所需要的时间.

Mezei 线圈的条件是:
$$\omega_L t = \pi, \quad e_H = \frac{1}{\sqrt{2}}(i + k) \quad (6)$$

则(5)式成为:
$$\psi_d = \begin{pmatrix} \alpha_d \\ \beta_d \end{pmatrix} = \exp\left(i \frac{\sigma \cdot e_H}{2} \pi\right) \psi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} i \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

这里用了公式 $\exp\left(i \sigma \cdot e_H \frac{\pi}{2}\right) = \cos \frac{\pi}{2} + i \sigma \cdot e_H \sin \frac{\pi}{2}$, 于是

$$\alpha_d = \frac{i}{\sqrt{2}}(\alpha_0 + \beta_0), \quad \beta_d = \frac{i}{\sqrt{2}}(\alpha_0 - \beta_0) \quad (8)$$

此式清楚地表明出射中子束的分量是入射束分量的迭加. 对出射中子作极化分析. 例如出射中子被饱和磁化的铁磁晶体散射后计数, 所测出的是“朝上”流强 I_{up} :

$$\begin{aligned} I_{up} &= I_0 \langle \alpha_d | \alpha_d \rangle = I_0 |\alpha_d|^2 \\ &= \frac{I_0}{2} (|\alpha_0|^2 + |\beta_0|^2 + \alpha_0^* \beta_0 + \alpha_0 \beta_0^*) \end{aligned} \quad (9)$$

上式的后两项表明了旋量分量 α_0 和 β_0 间的干涉. 取 $\beta_0 = \alpha_0 e^{i\theta}$ 时, 并注意归一化条件 $|\alpha_0|^2 + |\beta_0|^2 = 1$, (9)式成为:

$$I_{up} = \frac{I_0}{2} (1 + \cos \theta) = I_0 \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (10)$$

中子计数随分量之间的相移 θ 振荡, 这就是自旋干涉的干涉条纹. 由此, 中子束通过介质或外场后其旋量分量间相移可被实际的测量出来. Mezei^[5] 用实验检验了这种效应, 并用拉莫尔进动做了解释. 下面我们用自旋干涉来说明. 图2所示 Mezei 实验的原理, 其人射极化中子波函数旋量部分为 $\psi_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, (空间部分为波包或平面波, 不影响问题的分析, 下面忽略.) 由(7)、(8)两式知 A 点的波函数为:

$$\psi_A = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (11)$$

B 点波函数

其中:

这里 v 为中

显然, 在极

这个结果与
的自旋干涉
mer^[8] 等人
可是它要比

为了检!

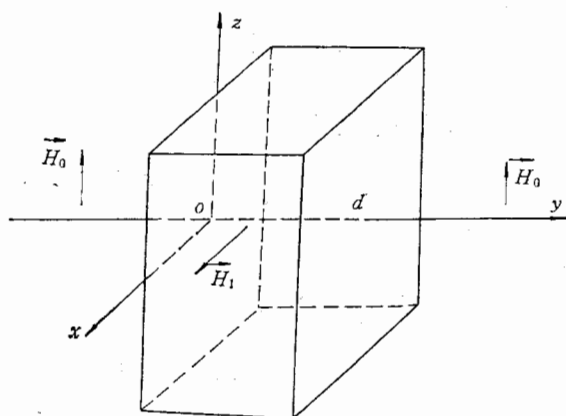


图 1

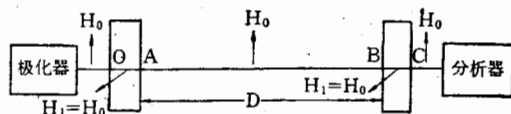


图 2

$$B \text{ 点波函数为: } \psi_B = \exp\left(i \frac{\sigma_x}{2} \frac{2MH_0 D}{\hbar \nu}\right) \psi_A = \frac{i}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\theta}{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-i\theta} \end{pmatrix} \quad (12)$$

其中:

$$\theta = \frac{2\mu H_0 D}{\hbar \nu} \quad (13)$$

这里 ν 为中子的速度。而 c 点的波函数为:

$$\psi_c = -\frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\theta}{2}} \begin{pmatrix} 1 + e^{-i\theta} \\ 1 - e^{-i\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos \frac{\theta}{2} \\ -\sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_c \\ \beta_c \end{pmatrix} \quad (14)$$

显然,在极化分析器处的计数为:

$$I_{\mu\rho}(c) = I_0 |\alpha_c|^2 = I_0 \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (15)$$

这个结果与文献[5]完全一致。但我们的上述分析表明,从量子力学的观点来看,这是中子的自旋干涉现象,可用来检验费米子旋量迭加原理。值得一提的是1982年 J. Summhammer^[6] 等人用晶体中子干涉仪做了专门检验旋量迭加原理的实验,并做了详细的讨论。可是它要比 Mezei 实验复杂和困难的多。

三、地球引力对中子自旋回波的影响

为了检验地球引力对上述的旋量分量迭加原理及自旋干涉的影响,我们建议将 F.

Mezei 的中子自旋回波谱仪^[5,9]垂直放置。由于这种谱仪对中子速度的改变十分敏感,加之可使造成中子旋量间相移的区间 D 足够大,因而用这种装置来测量地球引力对旋量干涉的影响,判断牛顿引力定律对基本粒子是否有效是可能的。

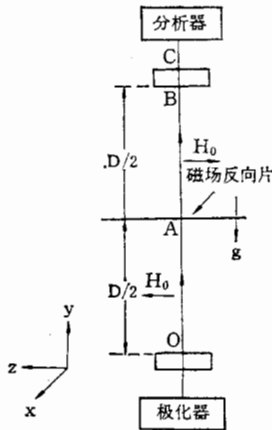


图 3

如图 3 所示, 中子沿 y 轴运动, 在区间 $0 < y < \frac{D}{2}$, 势 $V = -\mu H_0 \sigma_x + mgy$, 于是:

$$\begin{pmatrix} \alpha(y) \\ \beta(y) \end{pmatrix} = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^y (-\mu H_0 \sigma_x + mgy) \frac{dy}{v}\right) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (16)$$

在 A 点, $y = \frac{D}{2}$, 由(11)式知 $\begin{pmatrix} \alpha(0) \\ \beta(0) \end{pmatrix} = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, 便有:

$$\alpha\left(\frac{D}{2}\right) = \frac{i}{\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^{D/2} (-\mu H_0 + mgy) \frac{dy}{v}\right) \quad (17)$$

$$\beta\left(\frac{D}{2}\right) = \frac{i}{\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^{D/2} (\mu H_0 + mgy) \frac{dy}{v}\right) \quad (18)$$

所以:

$$\begin{pmatrix} \alpha(A) \\ \beta(A) \end{pmatrix} = \frac{i}{\sqrt{2}} e^{i\varphi_A} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-i\theta_A} \end{pmatrix} \quad (19)$$

其中:

$$\theta_A = \frac{2\mu H_0}{\hbar} \int_0^{D/2} \frac{dy}{v} \quad (20)$$

在区间 $\frac{D}{2} < y < D$, 势 $V = \mu H_0 \sigma_x + mgy$, 则

$$\begin{pmatrix} \alpha(B) \\ \beta(B) \end{pmatrix} = \frac{i}{\sqrt{2}} e^{i(\varphi_A + \varphi_B)} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-i(\theta_A + \theta_B)} \end{pmatrix} \quad (21)$$

其中:

$$\theta_B = -\frac{2\mu H_0}{\hbar} \int_{D/2}^D \frac{dy}{v} \quad (22)$$

极化测量只与内禀相角差 $\theta = \theta_A + \theta_B$ 有关, 于是

$$\theta = \theta_A + \theta_B = \frac{2\mu H_0}{\hbar} \left[\int_0^{D/2} \frac{dy}{v} - \int_{D/2}^D \frac{dy}{v} \right] \quad (23)$$

注意到 $v = \sqrt{v_0^2 - 2gy}$ 及 $v_0 \gg 2gD$, v_0 为入射中子的速度, 代入(23)式求得:

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{2\mu H_0 v_0}{\hbar g} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{2gD}{v_0^2}} - 2 \sqrt{1 - \frac{gD}{v_0^2}} \right) \\ &= \frac{\mu H_0 g D^2}{2\hbar v_0^3} \quad (24) \end{aligned}$$

在 c 点之上(即 $y > D$ 处)进行极化分析, 有:

$$P_x(c) = \langle \phi(c) | \sigma_x | \phi(c) \rangle = \cos \theta \quad (25)$$

在(24)式中, \hbar 和 g 出现在等号的右边, 表明我们测量的是引力量子干涉效应。作为数

量度

涉及
解相
相移
反常
过的
种量

[1] ;
[2] ;
[3] ;
[4] ;
[5] ;
[6] ;
[7] ;
[8] ;
[9] ;
[10] ;

YAN

The i
passed thr
ing from 1
point out
weak princ

量级估算, 取 $\lambda \sim 4 \text{ \AA}$, $v_0 \sim 10^5 \text{ cm/s}$, $D \simeq 3.2 \text{ m}$, $H_0 \simeq 400$ 高斯, 可得 $|\theta| \simeq 0.1$ 弧度. 这在实验上是可行的.

四、讨 论

文中(24)式右边与中子的质量无关, 表明用中子自旋回波谱仪所测得的引力量子干涉将不破坏“弱等效原理”^[10]. 这在表现上是与 COW 实验^[6]相冲突的. 对此可能的物理解释是磁场 H_0 与中子旋量分量间相移影响的质量相关性——塞曼效应, 与引力对这种相移影响的质量相关性彼此抵消. “弱等效原理”的破缺本质上是一种经典对称性的量子反常. 我们的上述研究在于列举出个实例, 表明这种反常的可消除性, 这是以前未被研究过的问题. 特别由于广义相对论的几何解释要求“弱等效原理”成立, 因而进一步研究这种量子反常的消除是非常有意义的.

感谢杨楨、林泉和张锡祥同志的有益讨论和帮助.

参 考 文 献

- [1] Neutron Interferometry, edited by U. Bonse and H. Rauch (Clarendon, Oxford, 1979).
- [2] D. M. Greenberger, *Rev. of Modern Phys.*, 55(1983), 875.
- [3] F. Mezei, in Neutron Interferometry (Clarendon, Oxford, 1979), P265.
- [4] M. L. Yan, *Comm. in Theoretical Phys.*, 2(1983), 1275.
- [5] F. Mezei, *Z. Phys.* 255, 146, (1972).
- [6] R. Colella, A. W. Overhauser and S. A. Werner, *Phys. Rev. Lett.*, 34 (1975), 1472.
- [7] 参见 L. D. Landau and E. M. Lifschitz, 1977, Quantum Mechanics, 3rd ed. (Addison-Wesley, Reading, Mass). 或者 ref. (2) VI. 张永德等, 将发表于“Comm. Theor. Phys.”.
- [8] J. Summhammer, G. Badurek, H. Rauch, and U. Kischko, *Phys. Lett.*, 90A (1982), 110.
- [9] J. B. Hayter, *Z. Phys.* B31(1978), 117.
- [10] 参见 R. H. Dicke, 1964, The Theoretical Significance of Experimental Relativity (Gordon and Breach, New York). D. M. Greenberger, *Ann. Phys.* (N. Y.), 47 (1968), 116.

NEUTRON SPIN INTERFERENCE, AND INFLUENCE OF EARTH GRAVITATION

YAN MU-LIN WU MIN ZHANG TAI-YONG ZHANG YONG-DE RUAN TU-NAN
(Department of Modern Physics, China University of Science and Technology)

ABSTRACT

The interference between the spinor components of the polarized neutron beam passed through a Mezei-coil, i.e. spin interference, is investigated. The influence coming from the earth gravitation on the Neutron Spin Echo(NSE) is calculated. We point out that this quantum interference effect due to gravitation will not violate the weak principle of equivalence, so it has a significant difference to the COW experiment.