

# $\Lambda$ 超子在核物质中的单粒子位阱深度

沈建平 厉光烈

(中国科学院高能物理研究所)

## 摘 要

本文利用单  $K, \eta, \omega$  及  $2\pi, \pi\rho$  介子交换理论给出的  $\Lambda$ -N 相互作用势<sup>[1,2]</sup>, 计算了  $\Lambda$  超子在核物质中的单粒子位阱深度。

## 一、引 言

在前面的工作中<sup>[1-4]</sup>, 我们利用单  $K, \eta$  和  $\omega$  介子及  $2\pi, \pi\rho$  介子交换机制给出了  $\Lambda$ -N 相互作用势, 并用它相当好地拟合了  $\Lambda$ -p 弹性散射的  $S$  波相移, 给出了与实验数据大致符合的  ${}^4\text{He}$  和  ${}^3\text{H}$  的  $\Lambda$  分离能和能谱, 以及  ${}^4\text{He}$  和  ${}^3\text{H}$  基态结合能之差, 此外还计算了  ${}^3\text{H}$  的两个低激发态的激发谱。为了进一步检验能否用这个势解释更多的  $\Lambda$  超核实验事实, 在这篇文章中, 我们计算了  $\Lambda$  超子在核物质中的单粒子位阱深度。

在  $\Lambda$  超核结构的研究中,  $\Lambda$  超子在核物质中的单粒子位阱深度  $D_\Lambda$  是一个十分有用的物理量。这个量与  $\Lambda$  超核基态结合能  $B_\Lambda$  有着密切的关系。例如, 对于宽度为  $R = r_0 A^{1/3}$ , 深度为  $D_\Lambda$  的无限高方位阱,  $D_\Lambda$  与  $A \gg 1$  的重  $\Lambda$  超核的  $B_\Lambda$  有如下关系<sup>[5]</sup>:

$$D_\Lambda = B_\Lambda + \frac{\pi^2}{2M_\Lambda r_0^2} A^{-2/3} \quad (1)$$

其中  $M_\Lambda$  是  $\Lambda$  超子的质量。由 (1) 式可知,  $D_\Lambda$  可由重  $\Lambda$  超核的  $B_\Lambda$  的实验值外推得到。但是, 到目前为止, 实验上只测量到  $A < 16$  的轻  $\Lambda$  超核的  $B_\Lambda$ , 唯一知道的有关重  $\Lambda$  超核基态结合能的实验数据是  $60 < A < 100$  的重  $\Lambda$  超核基态结合能的上限:  $B_\Lambda^{\text{max}} = 22.7 \pm 0.02 \text{ MeV}$ <sup>[6]</sup>。虽然有人根据这些实验数据算出  $D_\Lambda$  的经验值为  $30 \pm 2 \text{ MeV}$ <sup>[7]</sup>, 但是其可信程度是比较差的。因此, 有必要从理论上计算  $D_\Lambda$  值。Rote 和 Bodmer<sup>[8]</sup> 在坐标空间中用 Brueckner-Bethe 反应矩阵方法计算了由唯象  $\Lambda$ -N 相互作用势<sup>[9]</sup>给出的  $D_\Lambda$  值, 得到的结果比上述的  $D_\Lambda$  经验值要大。在本文中, 我们将在动量空间中计算由上述的  $\Lambda$ -N 介子交换势给出的  $D_\Lambda$  值, 并将计算结果与 Rote 和 Bodmer 所得的结果进行比较。

## 二、计算公式

在核物质中传播的  $\Lambda$  超子的单粒子格林函数可写为

$$G_{\mathbf{k}_A}(E_A) = [E_A - (T_{\mathbf{k}_A} + M_{\mathbf{k}_A}(E_A)) + i\varepsilon]^{-1} \quad (2)$$

其中  $\mathbf{k}_A$  和  $E_A$  分别是  $\Lambda$  超子的动量和能量,  $T_{\mathbf{k}_A}$  是动能算符,  $M_{\mathbf{k}_A}(E_A)$  是  $\Lambda$  超子和核物质相互作用引起的能移, 称为质量算符。

束缚在核物质中的  $\Lambda$  超子的能量  $E_A$  由  $G_{\mathbf{k}_A}(E_A)$  的极点给出:

$$E_A = T_{\mathbf{k}_A} + M_{\mathbf{k}_A}(E_A) \quad (3)$$

对于在核物质中处于基态的  $\Lambda$  超子,  $\mathbf{k}_A = 0$ , 因此,  $T_{\mathbf{k}_A} = 0$ , 这时质量算符  $M_{\mathbf{k}_A=0}$  就给出  $\Lambda$  超子在核物质中的基态结合能, 也就是  $\Lambda$  超子在核物质中的单粒子位阱深度  $D_A$ :

$$-D_A = M_{\mathbf{k}_A=0}(-D_A) \quad (4)$$

质量算符  $M_{\mathbf{k}_A}(E_A)$  可用两体相互作用算符  $\nu$  的连接不可约图来展开。在反应矩阵(即  $g$ -矩阵)近似下, 只考虑图 1 给出的梯形图的贡献。

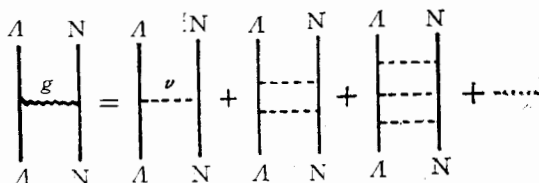


图 1

这时,

$$M_{\mathbf{k}_A}(E_A) = \sum_{\mathbf{k}_N \leq k_F} \langle \mathbf{k}_A, \mathbf{k}_N | g(E_A + E_N) | \mathbf{k}_A, \mathbf{k}_N \rangle \quad (5)$$

其中  $k_F$  是费米动量, 它与核物质密度  $\rho$  有以下关系:

$$\rho = 2k_F^3/3\pi^2 \quad (6)$$

$|\mathbf{k}_A, \mathbf{k}_N\rangle$  是  $\Lambda$  超子和核子的平面波态的乘积。(5) 式中的  $g$  矩阵满足以下方程:

$$g = \nu + \nu \frac{Q_N}{e} g \quad (7)$$

其中  $\nu$  是  $\Lambda$ - $N$  相互作用势。在本文中, 我们采用单  $K$ 、 $\eta$ 、 $\omega$  及  $2\pi$ 、 $\pi\rho$  介子交换给出的  $\Lambda$ - $N$  相互作用势<sup>[1]</sup>, 它具有如下形式:

$$\nu_\tau(r) = \nu_\tau^{(\omega)}(r) + \nu_\tau^{(\sigma)}(r)\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \nu_\tau^{(\tau)}(r)S_{12} \quad (8)$$

这里下标  $\tau$  用来区分  $\Lambda$ - $p$  和  $\Lambda$ - $n$  相互作用, 径向函数  $\nu_\tau^{(\omega)}(r)$ 、 $\nu_\tau^{(\sigma)}(r)$  和  $\nu_\tau^{(\tau)}(r)$  的具体形式参见文献 [1],  $S_{12} = 3(\sigma_1 \cdot \hat{r})(\sigma_2 \cdot \hat{r}) - \sigma_1 \cdot \sigma_2$ 。  $Q_N$  是核子的泡利算符, 定义为

$$Q_N = Q_N(\mathbf{K}_A, \mathbf{K}_N; k_F) = \begin{cases} 1 & K_N > k_F \\ 0 & K_N \leq k_F \end{cases} \quad (9)$$

分母  $e$  在有效质量近似下可以表示为,

$$e = \frac{k_A^2}{2M_A^*} + \frac{k_N^2}{2M_N^*} - \Delta_N - \Delta_A - \frac{K_A^2}{2M_A} - \frac{K_N^2}{2M_N} \quad (10)$$

式中  $\mathbf{K}_A$  和  $\mathbf{K}_N$  分别是中间态  $\Lambda$  超子和核子的动量,  $M_A^*$  和  $M_N^*$  分别是中间态  $\Lambda$  超子和核子在核物质中的有效质量,  $\Delta_A$  和  $\Delta_N$  分别是  $\Lambda$  超子和核子在核物质中的单粒子位阱深

度,实际上  $\Delta_A$  就是  $D_A$ , 由自洽条件:

$$D_A(\Delta_A) = \Delta_A \quad (11)$$

定出.

在实际计算中,我们是在动量空间里用矩阵求逆的方法求解方程 (7). 为此,我们对 (7) 式作分波展开,并对泡利算符  $Q_N$  取角平均近似. 于是,我们得到:

$$g_{i\sigma, i}^{\prime\prime}(q', q; \omega) = v_{i\sigma, i}^{\prime\prime}(q', q) + \sum_{i''} \int q''^2 dq'' v_{i\sigma, i''}^{\prime\prime}(q', q'') \frac{Q_N(P, q''; k_F)}{\omega - \frac{P^2}{2M} - \frac{q''^2}{2\mu}} g_{i\sigma, i}^{\prime\prime}(q'', q; \omega) \quad (12)$$

其中,

$$Q_N(P, q; k_F) = \begin{cases} 1 & q > k_F + \frac{M_N}{M} P \\ 0 & q < k_F - \frac{M_N}{M} P \\ \frac{\left(q + \frac{M_N}{M} P\right)^2 - k_F^2}{4 \frac{M_N}{M} P q} & \text{其它情况} \end{cases} \quad (13)$$

$$W = \frac{P^2}{2M^*} + \frac{q^2}{2\mu^*} - \Delta_A - \Delta_N$$

$M = M_A + M_N$  和  $\mu = \frac{M_A M_N}{M}$ ,  $M^*$  和  $\mu^*$  有类似的表示式. 如果不考虑张量力的贡献, (12) 式可改写为

$$g_a(q', q; \omega) = v_a(q', q) + \int q''^2 dq'' v_a(q', q'') \frac{Q_N(P, q''; k_F)}{\omega - \frac{P^2}{2M} - \frac{q''^2}{2\mu}} g_a(q'', q; \omega) \quad (14)$$

其中,

$$v_a(q', q) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty r^2 dr j_l(q'r) \{v_r^{(\sigma)}(r) + v_r^{(\sigma)}(r) [2s(s+1) - 3]\} j_l(qr) \quad (15)$$

相应地,

$$D_A = - \sum_{\alpha=i, \sigma} \left(j + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{M}{M_A}\right)^3 \int_0^{\frac{M_A k_F}{M}} q^2 dq g_a(q, q; \omega_0) \quad (16)$$

$$\omega_0 = \frac{k_N^2}{2M_N^*} - D_A - \Delta_N \quad (17)$$

求解自洽方程组 (14)–(17), 便可得到  $D_A$ .

### 三、结果和讨论

在动量空间中用矩阵求逆方法求解自洽方程组 (14)–(17), 我们得到了由单  $K, \eta, \omega$

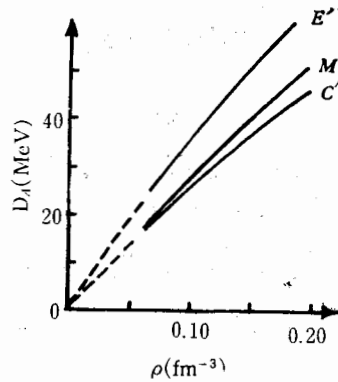


图2  $D_A \sim \rho$  关系  
(虚线是外推得到的)

及  $2\pi$ 、 $\pi\rho$  介子交换势<sup>[1,2]</sup>给出的  $D_A$ 。为了便于与 Rote 和 Bodmer 用  $\Lambda$ -N 唯象势在座标空间中计算得到的结果相比较,我们只考虑了中心力的贡献,并取  $k_F = 1.366\text{fm}^{-1}$ ,  $\Delta_N = 81.4\text{MeV}$  和  $M_N^*/M_N = 0.638$ , 和  $k_F = 1.366\text{fm}^{-1}$ ,  $\Delta_N = 60\text{MeV}$  和  $M_N^*/M_N = 0.653$  两组核物质参数。计算结果列在表1中。从表1可以看到,用上述的  $\Lambda$ -N 介子交换势(M)算出的  $D_A$  与 Rote 和 Bodmer 用  $\Lambda$ -N 唯象势H算出的差不多大小。这可能是因为上述的介子交换势的自旋平均有效力程(2.0fm)和软心半径(0.6fm)<sup>[2]</sup>与  $\Lambda$ -N 唯象势所选用的  $b$  和  $c$  大小差不多的缘故。另外,从表1还可以看到,用  $\Lambda$ -N 介子交换势算

表1 用  $\Lambda$ -N 介子交换势(M)<sup>[1,2]</sup>和唯象势(A'到H)<sup>[9]</sup>算出的  $D_A(\text{MeV})$  的比较

势的类型		M	A'	C'	E'	E	H
$b(\text{fm})$			1.5	1.5	2.0	2.0	2.1
$c(\text{fm})$			0	0.45	0.45	0.45	0.6
1	$D_A^{(s)}$	43.2	34.0	31.4	36.7	41.5	35.4
	$D_A^{(p)}$	1.4					
	$D_A^{(d)}$	0.5					
	$D_A(x=0)$	45.1	41.1	40.5	56.0	61.7	56.8
	$D_A(x=0.2)$	44.6	38.4	35.2	47.1	51.9	45.6
2	$D_A^{(s)}$	44.5					
	$D_A^{(p)}$	1.4					
	$D_A^{(d)}$	0.5					
	$D_A(x=0)$	46.4					
	$D_A(x=0.2)$	46.0	38.6	37.0	49.6	54.6	49.75

与表中两组  $D_A$  值相应的核参数分别是: 1.  $k_F = 1.366\text{fm}^{-1}$ ,  $\Delta_N = 81.4\text{MeV}$  和  $M_N^*/M_N = 0.638$ ; 2.  $k_F = 1.366\text{fm}^{-1}$ ,  $\Delta_N = 60\text{MeV}$  和  $M_N^*/M_N = 0.653$ 。  $D_A^{(s)}$ 、 $D_A^{(p)}$  和  $D_A^{(d)}$  分别是 S、P 波和 D 分波深度;  $x=0$  相应于在  $D_A$  中所有分波取相同的强度;  $x=0.2$  表示取奇分波的强度为偶分波的 0.6 倍。

它  
处  
M:

他  
分:  
大:  
同:  
续:

谱,  
都  
略  
献。

$k_F =$   
0.65:

出的分波深度明显地比用  $\Lambda$ -N 唯象势算出的要收敛得快,以第一组核物质参数 ( $k_F = 1.366\text{fm}^{-1}$ ,  $\Delta_N = 81.4\text{MeV}$  和  $M_N^*/M_N = 0.638$ ) 为例,对  $M$ ,  $D_A^{(0)}/D_A(x=0)$  为 96%; 而对  $\Lambda$ -N 唯象势 ( $A' - H$ ),  $D_A^{(0)}/D_A(x=0)$  分别为 83%, 78%, 66%, 67% 和 62%。我们还计算了  $D_A$  随核物质密度  $\rho$  变化的关系。在图 2 中,用  $M$  标记的曲线是我们用上述的介子交换势计算得到的,曲线  $C'$  和  $E'$  是 Rote 和 Bodmer 分别用唯象势  $C'$  和  $E'$  计算得到的。显见曲线  $M$  更接近直线,即  $D_A$  与  $\rho$  成正比。

在上述的计算中,像在大多数 BHF 核物质计算中一样,我们所取的核子单粒子谱  $\epsilon_N(k)$  是不连续的:

$$\epsilon_N(k) = \begin{cases} \frac{k^2}{2M_N} & (k > k_F) \\ \frac{k^2}{2M_N^*} - \Delta_N & (k \leq k_F) \end{cases} \quad (18)$$

它在  $k = k_F$  处有一个大约 60MeV 的能隙。这种不连续的核子单粒子谱有许多不足之处<sup>[10]</sup>, 例如它人为地抑制了在核物质中引起低激发粒子-空穴态的长程关联作用。最近 Ma 和 Kuo<sup>[11]</sup> 在他们的核物质计算中采用了一种近乎连续的(准连续)核子单粒子谱:

$$\epsilon_N(k) = \begin{cases} \frac{k^2}{2M_N} & (k > 2k_F) \\ \frac{k^2}{2M_N^*} - \Delta_N & (k \leq 2k_F) \end{cases} \quad (19)$$

他们所选用的核物质参数是:  $k_F = 1.36\text{fm}^{-1}$ ,  $\Delta_N = 63.96\text{MeV}$  和  $M_N^*/M_N = 0.746$ ,  $\epsilon_N(k)$  在  $k = 2k_F$  处的不连续只有 10MeV。为了比较这两种核子单粒子谱,我们用它们分别计算了  $D_A$ 。结果列在表 2 中。从表 2 可以看到,用上述两种  $\epsilon_N$  算出的  $D_A$  相差不多。具体地讲,对 Ma 和 Kuo 所选用的核物质参数(1),用这两种  $\epsilon_N$  算出的  $D_A$  几乎相同,对常用的核物质参数(2)以及 Rote 和 Bodmer 所选用的核物质参数(3 和 4),用准连续的  $\epsilon_N$  算出的  $D_A$  比用不连续的  $\epsilon_N$  算出的  $D_A$  略大。

从上面的讨论可以看到,无论选取哪一组核物质参数,无论采用哪一种核子单粒子谱,用单  $K$ ,  $\eta$ ,  $\omega$  及  $2\pi$ ,  $\pi\rho$  介子交换势算出的  $D_A$  都与用唯象  $\Lambda$ -N 势算出的差不多,且都比  $D_A$  的经验值 ( $30 \pm 2\text{MeV}$ ) 要大。这主要是因为计算中只考虑了中心力的贡献,忽略了张量力及其它效应的缘故<sup>[12]</sup>。我们将进一步考虑这些效应,特别是张量力对  $D_A$  的贡献。

表 2 用两种  $\epsilon_N$  算出的  $D_A$  的比较

$\epsilon_N$ 的类型	$D_A(x=0)$ (MeV)			
	1	2	3	4
不连续	45.8	45.4	46.4	45.1
准连续	45.8	45.6	46.7	46.1

与表中四组  $D_A$  值相应的核物质参数分别是: 1.  $k_F = 1.36\text{fm}^{-1}$ ,  $\Delta_N = 63.96\text{MeV}$  和  $M_N^*/M_N = 0.746$ ; 2.  $k_F = 1.36\text{fm}^{-1}$ ,  $\Delta_N = 63\text{MeV}$  和  $M_N^*/M_N = 0.653$ ; 3.  $k_F = 1.366\text{fm}^{-1}$ ,  $\Delta_N = 60\text{MeV}$  和  $M_N^*/M_N = 0.653$ ; 4.  $k_F = 1.366\text{fm}^{-1}$ ,  $\Delta_N = 81.4\text{MeV}$  和  $M_N^*/M_N = 0.638$

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Wu Hui-fang et al., *Commun. in Theor. Phys.*, 1(1982), 449.  
 [ 2 ] Shen Jian-ping et al., *Commun. in Theor. Phys.*, 2(1983), 1313.  
 [ 3 ] 沈建平, 吴慧芳, 高能物理与核物理, 6(1982), 517.  
 [ 4 ] 吴慧芳, 沈建平, 余友文, 张宗焯, 高能物理与核物理, 5(1981), 751.  
 [ 5 ] B. Povh, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 28(1978), 1.  
 [ 6 ] J. Lemonne, et al., *Phys. Lett.*, 18(1965), 354.  
 [ 7 ] D. P. Goyal, *Nucl. Phys.*, 83(1966), 639; B. Bhowmik, T. Chand and D. V. Chopra, *Nuovo Cim.*, 52A (1967), 1375.  
 [ 8 ] D. M. Rote and A. R. Bodmer, *Nucl. Phys.*, A148 (1970), 97.  
 [ 9 ] R. C. Herndon and Y. C. Tang, *Phys. Rev.*, 153(1967), 1091; 159 (1967), 853;  
 Y. C. Tang, Phenomenological Study of the S-shell Hypernuclei, Proc. Int. Conf. On Hypernuclear Physics, Argonne National Laboratory, May 1969, eds. A. R. Bodmer and L. G. Hyman (Argonne National Laboratory, Argonne, Ill. 1969, p276.  
 [10] A. Lejeune and C. Mahaux, *Nucl. Phys.*, A295(1978), 189;  
 J. P. Jeukenne, A. Lejeune and C. Mahaux, *Phys. Rep.*, 25(1975), 83.  
 [11] Z. Y. Ma and T. T. S. Kuo, *Phys. Lett.*, 127B(1983), 137.  
 [12] H. Bando, Topics on hypernuclear physics, NN-Nmbp Summer School, Chang Chun, China, 1983.

## THE POTENTIAL WELL DEPTH OF A PARTICLE IN NUCLEAR MATTER DUE TO MESON EXCHANGE POTENTIAL

SHEN JIAN-PING LI GUANG-LIE

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

### ABSTRACT

The potential well depth of  $\Lambda$  particle in nuclear matter is calculated by using the  $\Lambda$ -N potential from single  $K$ ,  $\eta$ ,  $\omega$  and  $2\pi$ ,  $\pi\rho$  meson exchanges.