第 9 卷 第 3 期 高能物理与核物理 Vol. 9, No. 3
1985 年 5 月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS May, 1985

高能核-核非弹性散射和炮弹核结构的影响

刘 渊 李扬国
(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

在 Glauber 理论基础上，在刚性炮弹近似下，给出了核-核非弹性散射振幅. 具体计算了 1.37GeV 的 $\alpha + C^{12}$ 非弹性散射 2^+(4.44MeV) 和 3^-(9.64MeV) 的微分截面，并讨论了炮弹核 α 的不同密度分布对散射的影响.

一、前 言

核-核散射是一个复杂的多体过程. 当炮弹核的入射能量很低时，它们间以库仑相互作用为主. 这时核-核散射基本上由库仑相互作用所决定. 随着炮弹核的入射能量不断地增加，库仑斥力的作用逐渐减弱. 当入射能量很高时，这时库仑斥力可算不起作用，炮弹核不但可打到靶核上，深入靶核内部，且可穿过靶核，带出更多的信息. 显然，它们内部的结构，将对散射产生一定的影响，这是低能核-核散射中所没有的.

在高能核-核散射理论中，刚性炮弹近似很好地描述了它们的弹性散射. 而靶核结构对弹性散射的影响也有一些讨论. 在文献[1]中，还进而讨论了炮弹核不同密度分布对它们弹性散射的影响. 但对高能核-核非弹性散射，这是一很复杂的问题，目前理论上讨论还较少. 至于炮弹内部结构又如何影响高能核-核非弹性散射呢？ 这是极待讨论的问题之一.

He^4 是最轻而又稳定的原子核之一. 它的自旋 $S = 0$，同位旋 $T = 0$，它没有低激发能谱，能传递较大的能、动量，是研究核谱的很好工具. 另一方面，He^4 核的内部结构，由电子散射实验，也得到了较详细的了解. 因此，用高能 He^4 + 核的散射既可研究炮弹内部结构对散射影响又可研究靶核结构. 在实验上，He^4 + 核的弹性和非弹性散射的数据[2]，也比较完整的显示了明显的衍射花纹结构，为研究核-核碰撞提供了有力依据.

在本文中，我们先在 Glauber 理论的框架下，讨论核-核非弹性散射过程. 可以看到，在刚性炮弹近似下，才能较方便地导出核-核非弹性散射振幅的表示式. 然后，我们以 1.37GeV $He^4 + C^{12}$ 的非弹性散射为例，给出散射振幅的具体表示式，从中观察 α 的不同密度分布对非弹性散射的影响以及 Glauber 方法在核-核非弹过程的应用情况.

二、高能核-核非弹性散射、刚性炮弹近似和扭曲波冲量近似

由于核-核碰撞是一个复杂的多体过程，为了便于讨论，我们采用 Glauber 理论来研

本文 1984 年 2 月 14 日收到.

究高能核-核非弹性散射过程．当采用刚性炮弹似时，能把核-核散射转化成与一个强子-核散射的问题相等．所以，我们先简要给出高能强子-核非弹性散射的主要结果[3]．

一个高能强子打到靶核 A 上，这时靶核由基态 $|0\rangle$ 被非弹性散射跃迁到末态 $|LM\rangle$ 的振幅 $\mathscr{F}_{LM}(q)$ 为：

$$\mathscr{F}_{LM}(q)=\frac{ik}{2\pi}\int d^2b\,e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\left\langle LM\left|\sum_{j=1}^{A}\gamma(b-s_j)\right.\right.$$
$$\left.\left.-\sum_{k\pm l}\gamma(b-s_k)\gamma(b-s_l)+\cdots\right|0\right\rangle \tag{1}$$

其中

$$\gamma(b-s)=\frac{1}{2\pi ik}\int d^2q\,e^{-i\boldsymbol{q}\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{s})}f(q)$$
$$f(q)=\frac{k\sigma}{4\pi}(i+\rho)e^{-\frac{1}{2}\beta^2q^2} \tag{2}$$

这里 $\boldsymbol{k}$ 是强子-靶核质心系中入射动量，$\boldsymbol{q}$ 是过程的动量传递，$\boldsymbol{b}$ 为碰撞参数，$f(q)$ 为核子-核子散射振幅，σ 为核子-核子散射总截面，$\boldsymbol{s}$ 为靶核子坐标，A 为靶核子数．

在式(1)中，如只取第一项，而忽略其余项，即

$$\mathscr{F}'_{LM}(q)=\frac{ik}{2\pi}\int d^2b\,e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\left\langle LM\left|\sum_{j=1}^{A}\gamma(b-s_j)\right|0\right\rangle$$
$$=As_{LM,0}(q)f(q) \tag{3}$$

这样式(3)就给出了冲量近似的结果． 其中 $s_{LM,0}(q)$ 称为非弹跃迁形状因子． 它表示为：

$$s_{LM,0}(q)=\frac{1}{A}\sum_{j=1}^{A}\int\phi^*_{LM}e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}_j}\phi_0\prod_{k=1}^{A}d^3r_k \tag{4}$$

ϕ_0 和 ϕ_{LM} 是靶核基态和激发态的多体波函数．$s_{LM,0}(q)$ 和非弹性约化跃迁形状因子 $s_L(q)$ 的关系取为：

$$s_{LM,0}(q)=\left(\frac{4\pi}{2L+1}\right)^{\frac{1}{2}}s_L(q)Y^*_{LM}(\hat{q}) \tag{5}$$

$\hat{q}$ 是沿 $\boldsymbol{q}$ 方向的单位矢量．

如设

$$\int\phi^*_{LM}\gamma(b-s_j)\phi_0\prod_{k=1}^{A}d^3r_k=\frac{1}{2\pi ik}\int d^2q\,e^{-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}f(q)s_{LM,0}(q)=\bar{\Gamma}_{LM,0}(b)$$

则式(1)可写成

$$\mathscr{F}''_{LM}(q)=A\frac{ik}{2\pi}\int d^2b\,e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\left[\bar{\Gamma}_{LM,0}(b)-\frac{A-1}{2}\sum_{\mu}\bar{\Gamma}_{LM,\mu}(b)\bar{\Gamma}_{\mu,0}(b)+\cdots\right] \tag{6}$$

这样，式(6)第一项表示了冲量近似(或称一次过程)，其余项表示了色散过程(或称为多次过程)．

通常为了计算上的方便，对式(6)中中间态 μ、$\cdots$ 加以限制，只取基态，不再求和，即

只讨论弹性道对非弹性道的影响．这时，式(6)可变成：

$$\mathscr{F}^{D}_{LM}(q) = i\,\frac{Ak}{2\pi}\int d^2b\,e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\bar{\Gamma}_{LM,0}(b)[1-\bar{\Gamma}_{0,0}(b)]^{A-1} \tag{7}$$

$$\bar{\Gamma}_{0,0}(b) = \int \phi_0^*\gamma(b-s)\phi_0\prod_{j=1}^{A} d^3\gamma_j$$

$$= \frac{1}{2\pi ik}\int d^2q\,e^{-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}f(q)s_{0,0}(q)$$

式(7)就是在 Glauber 形式下扭曲波冲量近似的表示式．它表示了一个入射强子在和靶核子碰撞的过程中，只有一次是非弹性的，使靶核激发，而其它各次碰撞均为弹性过程，不改变靶核的状态．这也称之为一次非弹性碰撞近似[4]．由式(7)可清楚地看到，非弹性散射振幅和跃迁矩阵元的密度 $\bar{\Gamma}_{LM,0}(\boldsymbol{b})$ 成正比，从而和态的性质直接联系起来．式(7)中因子 $[1-\bar{\Gamma}_{0,0}(b)]^{A-1}$ 表示了弹性道对非弹性道的扭曲，它随靶核子数的增加而增强．

现在我们在刚性炮弹近似下，将上述结果推广到核-核非弹性散射上．根据 Glauber 理论，由基态 $|0\rangle$ 跃迁到激发态 $|LM\rangle$ 的核-核非弹性散射振幅为：

$$F^{N}_{LM}(q) = -\frac{ik}{2\pi}\int d^2b\,e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\left\langle(\varphi^P\varphi^T)_{LM}\right|\prod_{j,k}[1-\gamma(b-s_j+s_k)]\left|\varphi_0^P\varphi_0^T\right\rangle \tag{8}$$

$\boldsymbol{k}$——在碰撞核质心系中炮弹核的入射动量，q——碰撞核的质心系中动量传递．φ^P、φ^T 分别为炮弹和靶核的波函数，它们的状态由下标所表示．

假定在散射过程中，炮弹核始终处在基态并不分成单个成分，这时式(8)可写成：

$$F^{N}_{LM}(q) = -\frac{ik}{2\pi}\int d^2b\,e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\left\langle\varphi^T_{LM}\right|\prod_{j=1}^{A_T}[1-g(b-s_j)]\left|\varphi^T_0\right\rangle \tag{9}$$

其中

$$g(b-s) = \frac{1}{2\pi ik}\int d^2g\,e^{-i\boldsymbol{q}\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{s})}\mathscr{F}(q) \tag{10}$$

$$\mathscr{F}(q) = \frac{ik}{2\pi}\int d^2b\,e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\left\langle\varphi_0^P\right|1-\prod_{l}[1-\gamma(b+s_l)]\left|\varphi_0^P\right\rangle \tag{11}$$

$\mathscr{F}(q)$ 就是炮弹核被一个靶核子弹性散射的振幅，它本身是一个多次散射振幅．所以，(9)—(11)式的物理意义是很清楚的：以炮弹核与靶核子的弹性散射振幅 $\mathscr{F}(q)$ 为出发点，再次以 Glauber 多次散射理论进行处理．它也是刚性炮弹近似下核-核非弹性散射振幅的一般表示式．在形式上式(9)和强子-核非弹性散射振幅式(1)相似，所不同之处是 $\mathscr{F}(q)$ 取代了核子-核子振幅 $f(q)$．所以，只要将式(3)、(7)中所含的 $f(q)$ 代以 $\mathscr{F}(q)$ 便可得高能核-核非弹性散射振幅表示式．代换后所得结果：

i）冲量近似下核-核非弹性散射振幅

$$F^{N'}_{LM}(q) = A_T s_{LM,0}(q)\mathscr{F}(q) \tag{12}$$

ii）扭曲波冲量近似下：

$$F^{DN}_{LM}(q) = A_T\frac{ik}{2\pi}\int d^2b\,e^{i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\bar{\Gamma}^N_{LM,0}(b)[1-\bar{\Gamma}^N_{0,0}(b)]^{A_T-1} \tag{13}$$

其中 A_T 为靶核子数，

$$\bar{\Gamma}^N_{LM,0}(b)=\frac{1}{2\pi ik}\int d^2q\,e^{-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\mathscr{F}(q)s_{LM,0}(q)$$

$$\bar{\Gamma}^N_{0,0}(b)=\frac{1}{2\pi ik}\int\phi_0^*\phi_0\prod_{j=1}^{A_T}d^3r_j\int d^2q\,e^{-i\boldsymbol{q}\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{s})}\mathscr{F}(q) \tag{14}$$
$$=\frac{1}{2\pi ik}\int d^2q\,e^{-i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{b}}\mathscr{F}(q)s_{0,0}(q)$$

一旦知道靶核的形状因子 $s_{0,0}(q)$ 及 $s_{LM,0}(q)$ 及$\mathscr{F}(q)$ 便不难由式(12)和式(13)求得高能核-核非弹性散射振幅.

三、$\alpha+C^{12}$ 非弹性散射

在本节中,我们应用式(12)、(13)给出 $\alpha+C^{12}$ 非弹性散射振幅的具体表示式. 为便于考察炮弹核不同密度分布对散射的影响,取 He^4 核的单粒子密度 $\rho(r)$ 为:

$$\rho(r)=\frac{\kappa_1^3\kappa_2^3}{\pi^{3/2}(\kappa_2^3-D\kappa_1^3)}\left(e^{-\kappa_1^2r^2}-De^{-\kappa_2^2r^2}\right) \tag{15}$$

$\rho(r)$ 满足

$$\int\rho(r)d\tau=1$$

当式(15)中 $D=0$ 时, $\rho(r)$ 就是通常的谐振子密度, D 的存在,不但反映了核子硬心的特点,还正确反映了电子散射所定出 α 的形状因子. 将式(15)代入式(11),经过推演,最后可得:

$$\mathscr{F}(q)=\frac{ik}{2}\sum_{n=1}^{4}\sum_{m=0}^{n}F_{mn}e^{-f_{mn}q^2} \tag{16}$$

式中

$$F_{mn}=-24(-1)^{m+n}P^n\frac{1}{m!(4-n)!(n-m)![(n-m)\lambda_1^2+m\lambda_2^2]}\cdot\left(\kappa_2\frac{\lambda_1^2}{\kappa_1^2}\right)^{n-m}\left(D\frac{\kappa_1\lambda_2^2}{\kappa_2^2}\right)^m$$

$$f_{mn}=\frac{1}{4[(n-m)\lambda_1^2+m\lambda_2^2]}-\frac{1}{16\kappa_1^2} \tag{17}$$

$$P=\frac{\kappa_1^2\kappa_2^2\sigma(1-i\rho)}{2\pi(\kappa_2^3-D\kappa_1^3)}$$

$$\lambda_1^2=\frac{\kappa_1^2}{1+2\kappa_1^2\beta^2},\quad \lambda_2^2=\frac{\kappa_2^2}{1+2\kappa_2^2\beta^2}$$

式(16)便是靶核子与 He^4 弹性散射的振幅. 它包含各种可能的弹性碰撞过程,共有14项. 而在式(17)的 f_{mn} 表示式中,我们已计入 He^4 核的质心修正因子.

由式(16)、(10)及(14)可求得 $\bar{\Gamma}^N_{LM,0}(b)$,它为:

$$\bar{\Gamma}^N_{LM,0}(b)=\frac{1}{K}(-i)^M\left(\frac{4\pi}{2L+1}\right)^{\frac{1}{2}}\theta_{LM}e^{iM\varphi_b}$$

$$\cdot \int q\mathscr{F}(q)S_L(q)J_M(qb)dq \tag{18}$$

其中

$$\theta_{LM}=\begin{cases}0 & \text{当 } L+M=\text{奇数}\\ (-1)^{\frac{L+M}{2}}\left[\dfrac{(2L+1)(L+M)!(L-M)!}{4\pi}\right]^{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{(L+M)!!(L-M)!!} & \text{当 } L+M=\text{偶数}\end{cases}$$

$J_M(qb)$ 为M阶柱 Bessel 函数，$S_L(q)$ 为约化跃迁形状因子．对 C^{12}，根据[5]，它为:

$$S_L(q)=B_Lq^L(1-c_Lq^2)e^{-\alpha_Lq^2} \tag{19}$$

利用

$$\int x^\mu e^{-\alpha x^2}J_\nu(\beta x)dx=\frac{\beta^\nu\Gamma\left(\frac{\mu+\nu+1}{2}\right)}{2^{\nu+1}\alpha^{\frac{1}{2}(\mu+\nu+1)}\Gamma(\nu+1)}\cdot {}_1F_1\left(\frac{\mu+\nu+1}{2},\nu+1,-\frac{\beta^2}{4\alpha}\right)$$

及

$${}_1F_1(\alpha,\beta,x)=e^x{}_1F_1(\beta-\alpha,\beta,-x)$$

这时可将式(18)能析积出．结果为:

$$\begin{aligned}\bar{\Gamma}^N_{LM,0}(b)=&\frac{1}{2}(-i)^Me^{-iM\varphi_b}B_L\left(\frac{4\pi}{2L+1}\right)^{\frac{1}{2}}\theta_{LM}\sum_{n=1}^{4}\sum_{m=0}^{n}F_{mn}\\ &\cdot\frac{b^M\left(\frac{L+M}{2}\right)!}{(2M)!!(\alpha_L+f_{mn})^{\frac{L+M+2}{2}}}\left\{{}_1F_1\left(\frac{M-L}{2},M+1,\frac{b^2}{4(\alpha_L+f_{mn})}\right)\right.\\ &\left.-c_L\frac{L+M+2}{2(\alpha_L+f_{mn})}{}_1F_1\left(\frac{M-L-2}{2},M+1,\frac{b^2}{4(\alpha_L+f_{mn})}\right)\right\}\\ &\cdot\exp\left[-\frac{b^2}{4(\alpha_L+f_{mn})}\right]=(-i)^Me^{-iM\varphi_b}\bar{\Gamma}'_{LM}(b)\end{aligned} \tag{20}$$

如将上式中以 $L=0$，$M=0$ 代入便得 $\bar{\Gamma}^N_{0,0}(b)$．有了 $\bar{\Gamma}^N_{0,0}(b)$ 和 $\bar{\Gamma}^N_{LM,0}(b)$，代入式(12)和(13)便得 He^4+C^{12} 非弹性散射振幅．其结果分别为:

i）冲量近似下

$$F^{IN'}_{LM}(q)=12\left(\frac{4\pi}{2L+1}\right)^{\frac{1}{2}}\theta_{LM}e^{-iM\varphi_q}S_L(q)\mathscr{F}(q) \tag{21}$$

ii）扭曲波冲量近似

$$\begin{aligned}F^{DN'}_{LM}(q)=&12K(-i)^{M-1}e^{-iM\varphi_q}\int bJ_M(qb)\bar{\Gamma}^{N'}_{LM}(b)\\ &\cdot[1-\bar{\Gamma}^N_{0,0}(b)]^{11}\end{aligned} \tag{22}$$

非弹性散射微分截面为

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\sum_M|F^{IN'}_{LM}(q)|^2 \tag{23a}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\sum_M|F^{DN}_{LM}(q)|^2 \tag{23b}$$

(23a) 和 (23b) 分别为冲量近似和扭曲波冲量近似的结果.

四、计算结果和讨论

利用上节的结果,我们计算了 1.37GeV 下 He^4 引起 C^{12} 核非弹性跃迁到 2^+ 态 (4.43 MeV) 和 3^- 态 (9.64MeV) 两个态的非弹性散射微分截面.

在上面的推导中,由于使用了刚性炮弹近似,所以式(16)必须很好地描述 1.37GeV 的 He^4 被一个核子所弹性散射的现象. 在这情况下,核子-核子振幅的各参数分别取[6] $\sigma = 2.84\ \text{fm}^2$, $\rho = 0.26$, $\beta^2 = 0.045\ \text{fm}^2$.

而He^4符合电子散射实验所定出形状因子的单粒子密度,根据[8],可取 $\kappa_1^2 = 0.72\text{fm}^{-2}$, $\kappa_2^2 = 3.6\text{fm}^{-2}$, $D = 1$.

C^{12} 的约化跃迁形状因子,根据[5],各参数 B_L, C_L 及 α_L 分别取如下值:

$L^\pi T(E)$	$B_L(\text{fm}^L)$	$C_L(\text{fm}^2)$	$\alpha_L(\text{fm}^2)$
$0^+0(0)$	1	0.296	0.681
$2^+0(4.43)$	0.364	0.141	0.703
$3^-0(9.64)$	0.224	0.141	0.703

利用上述各参数值, 我们首先计算了 1.37GeV $He^4 + C^{12}$ 弹性散射的微分截面. 在图 1 中给出了理论和实验结果. 在小角度范围内, 理论结果与实验值的符合是相当令人满意的. 因此,在此基础上,利用式 (21), (22) 及 (23),取 He^4 的单粒子密度 $D = 0$ 和 $D = 1$ 两种不同的分布, 计算了 C^{12} 的两个不同激发态的微分截面. 计算结果如图 2 所示. 实验数值均取自文献[2].

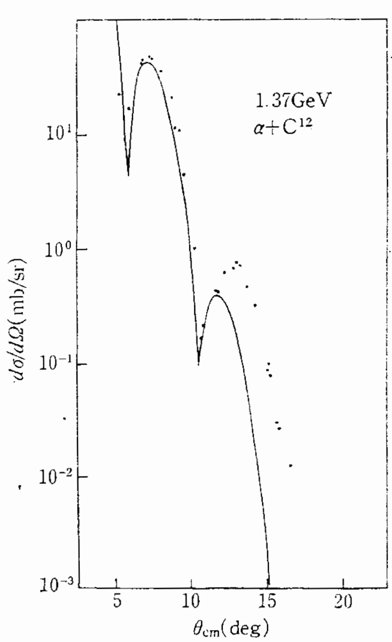

图 1 1.37GeV $\alpha + C^{12}$ 弹性散射微分截面曲线.

"●"为实验数据,实线为计算结果.

为了说明冲量近似和扭曲波冲量近似的差异, 在图 3 中我们还给出了在两种不同近似下所得 C^{12} 的非弹性微分截面.

在这些计算中,核子-核子散射振幅的参数由符合 $He^4 + N$ 的弹性散射实验而定的. 此外既没有自由参数, 也没有可调参数. 对于进行碰撞的原子核, 我们使用的是由电子散射实验所定出的约化跃迁形状因子, 所以理论结果和核模型无关. 由图 2 可见,除去大角度处外,总的来说, 理论结果与实验值的符合是相当令人满意的. 这表明: 在处理高能核-核非弹性散射中, 刚性炮弹近似是处理核-核碰撞的一个好的近似方法.

从上面的推导中可见, 冲量近似是多次碰撞中的一次碰撞近似. 由图 3 可见, 冲量近似的结果与实验值相差很大. 在计入多次散射后, 符合程度显著改善. 这表明: 即使在高能下, 多次散射过程仍

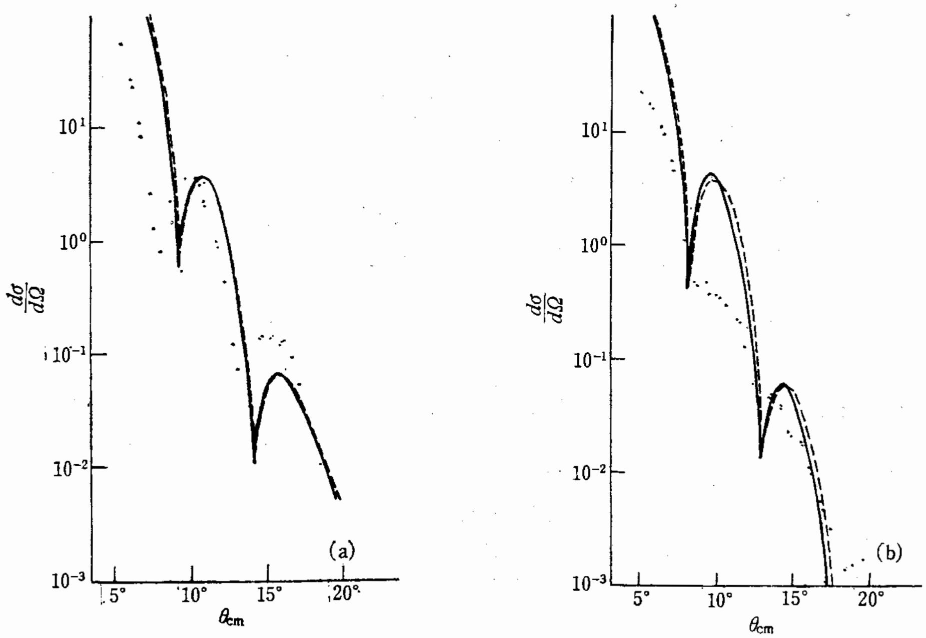

图 2　1.37GeV α + C^{12} 非弹性散射微分截面。
点为实验数据，实线和虚线分别表示 $D=1$ 和 $D=0$ 的计算结果.
(a) 2^{+} 态 (4.43MeV)　(b) 3^{-} 态 (9.64 MeV)

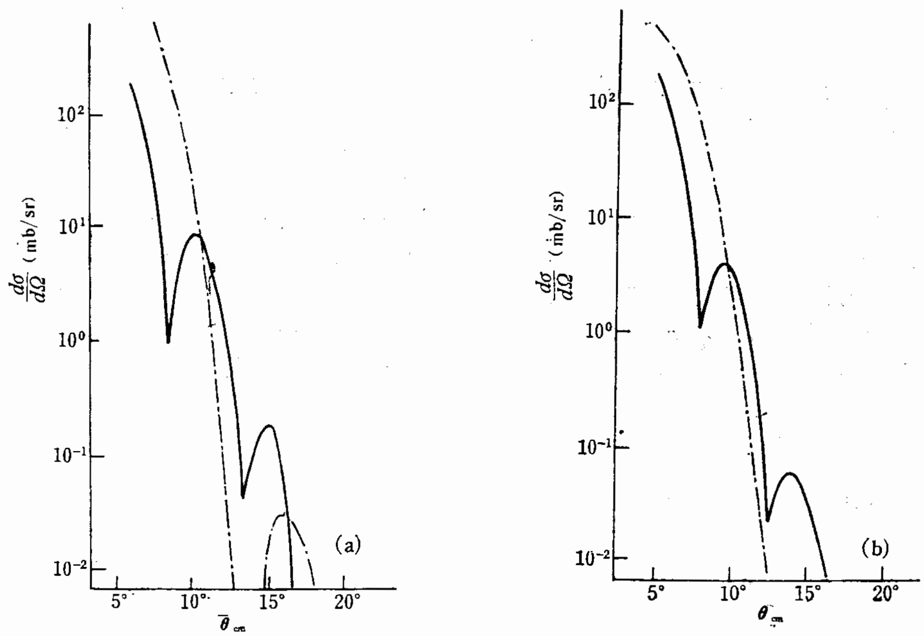

图 3　冲量近似 (IA) 和扭曲波冲量近似 (DWIA) 所得微分截面的比较．取 $D=1$.
实线为 DWIA 的结果，点划线为 IA 的结果.
(a) 2^{+} 态 (4.43 MeV)　(b) 3^{-} 态 (9.64 MeV)

是很重要的.

此外还可见: 1) 非弹性散射微分截面强烈依赖跃迁矩阵元，而对炮弹 He^4 不同密度分布不敏感,基本上给出了相同的结果，差别不大. 另还再次反映了散射的强弱与靶(或炮弹核)核密度成正比. 即核密度愈密(即 $D=0$)，微分截面的峰谷愈向大角度处移动，反之(即 $D=1$),以小角散射为主. 2) 由图 1、2 可见，在大角度处，无论弹性散射或非弹性散射，理论结果与实验值的定量符合均较差. 这是意料中的事. 如计入其它多步过程以及 C^{12} 激发态的集体性质等将会改进定量符合.

参 考 文 献

[1] 孔蕃信等人,高能物理与核物理, **8**(1984), 707.
[2] A. Chaumeaux, et al, *Nucl. Phys.*, **A267** (1976), 413.
[3] H. Arenhövel, *Nucl. Phys.*, A358(1981), 7.
[4] K. M. Watson, *Phys. Rev.*, **89**(1953), 575.
[5] R. D. Viollier, *Ann. of Phys.*, **93**(1975), 335.
[6] E. Aslanides et al., *Phys. Lett.*, **68B** (1977), 221.
[7] J. P. Anger, *Nucl. Phys.*, **262** (1976), 372.

NUCLEUS-NUCLEUS INELASTIC SCATTERING AND THE INFLUENCE OF PROJECTILE NUCLEI STRUCTURE AT HIGH ENERGIES

LIU YUAN LI YANG-GUO
(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

On the base of Glauber's theory, nuclei-nuclei inelastic scattering amplitudes are given by using the rigid projectile approximation. Inelastic scattering differential cross sections of $\alpha+C^{12}$ at 1.37 GeV with 2^+(4.43 MeV) and 3^-(9.64 MeV) of C^{12} in the final state are calculated. The influence of the different density distributions of the projectile nuclei on nuclei-nuclei inelastic scattering is discussed.