

# 几何模型中的复数振幅和 $\bar{p}p$ 散射

李扬国

(中国科学院高能物理研究所)

## 摘 要

把几何模型中散射振幅推广为复数型的散射振幅, 计算了  $\sqrt{s} = 540\text{GeV}$  的  $\bar{p}p$  弹性散射, 解释了微分截面的形状和谷的位置。

很高能量下的强子与强子散射一直是很受人们重视的现象。在实验室能量从 100—1500 GeV, ( $\sqrt{s} < 65\text{ GeV}$ ) 能区中  $pp$  弹性散射出现绕射花纹, 在  $-t \sim 1.4 (\text{GeV}/c)^2$  处出现谷, 总截面随入射能量缓慢上升、斜率渐渐变陡等现象反映了核子是有结构。这个散射现象可用多次散射理论<sup>[1]</sup>或邹、杨的几何模型<sup>[2]</sup>来描述。最近 CERN 在 SPS 上用  $\bar{p}$  束流打质子  $p$ 。测量了在极高能量 ( $\sqrt{s} = 540\text{GeV}$ ) 下  $\bar{p}p$  弹性散射。最初只有  $-t < 0.25(\text{GeV}/c)^2$  的初步结果<sup>[3]</sup>。最近的消息,  $\bar{p}p$  弹性微分截面测量到  $-t \sim 1.5 (\text{GeV}/c)^2$ <sup>[4]</sup>。实验上有这样几点: 总截面增强到  $\sigma_T \sim 65\text{mb}$ , 角分布在  $-t \sim 0.8 (\text{GeV}/c)^2$  处出现极小值, 但随后呈平台形状的变化。斜率  $\beta \sim 17(\text{GeV}/c)^{-2}$  当  $|t| \sim 0.04-0.18$  和  $\beta \sim 13.7 \pm 2$  当  $t = 0.21-0.45$ 。这些实验结果虽然与  $\sqrt{s} = 63\text{ GeV}$  有明显的变化, 但仍然呈衍射花纹。用上面提到的理论应该可以解释。但是从分析  $pp$  和  $\bar{p}p$  的实验<sup>[5]</sup>表明当能量  $\sqrt{s} > 100\text{ GeV}$  以后, 散射振幅实、虚比值  $\rho$  随能量上升而显得重要了。人们以前用几何模型讨论分析  $\sqrt{s} \sim$  几十  $\text{GeV}$  的  $pp$  散射实验, 都不考虑  $\rho$  的存在。因此散射振幅  $\mathcal{A}$  是纯虚部。

我们尝试在几何模型下, 把黑度函数  $\Omega_0(b)$  推广为一个复函数。这样散射振幅也必然为复函数。因此散射振幅实、虚比值  $\rho$  存在。在这个基础上讨论分析  $\sqrt{s} = 540\text{ GeV}$  的  $\bar{p}p$  弹性散射。

几何模型下的弹性散射振幅为<sup>[2]</sup>:

$$\mathcal{A}(\mathbf{b}) = i(1 - S(\mathbf{b})) \quad (1)$$

$$S(\mathbf{b}) = e^{-\Omega_0(\mathbf{b})} \quad (2)$$

弹性散射微分截面为

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi \left| \frac{1}{2\pi} \int d^2\mathbf{b} e^{i\mathbf{b}\cdot\mathbf{k}} \mathcal{A}(\mathbf{b}) \right|^2 = \pi |\mathcal{A}(\mathbf{k})|^2 \quad (3)$$

其中我们定义函数  $E(\mathbf{b})$  的付氏变换为:

$$E(\mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi} \iint d^2\mathbf{b} e^{i\mathbf{b}\cdot\mathbf{k}} E(\mathbf{b}) \quad (4)$$

(2)式中  $\Omega_0(\mathbf{b})$  称为黑度函数,它是把两个强子的物质分布压成扁碟的厚度函数  $\mathcal{D}(b)$  的卷积:

$$\Omega_0(\mathbf{b}) = \mu_0 \iint d^2\mathbf{b}' \mathcal{D}_a(\mathbf{b} - \mathbf{b}') \mathcal{D}_b(\mathbf{b}') \quad (5)$$

$\Omega_0(\mathbf{b})$  的付氏变换按(4)式为

$$\Omega_0(\mathbf{k}) = \mu_0 F_a(\mathbf{k}) F_b(\mathbf{k}) = \mu_0 \omega(\mathbf{k}) \quad (6)$$

其中

$$F_i(\mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi} \iint d^2\mathbf{b} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{b}} \mathcal{D}_i(\mathbf{b}) \quad (7)$$

是强子  $i$  分布的形状因子.  $\omega(\mathbf{k})$  是两个强子形状因子乘积. 不难得到散射振幅表为如下卷积.

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\mathbf{k}) &= i\mu_0\omega(\mathbf{k}) - i\frac{\mu_0^2}{2!}\omega(\mathbf{k})\otimes\omega(\mathbf{k}) \\ &+ \frac{i\mu_0^3}{3!}\omega(\mathbf{k})\otimes\omega(\mathbf{k})\otimes\omega(\mathbf{k}) + \dots \end{aligned} \quad (8)$$

只要通过强子的形状因子,便可以算得  $\mathcal{A}(\mathbf{k})$ . 在(8)式中除了常数  $\mu_0$  之外其他是确定量. 而  $\mu_0$  是通过光学定理由总截面  $\sigma_T$  确定. 但(8)式  $\mathcal{A}(\mathbf{k})$  为纯虚函数,这时  $\rho$  值为零. 要解释存在  $\rho$  值,以及使微分截面更好符合实验. 这里把黑度函数  $\Omega_0(\mathbf{k})$  推广为:

$$\Omega_0(\mathbf{k}) = \mu_0(1 - i\rho_0)\omega(\mathbf{k}) \quad (9)$$

$\rho_0$  将由实验的振幅虚、实比值  $\rho$  确定. 这样散射振幅  $\mathcal{A}(\mathbf{k})$  为一复函数,可以写为:

$$\mathcal{A}(\mathbf{k}) = \text{Re}\mathcal{A}(\mathbf{k}) + i\text{Im}\mathcal{A}(\mathbf{k}) = C(\mathbf{k}) + iD(\mathbf{k}) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} C(\mathbf{k}) &= \text{Re}\mathcal{A}(\mathbf{k}) = \rho_0\mu_0\omega(\mathbf{k}) - \rho_0\mu_0^2\omega(\mathbf{k})\otimes\omega(\mathbf{k}) \\ &+ \frac{\rho_0(3 - \rho_0^2)}{3!}\mu_0^3\omega(\mathbf{k})\otimes\omega(\mathbf{k})\otimes\omega(\mathbf{k}) - \dots \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} D(\mathbf{k}) &= \text{Im}\mathcal{A}(\mathbf{k}) = \mu_0\omega(\mathbf{k}) - \frac{1 - \rho_0^2}{2}\mu_0^2\omega(\mathbf{k})\otimes\omega(\mathbf{k}) \\ &+ \frac{(1 - 3\rho_0^2)}{3!}\mu_0^3\omega(\mathbf{k})\otimes\omega(\mathbf{k})\otimes\omega(\mathbf{k}) - \dots \end{aligned} \quad (12)$$

散射振幅的实、虚比值  $\rho$  为

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{C(\mathbf{k})}{D(\mathbf{k})} \Big|_{k=0} = \rho_0(\mu_0\omega(\mathbf{k}) - \mu_0^2\omega(\mathbf{k})\otimes\omega(\mathbf{k}) + \dots) / (\mu_0\omega(\mathbf{k}) \\ &- \frac{1 - \rho_0^2}{2}\mu_0^2\omega(\mathbf{k})\otimes\omega(\mathbf{k}) + \dots) \Big|_{k=0} \end{aligned} \quad (13)$$

在  $k=0$  时,卷积的高次项比起前一项小近乎一个量级. 所以(13)可以得

$$\rho \approx \rho_0 \quad (14)$$

这时  $\rho_0$  可取实验值  $\rho$ . 现在,弹性微分截面为

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi[C(k)^2 + D(k)^2] \quad (15)$$

用(15)式计算  $\sqrt{s} = 540\text{GeV}$  的  $\bar{p}p$  弹性散射微分截面时,选取如下二种质子的形状因

子:

(i) 邹和杨所用的 Sachs 的磁形状因子

$$G_M(q^2) = \frac{1}{1 + \frac{q^2}{0.71}} \quad (16)$$

(ii) 同位旋标量形状因子<sup>[6]</sup>

$$F_{1s}(q^2) = G_M(q^2) \left( 1 + \frac{\tau(\mu_p + \mu_n - 1)}{1 - \tau} \right) \quad (17)$$

其中  $\tau = \frac{q^2}{4m^2}$ ,  $\mu_p, \mu_n$  为质子、中子磁矩。

首先, 由光学定理, 从  $\sigma_T \sim 65\text{mb}$  定出  $\mu_0$  值。图 1, 2 的计算结果分别为  $\mu_0 = 19$  ( $\sigma_T = 63.5\text{mb}$ ) 和  $\mu_0 = 20$  ( $\sigma_T = 65.7\text{mb}$ ) 的结果。  $\rho$  值取 0.12, 它来自文献[5]是分析  $p\bar{p}$

实验的结果。计算的结果和与实验的比较画在图 1 和图 2 中。在图中我们还计算  $\rho = 0$ , 即  $\mathcal{A}(k) = iD(k)$  的情况。在这些计算中没有自由参数。从图 1, 2 中可以看出微分截面在  $-t \sim 0.8(\text{GeV}/c)^2$  出现谷, 但是在  $\rho = 0$  时是很深的一个谷。  $\rho = 0.12$  时谷变得很浅且与实验的结果很一致。以后微分截面的行为也与实验吻合。这说明把散射振幅推广为复函数, 且考虑实、虚比值后能够很好的解释极高能量下的实验。图 1、2 是两组  $\mu_0$  值下的结果。因为目前实验  $\sigma_T$  值有  $\pm 5.9\text{mb}$  的误差, 故取二组结果。但除了定量上有变化之外没有太大差别。对微分截面我们一直计算到  $-t \sim 5(\text{GeV}/c)^2$ 。在  $-t \sim 4(\text{GeV}/c)^2$  附近出现第二个谷, 而且在复数振幅情况下这个谷变得很浅。对于二种不同的形状因子在小  $-t$  处是没有大区别。但大  $-t$  处, 特别在第二个谷的位置上出现明显的不同。我们期望能够像  $p\bar{p}$  在  $\sqrt{s} = 63 \text{ GeV}$  时的

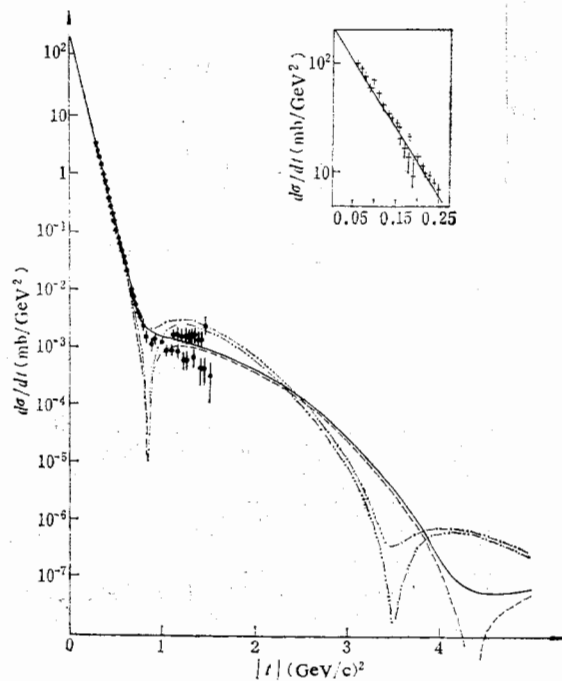


图 1  $\sqrt{s} = 540 \text{ GeV}$   $\bar{p}p$  弹性散射微分截面  
理论计算  $\mu_0 = 19$ , —; 取  $G_M(q)$  形状因子,  $\rho = 0.12$ ,  
——; 取  $G_M(q)$ ,  $\rho = 0.0$ , - - - -; 取  $F_{1s}(q)$  形状因子,  
 $\rho = 0.12$ , - · - · - ·; 取  $F_{1s}(q)$ ,  $\rho = 0.0$ , ⊠ 实验。右上角  
为局部放大。

$\frac{d\sigma}{dt}$  实验那样探测到  $\bar{p}p$  更大角度的  $\frac{d\sigma}{dt}$  值, 见到第二个谷, 测得其位置。

对斜率  $\beta = \frac{d}{dt} \ln \frac{d\sigma}{dt}$  的计算结果为:  $\beta \sim 14.3 (\text{GeV}/c)^{-2}$  在  $|t| \sim 0.1-0.2$  处。  
 $\beta \sim 14.8 (\text{GeV}/c)^{-2}$  当  $-t \sim 0.2-0.3$  处。  $\beta$  值与  $\rho$  不灵敏。计算值与实验结果也很接近。  
在  $-t \sim 0$  附近, 计算不够准确。最后还计算

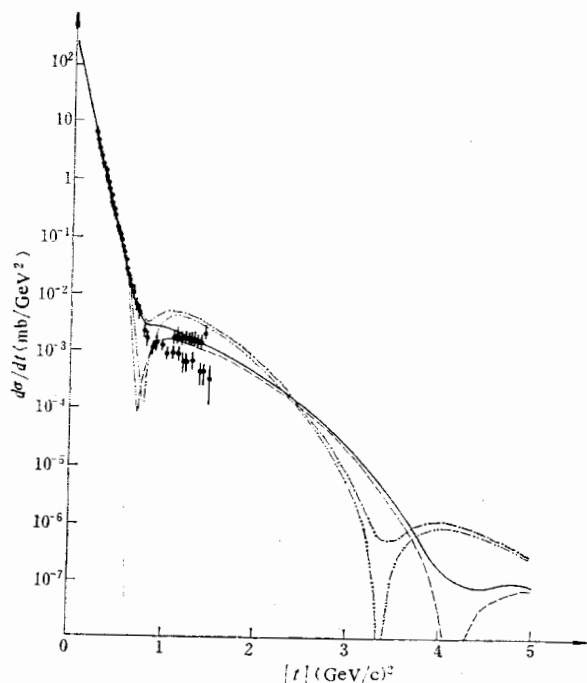


图2 说明同图1, 取  $\mu_0 = 20$

$$X = \sigma_{el}/\sigma_T = 0.26$$

$$Y = \sigma_T/16T\beta = 0.21$$

实验值  $X = 0.21$ ,  $Y = 0.20$ . 计算结果也很接近实验.

从上面这些结果看到分析  $\bar{p}p$  弹性散射的已有实验; 在很高能区中, 必需把振幅推广为复函数. 这是当前人们关注的问题.

### 参 考 文 献

- [1] 李扬国, 张禹顺, 陈晓天, 阮图南, 高能物理与核物理, 6(1980), 715.
- [2] T. T. Chou and C. N. Yang, *Phys. Rev.*, **170**(1968), 1591.
- [3] R. Battiston et al., *Phys. Lett.*, **115B** (1982), 331; **117B** (1982), 126; **127 B**(1983), 472; G. Arni-son et al., *Phys Lett*, **128B** (1983), 336.
- [4] G. Matthiae et al., Contribution to the international Europhysics Conference on high energy Phys-ics, Brighton (UK) 1983.
- [5] M. M. Block and R. N. Cahn, *Phys. Lett.*, **120B** (1983), 224.
- [6] S. Y. Lo and Li Yang-guo, *Phys. Rev.*, **D28**(1983), 2756

## COMPLEX AMPLITUDE OF GEOMETRICAL MODEL AND $\bar{p}p$ SCATTERING

LI YANG-GUO

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

### ABSTRACT

The scattering amplitude of geometrical model is extended into a complex form. It is used to calculate the  $\bar{p}p$  elastic scattering for  $\sqrt{s} = 540$  GeV. It can fit the shape of the differential cross section and the dip position.