第8卷 第2期 高能物理与核物理 Vol. 8, No. 2
1984年3月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Mar., 1984

生成坐标方法与原子核集体运动

(VII) 对称性的保持

徐躬耦
(兰州大学)

摘要

为了保持由生成坐标方法所导出的等效的集体运动哈密顿量的对称性，必须在一开始缜密地考虑变分所用态函数的变换性质. 因此生成坐标的变换性质将完全由它所表述的集体算子的变换性质来确定. 与空间移动相联系的伽利略变换的不变性的存在，则要求质心运动与内部运动彼此独立.

一、引言

生成坐标方法 (GCM) 是研究原子核集体模型的微观基础的一种非常有效的方法[1]. 相应于原子核的某个集体自由度 $P_i(a^+, a)$，引入生成坐标 q^i，并将任意的原子核集体运动态写成

$$|\Psi\rangle = \int d\tau_q \exp\left[-\frac{i}{\hbar}\sum_i q^i P_i(a^+, a)\right] f(q_i)|\phi(0)\rangle, \tag{1}$$

通过变分，可求得由 $\left\{q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right\}$ 表述的集体运动哈密顿量. 这里 $-i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}$ 无论在量纲上还是在变换性质上与 $P_i(a^+, a)$ 完全一致，集体运动哈密顿量则保持 $H(a^+, a)$ 原有的各种对称性. 包括:

(1) 伽利略变换的对称性;
(2) 空间移动的对称性;
(3) 时间移动的对称性;
(4) 空间反演的对称性;
(5) 时间反演的对称性;
(6) 空间转动的对称性;
(7) 同位旋空间转动的对称性;
(8) 规范空间转动的对称性.

本文的目的在于全面论述这一对称性的保持问题. 在第二节中我们先讨论关于伽利略变换及空间移动的对称性的保持问题. 在第三节中我们将系统地讨论表述内部激发的

本文1982年8月9日收到.

集体运动哈密顿量的对称性．在第四节中我们从推导表述内部激发的集体运动哈密顿量的角度，考察对 $|\phi(0)\rangle$ 是否还要附加其它条件的问题，同时还将考察引入复生成坐标或一对共轭的动力学生成坐标的必要性问题．

二、关于伽利略变换和空间移动的对称性

由伽利略变换和空间移动的对称性，原子核的哈密顿量可写成

$$H = -\frac{\hbar^2}{2Am}\nabla_R^2 + H_{\text{int}}. \tag{2}$$

其中 $-\frac{\hbar^2}{2Am}\nabla_R^2$ 表示质心移动动能，H_{int} 表示内部运动能量． H_{int} 与质心坐标 $\boldsymbol{R}$ 及质心动量 $-i\hbar\boldsymbol{\nabla}_R$ 无关．在生成坐标方法中，上述对称性的保持意味着所得到的等效的集体运动哈密顿量应该仍然是彼此可以互易的两个部份．只有这样，才能给出正确的平移惯量．由于 (2) 式所示的哈密顿量的性质，原子核的质心移动和内部运动不发生耦合． 原子核体系的波函数可分解为内部运动波函数与质心运动波函数的乘积． 这样，我们可以考虑相应于一定的内部运动状态的质心运动，或相应于一定的质心运动状态的内部运动． 如果原子核体系的波函数是不可分解的，则考虑质心运动时将涉及掺杂有不同内部运动状态的伪态问题，反之，考虑内部运动时将涉及掺杂有不同质心运动状态的伪态问题．必须先排除伪态，才能得到正确的结果．这一结论本身是非常浅显的，但在生成坐标方法的处理中就并不那样一目了然．因此，我们将比较详细地说明这一问题．

先具体考虑质心运动．此时

$$|\Psi(\boldsymbol{R}, \xi)\rangle = \int d\boldsymbol{q} \exp\left[-\frac{i}{\hbar}\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{P}\right]|\Phi_0(\boldsymbol{R}, \xi)\rangle f(\boldsymbol{q}). \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{R}$ 是原子核的质心坐标，ξ 是原子核的内部坐标，$\boldsymbol{P}$ 是质心动量，

$$\boldsymbol{P} = -i\hbar\boldsymbol{\nabla}_R, \tag{4}$$

$\boldsymbol{q}$ 是相应的实的生成坐标．

对 (2) 式所示的哈密顿量求平均，得到原子核的平均能量为

$$\langle H\rangle = \frac{\iint d\boldsymbol{q}d\boldsymbol{q}' f^*(\boldsymbol{q})\langle\Phi_0(\boldsymbol{R},\xi)|e^{\frac{i}{\hbar}\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{P}}\, He^{-\frac{i}{\hbar}\boldsymbol{q}'\cdot\boldsymbol{P}}\,|\Phi_0(\boldsymbol{R},\xi)\rangle f(\boldsymbol{q}')}{\iint d\boldsymbol{q}d\boldsymbol{q}' f^*(\boldsymbol{q})\langle\Phi_0(\boldsymbol{R},\xi)|e^{\frac{i}{\hbar}\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{P}}\, e^{-\frac{i}{\hbar}\boldsymbol{q}'\cdot\boldsymbol{P}}\,|\Phi_0(\boldsymbol{R},\xi)\rangle f(\boldsymbol{q}')}. \tag{5}$$

因为 H 与集体动量 $\boldsymbol{P}$ 可以互易，故有

$$\langle H\rangle = \frac{\int d\boldsymbol{q} f^*(\boldsymbol{q})\left[-\frac{\hbar^2}{2Am}\nabla_q^2 + \mathscr{E}_{\text{int}}(\boldsymbol{q}, -i\hbar\boldsymbol{\nabla}_q)\right]\mathscr{N}(\boldsymbol{q}, -i\hbar\boldsymbol{\nabla}_q)f(\boldsymbol{q})}{\int d\boldsymbol{q} f^*(\boldsymbol{q})\mathscr{N}(\boldsymbol{q}, -i\hbar\boldsymbol{\nabla}_q)f(\boldsymbol{q})}. \tag{6}$$

其中

$$\mathscr{N}(\boldsymbol{q}, -i\hbar\boldsymbol{\nabla}_q)f(\boldsymbol{q}) = \int d\boldsymbol{q}'\langle\Phi_0(\boldsymbol{R},\xi)|e^{\frac{i}{\hbar}(\boldsymbol{q}-\boldsymbol{q}')\cdot\boldsymbol{P}}|\Phi_0(\boldsymbol{R},\xi)\rangle f(\boldsymbol{q}'), \tag{7}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2Am}\nabla_q^2\mathscr{N}(\boldsymbol{q},-i\hbar\boldsymbol{\nabla}_q)f(\boldsymbol{q})$$

$$\equiv\int d\boldsymbol{q}'\langle\Phi_0(\boldsymbol{R},\xi)|\frac{-\hbar^2}{2Am}\nabla_R^2e^{\frac{i}{\hbar}(\boldsymbol{q}-\boldsymbol{q}')\cdot\boldsymbol{P}}|\Phi_0(\boldsymbol{R},\xi)\rangle f(\boldsymbol{q}'),\tag{8}$$

$$\mathscr{E}_{\text{int}}(\boldsymbol{q},-i\hbar\boldsymbol{\nabla}_q)\mathscr{N}(\boldsymbol{q},-i\hbar\boldsymbol{\nabla}_q)f(\boldsymbol{q})\equiv\int d\boldsymbol{q}'\langle\Phi_0(\boldsymbol{R},\xi)|H_{\text{int}}\times e^{\frac{i}{\hbar}(\boldsymbol{q}-\boldsymbol{q}')\cdot\boldsymbol{P}}|\Phi_0(\boldsymbol{R},\xi)\rangle f(\boldsymbol{q}').\tag{9}$$

由于伽利略变换和空间移动的对称性，$|\Phi_0(\boldsymbol{R},\xi)\rangle$ 应是可分解的，

$$|\Phi_0(\boldsymbol{R},\xi)\rangle=|\phi_{\text{CM}}(\boldsymbol{R})\rangle\cdot|\phi_{\text{int}}(\xi)\rangle.\tag{10}$$

因此

$$\mathscr{E}_{\text{int}}(\boldsymbol{q},-i\hbar\boldsymbol{\nabla}_q)=\langle\phi_{\text{int}}(\xi)|H_{\text{int}}|\phi_{\text{int}}(\xi)\rangle=\bar{E}_{\text{int}},\tag{11}$$

是一个与质心运动无关的常数．于是

$$\langle H\rangle=\frac{\int d\boldsymbol{q}f^*(\boldsymbol{q})\left[-\frac{\hbar^2}{2Am}\nabla_q^2+\bar{E}_{\text{int}}\right]\mathscr{N}(\boldsymbol{q},-i\hbar\boldsymbol{\nabla}_q)f(\boldsymbol{q})}{\int d\boldsymbol{q}f^*(\boldsymbol{q})\mathscr{N}(\boldsymbol{q},-i\hbar\boldsymbol{\nabla}_q)f(\boldsymbol{q})}.\tag{12}$$

故 $\mathscr{H}\mathscr{N}^{-1}$ 为

$$-\frac{\hbar^2}{2Am}\nabla_q^2+\bar{E}_{\text{int}}.\tag{13}$$

由于 $\mathscr{N}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{q}')$ 只与 $(\boldsymbol{q}-\boldsymbol{q}')$ 有关，故 $\mathscr{N}(\boldsymbol{q},-i\hbar\boldsymbol{\nabla}_q)$ 只与 $-i\hbar\boldsymbol{\nabla}_q$ 有关．所以等效哈密顿量 $\mathscr{N}^{-\frac{1}{2}}\mathscr{H}\mathscr{N}^{-\frac{1}{2}}$ 就是 (13) 式所示的结果．这里表示质心运动与内部运动的两个部分彼此可以互易，两类运动不相耦合，对称性得以保持．此时质心的平移惯量等于 Am，是应有的正确结果．

如果 $|\Phi_0(\boldsymbol{R},\xi)\rangle$ 不能分解为两个部分的乘积，其中杂有伪态，则从 (9) 式可见 $\mathscr{E}_{\text{int}}(\boldsymbol{q},-i\hbar\boldsymbol{\nabla}_q)$ 与 $\{\boldsymbol{q},-i\hbar\boldsymbol{\nabla}_q\}$ 有关．此时等效哈密顿量为

$$-\frac{\hbar^2}{2Am}\nabla_q^2+\mathscr{N}^{-\frac{1}{2}}\mathscr{E}_{\text{int}}(\boldsymbol{q},-i\hbar\boldsymbol{\nabla}_q)\mathscr{N}^{\frac{1}{2}}.\tag{14}$$

两个部分彼此不能互易，伽利略变换及空间移动的对称性受到破坏．又因为所计算的是总的 $\langle H\rangle$，于是表观上的质心动能不等于 $-\frac{\hbar^2}{2Am}\nabla_q^2$，质心平移惯量不等于 Am．

现在我们再考虑内部运动．我们使

$$|\Psi(\boldsymbol{R},\xi)\rangle=\int d\tau_q\exp\left[-\frac{i}{\hbar}\sum_i q^iP_i\right]|\Phi_0(\boldsymbol{R},\xi)\rangle f(q_i).\tag{15}$$

这里 P_i 是表述内部激发的集体算子，q^i 是与之相应的生成坐标．同样求 $\langle H\rangle$，得到

$$\langle H\rangle=\frac{\int d\tau_qf^*(q_i)\left[\mathscr{E}_{\text{CM}}\left(q^i,-i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right)+\mathscr{E}_{\text{int}}\left(q^i,-i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right)\right]\mathscr{N}\left(q^i,-i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right)f(q_i)}{\int d\tau_qf^*(q_i)\mathscr{N}\left(q^i,-i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right)f(q_i)}.\tag{16}$$

其中

$$\mathscr{N}\left(q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right) f(q_i) = \int d\tau_{q'}\langle\Phi_0(\boldsymbol{R}, \xi)|$$

$$\times \exp\left[\frac{i}{\hbar}\sum_i (q^i - q'^i)P_i\right] |\Phi_0(\boldsymbol{R}, \xi)\rangle f(q_i'), \tag{17}$$

$$\mathscr{E}_{\rm CM}\left(q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right)\mathscr{N}\left(q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right) f(q_i) = \int d\tau_{q'}\langle\Phi_0(\boldsymbol{R}, \xi)|$$

$$-\frac{\hbar^2}{2Am}\nabla_{\rm R}^2 \exp\left[\frac{i}{\hbar}\sum_i (q^i - q'^i)P_i\right] |\Phi_0(\boldsymbol{R}, \xi)\rangle f(q_i'), \tag{18}$$

$$\mathscr{E}_{\rm int}\left(q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right)\mathscr{N}\left(q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right) f(q_i) = \int d\tau_{q'}\langle\Phi_0(\boldsymbol{R}, \xi)|$$

$$\times \exp\left[\frac{i}{\hbar}\sum_i q^i P_i\right] H_{\rm int} \exp\left[-\frac{i}{\hbar}\sum_i q'^i P_i\right] |\Phi_0(\boldsymbol{R}, \xi)\rangle f(q_i'). \tag{19}$$

如果 $|\Phi_0(\boldsymbol{R}, \xi)\rangle$ 如 (10) 式那样是可分解的，则

$$\mathscr{E}_{\rm CM}\left(q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right) = \langle\phi_{\rm CM}(\boldsymbol{R})| -\frac{\hbar^2}{2Am}\nabla_{\rm R}^2|\phi_{\rm CM}(\boldsymbol{R})\rangle = \bar{E}_{\rm CM}, \tag{20}$$

是一个与内部运动无关的常数．等效哈密顿量则为

$$\bar{E}_{\rm CM} + \mathscr{N}^{-\frac{1}{2}}\mathscr{E}_{\rm int}\left(q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right)\mathscr{N}^{\frac{1}{2}}. \tag{21}$$

这里表示质心运动与内部运动的两个部分可以互易，两类运动不相耦合，对称性得以保持。

如果 $|\Phi_0(\boldsymbol{R}, \xi)\rangle$ 不能分解为两个部分的乘积，其中杂有伪态，则从 (19) 式可见 $\mathscr{E}_{\rm CM}\left(q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q_i}\right)$ 不再是常数而与 $\left\{q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right\}$ 有关．此时等效哈密顿量为

$$\mathscr{N}^{-\frac{1}{2}}\mathscr{E}_{\rm CM}\left(q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right)\mathscr{N}^{\frac{1}{2}} + \mathscr{N}^{-\frac{1}{2}}\mathscr{E}_{\rm int}\left(q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right)\mathscr{N}^{\frac{1}{2}}. \tag{22}$$

两个部分彼此不能互易，伽利略变换及空间移动的对称性受到破坏．又因为计算的是总的 $\langle H\rangle$，表观上，不是常数的 $\mathscr{E}_{\rm CM}\left(q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right)$ 将加在内部激发能上，使不能得到正确的激发能谱。

根据上面的讨论可见质心运动与内部运动的可分解性是保持空间移动和伽利略变换对称性的充要条件。Peierls-Thouless[2] 指出可用投影方法获得分解了的波函数（[2] (2.6) 式）

$$\Psi_{\boldsymbol{k}} = e^{i\boldsymbol{k}\cdot\bar{\boldsymbol{x}}}\int d^3\boldsymbol{k}' d^3\boldsymbol{r} F(\boldsymbol{k}') e^{i\boldsymbol{k}'\cdot(\boldsymbol{r}-\bar{\boldsymbol{x}})}\phi_0(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}), \tag{23}$$

其中 $\phi_0(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r})$ 是由单粒子波函数构成的 Slater 行列式，$F(\boldsymbol{k}')$ 是任意的权重函数．积分部份，亦即 $\Psi_{\boldsymbol{k}=0}$，与质心坐标无关，是内部运动波函数．此时，不同的权重函数 $F(\boldsymbol{k}')$ 给出不同的内部运动状态，因此 $\boldsymbol{k}'$ 只能表述某种内部运动自由度．如果直接把 $\Psi_{\boldsymbol{k}=0}$ 用于生成坐标方法（[2]§4），导出的等效哈密顿量将由 $\{\boldsymbol{k}', -i\boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{k}'}\}$ 来表述，而 $\bar{E}_{\rm CM}=0$.

三、关于空间、时间反演及空间、同位旋空间、规范空间转动的对称性

前已指出，在考虑内部激发时，必须排除相应于不同质心运动状态的伪态，$|\Phi_0(\boldsymbol{R},\xi)\rangle$ 应能分解为表述质心运动及内部运动的两部分的乘积，使保持伽利略变换及空间移动的对称性。

在原子核结构问题的研究中，一般都采用薛定谔表象，力学量与时间无关．因此，生成坐标也与时间无关．显然，等效哈密顿量保持了原来的对于时间移动的对称性。当然，在海森堡表象，结论仍然如此．所以对内部激发来说需要考虑的是：空间、时间反演及空间、同位旋空间、规范空间转动的对称性．

在生成坐标方法中，用（15）式所示的态来研究原子核的内部激发时，生成坐标 q^i 跟共轭于集体算子 P_i 的集体算子 Q^i 相应，共轭于生成坐标 q^i 的算子 $-i\hbar\dfrac{\partial}{\partial q^i}$ 则跟集体算子 P_i 相应．它们具有相同的量纲及变换性质．例如对于角动量为 $\lambda\mu$、同位旋为 tm_t、核子数为 s，以及确定的空、时反演性质的集体的内部激发算子 $Q_{\lambda\mu,tm_t,s}$，应相应地有生成坐标 $q_{\lambda\mu,tm_t,s}$．对于不连续的空、时反演变换，有如下的性质：

$$\mathscr{P}_q q_{\lambda\mu,tm_t,s}\mathscr{P}_q^{-1}=\mathscr{P}_F Q_{\lambda\mu,tm_t,s}\mathscr{P}_F^{-1},\tag{24}$$

$$\mathscr{T}_q q_{\lambda\mu,tm_t,s}\mathscr{T}_q^{-1}=\mathscr{T}_F Q_{\lambda\mu,tm_t,s}\mathscr{T}_F.\tag{25}$$

对于连续的空间、同位旋空间、规范空间转运，相应的生成算子为

$$\frac{1}{\hbar}J_\omega\left(q_{\lambda\mu,tm_t,s},\frac{\partial}{\partial q_{\lambda\mu,tm_t,s}}\right)=\sqrt{\frac{\lambda(\lambda+1)(2\lambda+1)}{3}}\sum_{\mu\nu}\langle\lambda\mu\lambda\nu||\omega\rangle q_{\lambda\mu,tm_t,s}\frac{\partial}{\partial q^*_{\lambda\mu,tm_t,s}},\tag{26}$$

$$T_{m_T}\left(q_{\lambda\mu,tm_t,s},\frac{\partial}{\partial q_{\lambda\mu,tm_t,s}}\right)=\sqrt{\frac{t(t+1)(2t+1)}{3}}\sum_{m_t m_t'}\langle tm_t,tm_t'||m_T\rangle q_{\lambda\mu,tm_t,s}\frac{\partial}{\partial q^*_{\lambda\mu,tm_t',s}},\tag{27}$$

$$N\left(q_{\lambda\mu,tm_t,s},\frac{\partial}{\partial q_{\lambda\mu,tm_t,s}}\right)=s\sum_{\mu,m_t}\left(q_{\lambda\mu,tm_t,s}\frac{\partial}{\partial q_{\lambda\mu,tm_t,s}}-q^*_{\lambda\mu,tm_t,s}\frac{\partial}{\partial q^*_{\lambda\mu,tm_t,s}}\right)=-is\sum_{\mu,m_t}\frac{\partial}{\partial\varphi_{\lambda\mu,tm_t,s}}.\tag{28}$$

这里 $\varphi_{\lambda\mu,tm_t,s}$ 是 $q_{\lambda\mu,tm_t,s}$ 的幅角．如 $q_{\lambda\mu,tm_t}$ 为实数，对应的集体算子 $Q_{\lambda\mu,tm_t}$ 不带核子数，虽因有

$$Q^+_{\lambda\mu,tm_t}=(-)^{\lambda-\mu}(-)^{t-m_t}Q_{\lambda-\mu,t-m_t},$$

而有

$$q^*_{\lambda\mu,tm_t}=(-)^{\lambda-\mu}(-)^{t-m_t}q_{\lambda-\mu,t-m_t},$$

实际上 $Q_{\lambda\mu,tm_t}$ 及 $Q^+_{\lambda\mu,tm_t}$ 可以组合成两个厄密算子，相应地 $q_{\lambda\mu,tm_t}$ 及 $q^*_{\lambda\mu,tm_t}$ 也可以同时组

合成两个独立的实变量．但如 $Q_{\lambda\mu,tm_t,s}$ 带 s 个核子数时，$Q^{+}_{\lambda\mu,tm_t,s}$ 带 $(-s)$ 个核子数，它们不能直接组合成两个保持确定的规范空间转动性质的厄密算子，因而 $q_{\lambda\mu,tm_t,s}$ 必须是复的．

(15) 式是符合状态叠加原理的，其中的 q^i 是参变量，这里不存在多余自由度的问题．但是数学处理上，可以考虑一个复合空间，它包括原来的费密子自由度以及由生成坐标 q^i 所表述的集体自由度．因为经过对 q^i 积分，所得到的 $|\Psi\rangle$ 只剩下了费密子自由度，不存在多余自由度问题．同样，对费密子态求内积，所得到的集体运动哈密顿量只与集体变量 $\left\{q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right\}$ 有关，也不存在多余自由度问题．

这种观点，为我们考虑对称性提供了便利．对于复合空间中的变换，我们引入如下的算子：

空间反演算子

$$\mathscr{P} = \mathscr{P}_F \cdot \mathscr{P}_q, \tag{29}$$

时间反演算子

$$\mathscr{T} = \mathscr{T}_F \cdot \mathscr{T}_q, \tag{30}$$

空间转动的生成算子

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{J}(a^+, a) + \boldsymbol{J}\left(q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right), \tag{31}$$

同位旋空间转动的生成算子

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}(a^+, a) + \boldsymbol{T}\left(q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right), \tag{32}$$

规范空间转动的生成算子

$$N = \sum_p a_p^+ a_p + (-i)\sum_k s_k\frac{\partial}{\partial \varphi_k}. \tag{33}$$

非常明显，(15) 式中的 $\exp\left[-\frac{i}{\hbar}\sum_i q^i P_i\right]$ 对空间、时间反演及空间、同位旋空间、规范空间的转动都保持不变．对于偶偶核，又不考虑非集体激发，可使 $|\Phi(0)\rangle$ 对上述变换保持不变，而 $|\Psi\rangle$ 的对称性完全决定于 $f(q_i)$．于是从 (17)(18)(19) 式可见 $\mathscr{N}_\lambda\bar{\mathscr{E}}_{\rm CM}$ 及 $\mathscr{E}_{\rm int}\left(q^i, -i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}\right)$ 都是对于上述变换的不变量．因而所得到的等效哈密顿量 $\mathscr{N}^{-\frac{1}{2}}\times[\bar{\mathscr{E}}_{\rm CM}+\mathscr{E}_{\rm int}]\mathscr{N}^{\frac{1}{2}}$ 也是对于上述变换的不变量．

在 (15) 式中，当集体算子涉及核子数的增减时，我们考虑复的 q^i，对 q^i 的积分于是包括对实部和虚部的积分或者对模量与辐角的积分．把 φ_i 看成变量并对 φ_i 积分，意味着 φ_i 完全不确定，故核子数能够守恒．在通常的 BCS 解中，忽略了规范空间转动的动效应，对 φ_i 取确定值，当然破坏了核子数守恒的性质．

同样，在 (15) 式中，把所有 $q_{\lambda\mu,tm_t}$ 看成变量并对它们积分，就考虑了普通空间和同位旋空间的转动，方位角完全不确定，角动量和同位旋守恒．而在通常的 HF 解中，没有考虑空间转动，因而破坏了角动量守恒的性质．

总而言之，在连续的空间、同位旋空间、规范空间转动中，对称破缺可因线性叠加而得

到恢复．而这种线性叠加导致了相应于该对称破缺的集体运动．故可以说对称破缺因考虑相应的集体运动而得到恢复．

四、讨　论

我们在上面两节中系统地讨论了生成坐标方法中关于对称性的问题．在本节中我们将讨论几个可能提出的具体问题．

（1）为了保证得到正确的质心平移惯量对(3)式的 $|\Phi(0)\rangle$ 需要进行投影，那末在求转动惯量时，对（15）中的已经分解出质心运动的 $|\Phi(0)\rangle$ 是否还需要作投影？我们已清楚地指出，投影是为了将 $|\Phi(0)\rangle$ 化成可分解的形式，使满足伽利略变换及空间移动对称性的要求．但对于空间转动而言，并不同时存在类似于伽利略变换的对称性．如果把原子核放在转动坐标系上，就需要考虑科里奥利力．转动与其它自由度间存在耦合．把转动孤立出来研究只是一种近似，应当进一步考虑科里奥利力所产生的效应．也就是说对 $|\Phi(0)\rangle$ 不应再附加额外的可分解条件．

（2）引入复的生成坐标[3]的意义如何？我们已指出生成坐标 q^i 的变换性质完全由它所表征的集体算子 Q^i 来规定．生成坐标 q^i 是实数还是复数由规范空间转动的对称性来规定．如集体算子改变核子数，生成坐标应是复的．如集体算子不改变核子数，生成坐标应是实的．在后一情形，即使不管规范空间转动的对称性要求，把它延拓到复平面中去，把生成坐标的实部和虚部作为独立变量来考虑，也不会增加新的物理结果．

（3）引入一组共轭的动力学生成坐标 q,p[3] 的意义怎样？由于测不准关系 q,p 是不可能同时确定的，因此只能取其中的一个作为独立的生成坐标．只是在经典意义上，q,p 才能同时确定．此时实际上取的是 $\bar{q}(t)$，$\bar{p}(t)$．Villars[4] 即曾取

$$|\Psi\rangle = e^{\frac{i}{\hbar}\bar{p}(t)Q}\, e^{-\frac{i}{\hbar}\bar{q}(t)P}|\Phi_0\rangle, \tag{34}$$

来导出经典的集体运动哈密顿量．但如果考虑与时间有关的生成坐标方法，取 $f(q,t)$，即可在经典极限下求得 Villars 的结果[1c]．

再如考虑波包 $|q,p\rangle$，则 (q,p) 都存在涨落，但 (q,p) 仍必须联系轨道的概念来考虑，不能像（1）式那样作为完全独立的变量．通过（1）来导出等效的集体运动哈密顿量时，对于每一个独立变量 q^i 都有它自己的共轭的动力学量 $-i\hbar\frac{\partial}{\partial q^i}$．因此，至少可以认为，从导出等效的集体运动哈密顿量的角度来说，引入一对共轭的动力学量 (q,p) 并不是可取的．

参　考　文　献

[1] (a)徐躬耦，中国科学，No. **6** (1974)，p. 567.
(b)徐躬耦，杨亚天，王顺金，中国科学，No. **4**(1981)，p. 427.
(c)徐躬耦，高能物理与核物理，**5**(1981)，358.
(d)徐躬耦，高能物理与核物理，**7**(1983)，510.
[2] R. E. Peierls and D. J. Thouless, *Nucl. Phys.*, **38**(1962), 154.
[3] P. Ring and P. Schuck, The Nuclear Many-Body Problem, Springer-Verlag, (1980). Chapter 10.
[4] F. Villars, *Nucl. Phys.*, **A285**(1977), 269.

THE GENERATOR COORDINATE METHOD AND NUCLEAR COLLECTIVE MOTIONS (VII) THE PRESERVATION OF SYMMETRY PRORERTIES

XU GONG-OU

(*Lanzhou University*)

ABSTRACT

In order to preserve all the symmetry properties for the effective collective hamiltonian obtained with the generator coordinate method ,it is necessary for the trial wave function to have proper transformation properties. The generator coordinates should then transform in the same way as the represented collective operators respectively. And the mass-centre motion should be independent with respect to the internal motion in conformity with the invariance of the nuclear hamiltonian with respect to space rotation and Galilean transformation .