

# 袋模型中强子结构函数的雷吉修正 与标度破坏

汪醒民 宋孝同 殷鹏程  
(杭州大学) (同济大学)

## 摘要

本文利用文献[1]给出的方法计算了介子结构函数。在另级近似下对于 $\pi$ 介子有:  $W_1^*(x) \sim (1-x)$ 。接着引入共振-雷吉修正的近似式, 得到在整个区间  $0 \leq x \leq 1$  与实验相符的核子、 $\pi$ 介子价夸克分布函数。我们还推测了标度破坏对旁观夸克数及有效袋半径的可能影响。最后指出海夸克的分布函数也可用相似的玻密修正估算。

## 一、导引

在前一篇文章<sup>[1]</sup>中, 我们引入了洛伦兹不变的中间玻色子-核子有效相互作用拉氏函数:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(y) = \sum_{1+2,3} \int \frac{d^3 R}{\lambda^3} A^{\mu a}(z_1) \begin{bmatrix} \bar{\phi}(z_1)(\lambda^a \gamma_\mu) \phi(z_1) \\ \bar{\phi}(z_0) \gamma^0 \phi(z_2) \\ \bar{\phi}(z_3) \gamma^0 \phi(z_3) \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

其中已令:  $z_i = r_i + y$ ,  $r_i = (0, \mathbf{r}_i)$  ( $i = 1, 2, 3$ )。

我们还推广了 Barnhill III<sup>[2]</sup> 的自由度分离假设, 得到具有平移不变性的口袋-夸克流:

$$J_\mu^a(y) = \sum_{1+2,3} \int \frac{d^3 R}{\lambda^3} e^{i \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_1} \begin{bmatrix} \bar{\phi}(z_1)(\lambda^a \gamma_\mu) \phi(z_1) \\ \bar{\phi}(z_2) \gamma_0 \phi(z_2) \\ \bar{\phi}(z_3) \gamma_0 \phi(z_3) \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

将(1.2)代入轻子-核子散射截面的强子张量部分:

$$W_{\mu\nu}^{ab} = \frac{1}{4\pi} \int d^4 y e^{i \mathbf{q} \cdot \mathbf{y}} \langle aP | [J_\mu^{a+}(y), J_\nu^b(0)] | aP \rangle \quad (1.3)$$

利用夸克在袋内是准自由粒子以及我们由此定义的运算法则如:

$$\left[ \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_2 \\ a'_3 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} [a_1, a'_1] \\ [a_2, a'_2] \\ [a_3, a'_3] \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

我们最后得到了核子结构函数的表达式:

$$W_1^{ab} = cf(x) \sum_a \langle T | b_a^+(λ^a λ^b) b_a | T \rangle \quad (1.5a)$$

其中:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{MN^6 R_0^{10}}{2\pi} \int_0^{\beta_0} d\beta \int_{\frac{1}{2}(\beta_0-\beta)}^{\frac{1}{2}(\beta_0+\beta)} (\beta_0 - \beta_1) \beta_2 d\beta_2 \times (T_{00}^2(s, \beta) + T_{11}^2(s, \beta)) \\ &\quad \times (T_{00}(s, \beta_2) + T_{11}(s, \beta_2))^2 (T_{00}(s, \beta_0 - \beta_2) + T_{11}(s, \beta_0 - \beta_2))^2 \end{aligned} \quad (1.5b)$$

这里已令:

$$\begin{aligned} \beta_0 &= (1-x)MR_0 \\ T_{00}(s, \beta) &= \int_0^1 x^2 dx j_0(sx) j_0(\beta x) = \frac{1}{s^2 - \beta^2} [sy_0(s)j_0(\beta) - \beta j_0(s)y_0(\beta)] \\ T_{11}(s, \beta) &= \int_0^1 x^2 dx j_1(sx) j_1(\beta x) = \frac{1}{s^2 - \beta^2} [\beta j_1(s)j_0(\beta) - s j_0(s)j_1(\beta)] \end{aligned} \quad (1.5c)$$

(1.5a) 式具有显示的 Bjorken 标度性, 正定, 当  $x \geq 1$  时为零, 当  $x \approx 1$  时  $f(x) \propto (1-x)^4$ . 我们还证明了, 只要取归一化:

$$c \int_0^1 f(x) dx = 0.5 \quad (1.6)$$

就能满足除动量求和外的一系列求和法则. 不过曲线(1.5)与实验曲线只在  $x \sim 1$  的一段相符.

拉氏函

在下一节我们将用同样方法计算介子结构函数. 在第 3 节我们引入雷吉修正项, 得到较好的价夸克分布函数. 第 4 节则将探讨  $Q^2$  对旁观夸克数及游动半径  $R$  的影响及相应的结构函数修正形式. 在第 5 节我们引入背景-玻密修正项估算了海夸克的分布函数, 结果与实验也相符. 最后一节作了简单的小结与讨论.

袋-夸克

## 二、袋模型中的介子结构函数

(另级近似)

我们现在套用上节的方法来计算介子结构函数. 中间玻色子-介子有效相互作用拉氏函数为:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eff}(y) &= \int \frac{d^6 R}{\lambda^3} A^{\mu a}(z_1) \left[ \frac{\bar{\phi}(z_1)(\lambda^\mu \gamma_\mu)\phi(z_1)}{\bar{\phi}(z_2)\gamma^0\phi(z_2)} \right] \\ &\quad + \int \frac{d^6 R}{\lambda^3} A^{\mu a}(z_2) \left[ \frac{\bar{\phi}(z_1)\gamma^0\phi(z_1)}{\bar{\phi}(z_2)(\lambda^\mu \gamma_\mu)\phi(z_2)} \right] \end{aligned} \quad (2.1)$$

相应的自由度分离公式为:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda^3}} \left[ \frac{\phi(z_1)}{\phi^+(z_2)} \right] = \int d^3 p \sqrt{\frac{M}{E_p(2\pi)^3}} e^{-ip \cdot y} \psi_p(\mathbf{R}) a_p \quad (2.2)$$

$$\psi_p(\mathbf{R}) = \sum_{a_1 a_2} b_{a_1 p} d_{a_2 p} q_{a_1 p}(\mathbf{r}_1) \chi_{a_2 p}^+(\mathbf{r}_2) \quad (2.3)$$

在(2.1)~(2.3)中,  $\phi, q_a$  代表夸克波函数, 而  $\bar{\phi}, \chi$  代表反夸克波函数。当  $P = (M, \mathbf{o})$  时, 由 [3]:

$$\chi_a(\mathbf{r}_i) = \frac{N}{4\pi} \begin{bmatrix} -i(\sigma \cdot \hat{\mathbf{r}}_i) j_1 \left( \frac{\epsilon |\mathbf{r}_i|}{R_0} \right) U_m \\ j_0 \left( \frac{\epsilon |\mathbf{r}_i|}{R_0} \right) U_m \end{bmatrix} \quad (2.4a)$$

$$\epsilon = \omega_{-11} = 2.04, \quad N^2 = \epsilon^3 / [2R_0^3(\epsilon - 1) \sin^2 \epsilon] \quad (2.4b)$$

由(2.1)可得到具有平移不变性的口袋-夸克流:

$$J_\mu^a(y) = \int \frac{d^6 R}{\lambda^3} \left\{ e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_1} \left[ \begin{array}{c} \bar{\phi}(z_1) \lambda^a \gamma_\mu \phi(z_1) \\ \bar{\phi}(z_2) \gamma^0 \phi(z_2) \end{array} \right] + e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_2} \left[ \begin{array}{c} \bar{\phi}(z_1) \gamma^0 \phi(z_1) \\ \bar{\phi}(z_2) \lambda^a \gamma_\mu \phi(z_2) \end{array} \right] \right\} \quad (2.5)$$

代入(1.3), 利用(1.4)及(2.2), 得到不为零的项:

$$W_{\mu\nu}^{ab} = \frac{1}{4\pi} \int d^4y e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{y}} \int \frac{d^6 R}{\lambda^3} \left\{ e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1)} \langle \alpha P | \left[ \begin{array}{c} \bar{\phi}(z_1) \lambda^a \gamma_\mu \{ \phi(z_1), \bar{\phi}(z'_1) \} \lambda^b \gamma_\nu \phi(z'_1) \\ - \bar{\phi}(z'_2) \gamma_0 \{ \phi(z'_2), \bar{\phi}(z_2) \} \gamma_0 \phi(z_2) \end{array} \right] | \alpha P \rangle \right. \right. \\ \left. \left. + e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}'_2)} \langle \alpha P | \left[ \begin{array}{c} \bar{\phi}(z_1) \gamma_0 \{ \phi(z_1), \bar{\phi}(z'_1) \} \gamma_0 \phi(z'_1) \\ - \bar{\phi}(z'_2) \lambda^a \gamma_\mu \{ \phi(z'_2), \bar{\phi}(z_2) \} \lambda^b \gamma_\nu \phi(z_2) \end{array} \right] | \alpha P \rangle \right] \right\} \quad (2.6)$$

其中:

$$z_i = \mathbf{r}_i + \mathbf{y}, \quad \mathbf{r}_i = (0, \mathbf{r}_i), \quad z'_i = \mathbf{r}'_i, \quad \mathbf{r}'_i = (0, \mathbf{r}'_i) \quad (2.7)$$

按照文献[8], 将(2.6)中的反对易子用自由夸克反对易子代入, 注意到  $\phi$  只含负频部分而  $\bar{\phi}$  只含正频部分, 利用(2.2)、(2.3)并对  $d^4y$  积分, 有:

$$W_{\mu\nu}^{ab} = \frac{M}{(2\pi)^3 \lambda^3} \int \frac{d^3 k_1}{2k_1} \frac{d^3 k_2}{2k_2} \delta^4(p + q - \sum_{i=1}^2 k_i) \\ \cdot \sum_a \left\{ \left[ \int d^3 r_1 d^3 r'_1 \bar{q}_{a_1}(\mathbf{r}_1) \gamma_\mu \not{k}_1 \gamma_\nu q_{a_1}(\mathbf{r}'_1) e^{i(\not{k}_1 - \not{q})(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1)} \right. \right. \\ \cdot \int d^3 r_2 d^3 r'_2 \bar{\chi}_{a_2}(\mathbf{r}'_2) \gamma_0 \not{k}_2 \gamma_0 \chi_{a_2}(\mathbf{r}_2) \cdot e^{i(\not{k}_2 - \not{q})(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}'_2)} \left. \right] \langle T | b_{a_1}^+ d_{a_1}^+ (\lambda^a \lambda^b)_{(1)} b_{a_1}^- d_{a_1}^- | T \rangle \\ + \left[ \int d^3 r_1 d^3 r'_1 \bar{q}_{a_1}(\mathbf{r}_1) \gamma^0 \not{k}_1 \gamma^0 q_{a_1}(\mathbf{r}'_1) e^{i(\not{k}_1 - \not{q})(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'_1)} \cdot \int d^3 r_2 d^3 r'_2 \bar{\chi}_{a_2}(\mathbf{r}'_2) \gamma_\mu \not{k}_2 \gamma_\nu \chi_{a_2}(\mathbf{r}_2) \right. \\ \left. \cdot e^{i(\not{k}_2 - \not{q})(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}'_2)} \right] \langle T | b_{a_1}^+ d_{a_1}^+ (\lambda^a \lambda^b)_{(1)} b_{a_1}^- d_{a_1}^- | T \rangle \right\} \quad (2.8)$$

利用  $\gamma_\mu \not{k} \gamma_\nu = -g_{\mu\nu} \not{k} + \dots$ , 而  $-g_{\mu\nu}$  的系数就是  $W_1^{ab}$ ; 作类似[1]的计算有:

$$W_1^{ab} = \frac{MN^2 \tilde{N}^2}{(2\pi)^3 \lambda^3} (2\pi R_0^6)^2 \int d^3 k_1 d^3 k_2 \delta^4(p + q - k_1 - k_2) \\ \cdot \sum_a \{ (T_{00}(\epsilon, \beta) \not{k}_1 - T_{11}(\epsilon, \beta) \not{l}_1)^2 (T_{00}(\epsilon, \beta_2) \\ + T_{11}(\epsilon, \beta_2))^2 \langle T | b_{a_1}^+ d_{a_1}^+ (\lambda^a \lambda^b)_{(1)} b_{a_1}^- d_{a_1}^- | T \rangle + (T_{00}(\epsilon, \beta_1) \\ + T_{11}(\epsilon, \beta_1))^2 (T_{00}(\epsilon, \bar{\beta}) \not{k}_2 - T_{11}(\epsilon, \bar{\beta}) \not{l}_2)^2 \langle T | b_{a_1}^+ d_{a_1}^+ (\lambda^a \lambda^b)_{(2)} b_{a_1}^- d_{a_1}^- | T \rangle \} \quad (2.9a)$$

其中已令:

$$\not{l}_1 = \not{k}_1 - \not{q}, \quad \not{l}_2 = \not{k}_2 - \not{q}, \quad \beta = |\not{l}_1| R_0, \quad \bar{\beta} = |\not{l}_2| R_0, \quad \beta_i = k_i R_0 \quad (2.9b)$$

易证:

$$\int d^3k_1 d^3k_2 \delta^4(p + q - k_1 - k_2) \mathcal{F} = 2\pi \int \frac{k_2 k_1 dk_1}{|q|} \mathcal{F} \quad (2.10)$$

现在利用夸克是准自由粒子的假设<sup>[1]</sup>, 对于(2.9a)第一项, 由  $\mathbf{k}_1 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{q}$ ,  $|\mathbf{p}_{1,\max}| \equiv \frac{c'}{R_0} \ll |\mathbf{q}|$ , 有

$$|\mathbf{q}| - \frac{c'}{R_0} \leq k_1 \leq |\mathbf{q}| + \frac{c'}{R_0} \quad (2.11)$$

对(2.10)作中值近似有:

$$2\pi \int \frac{k_2 k_1 dk_1}{|q|} \mathcal{F} \doteq 2\pi \frac{k_2 k_1}{|q|} \cdot \frac{2c'}{R_0} \cdot \mathcal{F} \Big|_{k_1=|\mathbf{q}|}, \quad k_1 \cdot l_1 = 0 \quad (2.12)$$

对于(2.9a)的第二项可作同样的考虑, 最后得:

$$\begin{aligned} W_1^{ab} &= CMN^4 R_0^2 \beta_0 [T_{00}^2(\epsilon, \beta_0) + T_{11}^2(\epsilon, \beta_0)] [T_{00}(\epsilon, \beta_0) - T_{11}(\epsilon, \beta_0)]^2 \\ &\times \sum_a \langle T | b_{a_1}^+ d_{a_2}^+(\lambda^a \lambda^b) b_{a_1}^- d_{a_2}^- | T \rangle \end{aligned} \quad (2.13)$$

其中用到:

$$\begin{aligned} \beta &= |\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}| R_0 = \beta_2 = (M + q^0 - k_1) R_0 \xrightarrow{k_1=|\mathbf{q}|} (1-x) M R_0 = \beta_0 \\ \bar{\beta} &= \beta_1 = (M + q^0 - k_2) R_0 \xrightarrow{k_2=|\mathbf{q}|} (1-x) M R_0 = \beta_0 \\ c &= 2c' \frac{R^3}{\lambda^3} \end{aligned} \quad (2.14)$$

(2.13)式是首次用模型理论计算出来的另级近似介子结构函数表达式。它有显示的 Bjorken 标度性、正定, 当  $x \geq 1$  时为零, 在  $x \sim 1$  时有近似表式  $W_1^{ab} \sim (1-x)$  (这符合在文献[1]中导出的计数法则, 也符合常用的 Drell-Yan 计数法则)。我们还可以简化(2.13)式。因为对于  $\pi$  介子,  $0 \leq \beta_0 \leq M_\pi R_\pi \sim 0.5$ <sup>[4]</sup>, 这时由(1.10)有:

$$0 \leq \frac{T_{11}(\epsilon, \beta_0)}{T_{00}(\epsilon, \beta_0)} \leq 0.08 \ll 1 \quad (2.15)$$

$$T_{00}(\epsilon, 0.5) = 0.209 \approx T_{00}(\epsilon, 0) = 0.214$$

故对  $\pi$  介子, 有非常简单的表示式:

$$W_1^{ab}(x) = D(1-x) \sum_a \langle T | b_{a_1}^+ d_{a_2}^+(\lambda^a \lambda^b) b_{a_1}^- d_{a_2}^- | T \rangle \quad (2.16a)$$

其中已令

$$D \equiv CMN^4 R_0^8 T_{00}^4(\epsilon, 0) \quad (2.16b)$$

对于 K 介子, (2.16a) 也是可用的近似, 特别当  $x \geq 0.3$  时。由(2.16a)可直接得到:

$$W_1^{K\pi^+} = W_1^{K\pi^-} = \frac{5}{9} \cdot D(1-x) \quad (2.17a)$$

$$x u_v^{\pi^+} = x \bar{d}_v^{\pi^+} = x \bar{u}_v^{\pi^-} = x d_v^{\pi^-} = 2Dx(1-x) \quad (2.17b)$$

我们可以用价夸克数求和法则来确定  $D$ :

$$\int_0^1 u_v^{*+}(x) dx = \int_0^1 \bar{u}_v^{*-}(x) dx = \dots = 1 \quad (2.18)$$

得  $D = 1$ 。与核子的情况相同,这样确定的介子价夸克分布函数与实验曲线不符,而且动量求和:

$$\int_0^1 4Dx(1-x) dx = 4 \int_0^1 x(1-x) dx = \frac{2}{3} \quad (2.19)$$

也与几个经验公式给出的估计不符。

### 三、强子价夸克分布函数的共振-雷吉修正

在前两节给出的核子和  $\pi$  介子结构函数,都只是另级近似下的价夸克的贡献。作为一级修正,应该考虑光子  $\rightarrow \rho$  介子然后与强子作用的贡献。按文献 [5],  $\pi$  介子的价夸克分布函数可表示为:

$$x\bar{u}_v^{*-}(x) = \frac{2}{5} B\sqrt{x}(1-x)^{5/2} F\left(1, 2, \frac{7}{2}; 1-x\right) + 2Dx(1-x) \quad (3.1a)$$

其中  $F(a, b, c; x)$  是超几何函数,  $B, D$  两参数要按价夸克数求和法则(2.18)及选取一个实验点加以确定,结果为:

$$D = 0.36, \quad B = (1-D)/1.06 = 0.60 \quad (3.1b)$$

(3.1a) 的第二项是用 Drell-Yan-West 计数法则:

$$W_1(x) \sim (1-x)^{2N-1}, \quad \text{当 } x \approx 1$$

推测来的。它恰好等于我们用袋模型计算得到的另级近似表式(2.17b)。而(3.1a)的第一项则是用重夸克模型(MQM)方法计算得到的共振-雷吉振幅修正。为了便于推广到核子,我们对共振-雷吉项作如下的简化:由于在  $x \sim 0$  时,  $F_{Rg} \sim \frac{1}{\sqrt{x}}$ ; 在  $x \sim 1$  时,

$F_{Rg} \sim (1-x)^{2N-1}$ , 而  $N$  可由此时最少旁观夸克数确定。(注意,这里采用 Drell-Yan 计数法则,因为旁观夸克分属不同的“口袋”)于是我们有近似表式:

$$xF_{Rg}(x) \sim \sqrt{x}(1-x)^{2N-1} \quad (3.2)$$

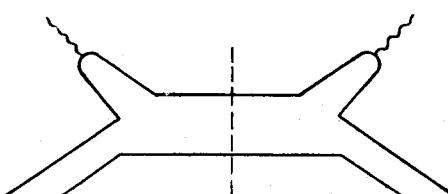


图 1  $\pi$  介子的共振-雷吉修正

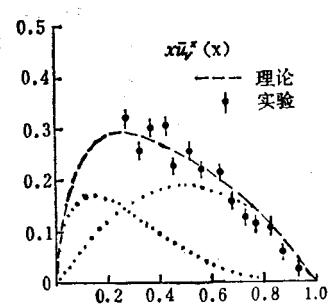


图 2  $\pi$  介子的价夸克分布函数  
(实验数据引自[6], 图 3)

对于 $\pi$ 介子,  $N = 2$  (见图1), 得到修正后的价夸克分布函数为:

$$x\bar{u}_v^*(x) = B\sqrt{x}(1-x)^3 + 2Dx(1-x) \quad (3.3a)$$

利用(2.18)并选取一个实验点可定出:

$$D = 0.37, \quad B = 0.69 \quad (3.3b)$$

由图2可见, 曲线(3.3)与实验吻合得很好, 而且参数 $D$ 也与(3.1)给出的相符。此外, 文献[6]还给出了一条经验曲线:

$$a\sqrt{x}(1-x)^b: \quad a = 0.90 \pm 0.06, \quad b = 1.27 \pm 0.06 \quad (3.4)$$

由此得到的 $\pi$ 介子价夸克动量求和为 $0.40 \pm 0.10$ , 而由(3.3)则可得到为0.39。这些都说明我们采用雷吉近似(3.2)是可取的。

对于核子当然也应有类似的共振-雷吉修正项(这时最少旁观夸克数为3):

$$xq_v(x) = A\sqrt{x}(1-x)^5 + 6xcf(x, R) \quad (3.5)$$

其中 $cf(x, R)$ 由(1.5)式给出,  $q_v(x)$ 的定义为:

$$q_v(x) = u_v(x) + d_v(x) \equiv 6f_v(x) \quad (3.6)$$

利用价夸克数求和法则:

$$\int_0^1 q_v(x)dx = A \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}(1-x)^5 dx + 6c \int_0^1 f(x, R)dx = 3 \quad (3.7)$$

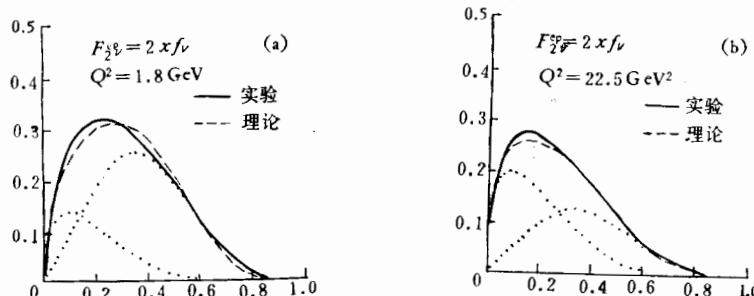


图3 结构函数中价夸克的贡献

理论曲线: (a)-(3.8)式; (b)-(3.9)式。

实验曲线: 引自[9], 图11。

并选取一个适当的实验点(取 $R_0 = 5 \text{ GeV}^{-1}$ ), 对于 $Q^2 = 1.8 \text{ GeV}^2$ 有:

$$xq_v(x) = 2.25\sqrt{x}(1-x)^5 + 48.6f(x, R_0 = 5) \quad (3.8a)$$

此时动量求和为:

$$\int_0^1 xq_v(x)dx = 2.25 \times 0.0568 + 48.6 \times 0.00705 = 0.47 \quad (3.8b)$$

由图3a可见, 它与实验曲线基本一致。

对于 $Q^2 = 22.5 \text{ GeV}^2$ , 则有:

$$xq_v(x) = 3.17\sqrt{x}(1-x)^5 + 23.5f(x, R_0 = 5) \quad (3.9a)$$

此时动量求和为:

$$\int_0^1 x q_\nu(x) dx = 3.17 \times 0.0568 + 23.5 \times 0.00705 = 0.35 \quad (3.9b)$$

由图 3b 可见, 它也与实验曲线基本相符.

最后应指出, J. F. Gunion<sup>[10]</sup> 曾对核子共振雷吉项作估算为  $\sim \frac{1}{\sqrt{x}} (1-x)^{5.7}$  (他选取了  $\frac{1}{\sqrt{x}} (1-x)^7$ ), 与我们的近似 (3.5) 基本相一致.

#### 四、标度破坏的进一步探讨

在前一节中, 我们在价夸克分布函数中把  $N$  取为最少旁观夸克数, 但实际上随着  $Q^2$  的增加, 过程的时间间隔减少,  $N$  会成对的增加.

另一方面, 由于袋半径  $R$  应与消除红外发散有关, 故应与作用常数  $\alpha \equiv g^2/4\pi$  及重整点  $\Lambda$  有关. 李政道<sup>[7]</sup>曾利用重整化群方程由  $g_R = g\left(\frac{R_0}{R}, g_0\right)$  解出  $\alpha_R$  与  $R$  的关系为(他假定  $R_0^{-1} = \Lambda$ ):

$$\alpha(R) = \frac{2\pi}{\beta_0} \alpha_0 / \left[ \alpha_0 \ln \left( \frac{R_0}{R} \right) + \frac{2\pi}{\beta_0} \right] \quad (4.1a)$$

$$= \frac{2\pi}{\beta_0 \ln (\lambda R_0 / R)} \quad \left( \text{已令 } \ln \lambda = \frac{2\pi}{\alpha_0 \beta_0} \right) \quad (4.1b)$$

故  $\alpha(R)$  随  $R$  的减少而减少. 若取  $R = R_0 = 5 \text{ GeV}^{-1}$ ,  $\alpha(R) = 2.20$ <sup>[4]</sup>,  $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3} f = 9$ , 则可得  $\ln \lambda = 1.37$ .

而由微扰 QCD, 我们又有:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda^2)} \quad (4.1c)$$

即  $\alpha_s$  随  $Q^2$  增加而减少. 虽  $\alpha_s(Q^2)$  不等于  $\alpha(R)$  (后者包括红外发散), 但我们可假定它的变化趋势相同, 因此, 当  $Q^2$  增加时, 游动  $\alpha_s(Q^2)$  减少, 从而有效袋半径  $\bar{R} = R(\alpha_s(Q^2))$  也减少.

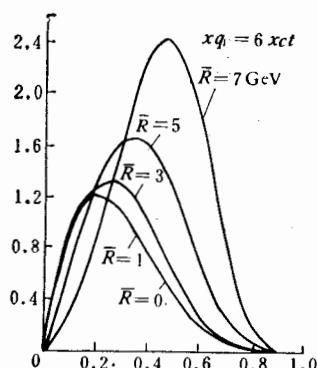


图 4 不同  $\bar{R}$  的价夸克分布函数

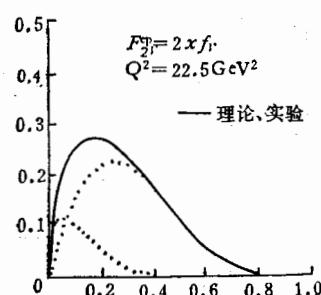


图 5 理论曲线: 见(4.5)式.  
实验曲线: 引自 [9], 图 11

对应不同的  $\bar{R}$  上机运算(1.5)式, 暂不考虑雷吉修正而按(1.6)式定出  $c$  值, 可得价夸克分布函数如图 4 所示。有趣的是, 按(4.1b)式,  $\bar{R}_{\max} = \lambda R_0 = 6.86 \text{ GeV}^{-1} \approx 7 \text{ GeV}^{-1}$ , 这时价夸克动量求和  $\approx 1$ , 这与 Jaffe<sup>[8]</sup> 的相应结果一致。由图 4 还可见, 当  $M\bar{R} \leq 1$  时, 曲线(1.5)就与  $M\bar{R} \rightarrow 0^+$  的极限曲线基本一致, 即:

$$F_1(x, M\bar{R} \leq 1) \propto (1-x)^4 \quad (\text{重子}) \quad (4.2)$$

此式在区间  $0 \leq x \leq 1$  均成立。

而对于介子, 由第 2 节的论讨已有:

$$F_1(x, M\bar{R} \leq 0.5) \propto (1-x) \quad (\text{介子}, 0 \leq x \leq 1) \quad (4.3)$$

当然, (4.2)、(4.3) 可能不适用含粲的强子。

根据以上考虑, (3.5) 式应改写为:

$$xq_v(x) = A\sqrt{x}(1-x)^{2N(Q^2)-1} + 6xcf(x, R(Q^2)) \quad (4.4)$$

对于  $Q^2 = 22.5 \text{ GeV}^2$ , 我们试取  $N = 5$ ,  $\bar{R} = 3 \text{ GeV}^{-1}$ , 并由(3.7) 及一个实验点定出  $A, C$  得:

$$xq_v(x) = 2.62\sqrt{x}(1-x)^9 + 261xf(x, \bar{R} = 3 \text{ GeV}^{-1}) \quad (4.5)$$

所得曲线示于图 5, 与实验曲线吻合得很好。而且动量求和为 0.36, 也与实验一致。

最后, 考虑  $Q^2 \rightarrow \infty$ ,  $\bar{R} \rightarrow 0$  时的分布函数。因此时另级近似项固定于(4.2), 系数  $c$  趋向于零; 而雷吉项的  $N(Q^2) \rightarrow \infty$ . 由价夸克数求和:

$$A \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}(1-x)^{2N-1} dx = 3 \quad (4.6a)$$

易得动量求和

$$\int_0^1 xq_v(x) dx = \frac{3}{4N+1} \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{} 0 \quad (4.6b)$$

这与渐近自由 QCD 的预言相符。

## 五、海夸克的分布函数

海夸克的贡献可由 Pomeron 振幅表示<sup>[5,10]</sup>。如文献[10]给出海夸克分布函数为

$$xs(x) \sim (1-x)^{2N-1} = (1-x)^7 \quad (5.1)$$

其中  $s(x) = u_s + \bar{u}_s + d_s + \bar{d}_s + s_s + \bar{s}_s \approx 6u_s$ , 指数  $2N-1$  来自 Drell-Yan 计数法则, 这里  $N$  取为 4 (见图 6)。

因现在旁观夸克均属同一口袋, 按我们推广(1.5)及(2.17)所得之新的计数法则<sup>[11]</sup>

$$W_1(x) \underset{x \rightarrow 1}{\sim} (1-x)^{3N-2} \quad (5.2)$$

我们可将(5.1)式修正为:

$$xs(x) = B(1-x)^{3N(Q^2)-2} \quad (5.3)$$

故对核子, 在低能域当取  $N(Q^2) = 4$  时有:

$$xs(x) = B(1-x)^{10} \quad (5.4a)$$

在  $Q^2$  较大时, 则可取  $N(Q^2) = 6$ :

$$xs(x) = B(1-x)^{16} \quad (5.4b)$$

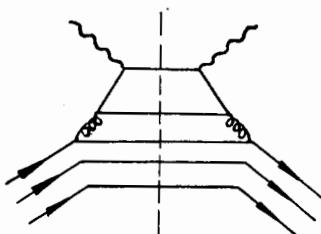


图 6 海夸克的贡献

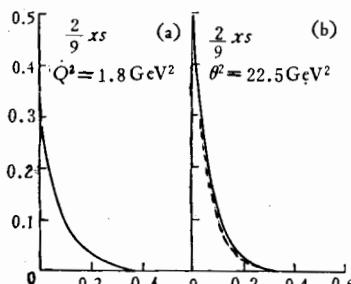


图 7 海夸克对结构函数的贡献

理论曲线: (a)  $\sim (1-x)^{10}$ ,(b)  $\sim (1-x)^{16}$ .

实验曲线: 引自 [9], 图 11.

(a) — 理论, 实验

(b) — 理论 — 实验

它们分别与  $Q^2 = 1.8, 22.5 \text{ GeV}^2$  时的相应实验曲线相吻 (图 7). 看来, 当旁观夸克同属一个口袋时, 新计数法则 (5.2) 似乎比 Drell-Yan 法则更符合实验.

## 六、小结与讨论

看来, 利用平移不变的口袋夸克流, 我们可以得到另级近似下的袋模型核子与介子结构函数. 加上雷吉修正后, 价夸克分布函数就能与实验相符, 并满足一系列求和法则. 若考虑到  $N, \bar{R}$  与  $Q^2$  的可能关系, 则在大  $Q^2$  时的价夸克分布函数也与实验符合得很好. 应用新的计数法则所得的玻密项与海夸克的相应实验曲线也相符.

本文仅仅唯象地引入了强作用修正. 我们相信, 建立雷吉理论、微扰 QCD 与袋模型之间的内在联系将为用后者解决强作用问题开辟新的途径, 同时希望我们的工作以及存在的问题能为改善袋模型及其动力学处理提供某些有用的线索.

## 参 考 文 献

- [1] 汪醒民等, 高能物理与核物理, 5 (1982), 560.
- [2] W. V. Barnhill III, *Phys. Rev.*, D20 (1979), 723.
- [3] A. Chodos et al, *Phys. Rev.*, D10 (1974), 2599.
- [4] T. De Grand et al, *Phys. Rev.*, D12 (1975), 2060.
- [5] P. Castorina et al, *Phys. Lett.*, 93B (1980), 291.
- [6] C. B. Newman et al, *Phys. Rev. Lett.*, 42 (1979), 951.
- [7] T. D. Lee, *Phys. Rev.*, D19 (1979), 1802.
- [8] R. L. Jaffe, *Phys. Rev.*, D11 (1975), 1953.
- [9] A. J. Buras, *Rev. Mod. Phys.*, 52 (1980), 199.
- [10] J. F. Gunion, *Phys. Rev.*, D10 (1974), 242.

# THE REGGE-CORRECTION AND THE SCALING VIOLATION OF HADRON STRUCTURE FUNCTIONS IN BAG MODEL

## ABSTRACT

In this paper the meson structure functions are calculated by use of the method given in ref. [1]. It is obtained that  $W_{1\pi}(x) \sim (1-x)$  for  $\pi$ -meson in the leading-order. Then an approximate expression of Resonance-Regge correction is introduced, and thus obtained nucleon and  $\pi$ -meson valence quark distribution functions are in good agreement with the data in the whole range of  $0 \leq x \leq 1$ . Also, the possible influence of scaling violation to the number of passive quarks and to the effective bag-radius is suggested. Finally, it is pointed out that the sea-quark distribution functions can be estimated by using a similar Pomeron correction.