第7卷 第1期 高能物理与核物理 Vol. 7, No. 1
1983年1月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Jan., 1983

放射性绝对测量和半衰期(IV)

—— N_0 的应用和准确度

冯锡璋 赵珍兰 郭应焕 罗世华
杨瑞英 黄忠祥 江泳
(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文讨论了在一给定时刻 t_0(通常是入射粒子轰击靶的结束时刻)的一个靶内的某一放射性同位素的原子数 N_0,在反应截面或束流强度的测定中或在活化分析中的应用,并分析了 N_0(并截面)的准确度.

1. 通常一个核反应的截面 σ,可用测量产物核的放射性得出,

$$\sigma=\frac{\lambda N_0}{R(1-e^{-\lambda T})} \tag{1}$$

这里,T 为照射时间,λ 为产物核的衰变常数,N_0 为照射结束 (t_0) 时的产物核的数目. 对用加速器离子束垂直靶面照射薄靶 (束流很接近于全部通过靶),R 为 In;对于用反应堆内的中子流照射靶(设靶的自屏蔽效应可忽略)而言,R 为 $\phi n'$. 这里,I 为离子束强度(每单位时间的离子数),ϕ 为反应堆内的中子通量 (每单位时间每单位面积的中子数),n 为每单位面积靶内的靶核数目,和 n' 为靶内的靶核数目.

2. 当 $T \ll (1/\lambda)$,即照射时间远短于产物核的寿期时,σ 可简化为:

$$\sigma=\frac{1}{R}\frac{N_0}{T}\left[1+\frac{\lambda T}{2}+\frac{\lambda^2T^2}{12}+0(\lambda^4T^4)\right]. \tag{2}$$

由衰变常数的实验值 $(\lambda+\Delta\lambda)$ 的不准确性 $\Delta\lambda$ 引入的误差,除了 N_0 的误差以外,是

$$\begin{aligned}\Delta\sigma=\sigma'-\sigma=\frac{N_0}{RT}&\left\{1+\frac{(\lambda+\Delta\lambda)T}{2}+\frac{(\lambda+\Delta\lambda)^2T^2}{12}\right.\\&\left.+0[(\lambda+\Delta\lambda)^4T^4]-1-\frac{\lambda T}{2}-\frac{\lambda^2T^2}{12}-0(\lambda^4T^4)\right\}\\=\frac{N_0}{RT}&\left\{\frac{(\Delta\lambda)T}{2}+\frac{(\Delta\lambda)\lambda T^2}{6}+0[(\Delta\lambda)^2T^2]\right\},\end{aligned} \tag{3}$$

这里,σ' 为用衰变常数实验值 $(\lambda+\Delta\lambda)$ 计算得出的截面。因此,

本文1982年2月22日收到。

$$D_2 = \frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{(\Delta\lambda)T}{2} - \frac{(\Delta\lambda)\lambda T^2}{12} + 0[(\Delta\lambda)^2T^2,\ (\Delta\lambda)\lambda^2T^3]. \tag{4}$$

若 $(\Delta\lambda/\lambda) = \pm 0.04$，$\lambda T = \frac{1}{30}$，则 $|D_2| < 0.0007$.

3. 因此，在 $\lambda T \ll 1$ 时，需用 N_0 来得出截面．截面的误差包括 RT 的测定的误差，N_0 的测定的误差 (D_1)，和 D_2.

4. $\lambda T \leqslant \frac{1}{30}$ 相当于寿期为 30 天（半衰期约为 21 天）时照射时间 $\leqslant$ 24 小时，或寿期为 30 小时（半衰期约为 21 小时）时照射时间 $\leqslant$ 1 小时，或寿期为 300 天（半衰期约为 210 天）时照射时间 $\leqslant$ 10 天．这样的条件是易于满足的.

5. $\lambda T \ll 1$ 的一个优点是 I 或 ϕ 随时间的变化对截面的测定影响较小.

6. 影响 D_1 值的因素除了由 $\Delta\lambda$ 引入的误差 (D)（已在放射性绝对测量和半衰期（I）和(III)中进行了讨论）之外，还有衰变率测量中的误差，其中包括测量的统计误差.

7. 设测量时间为 t（从零到 t），平均衰变率（或计数率）所相应的测量时刻 t_m 随着 t 的增加越来越向前地偏离于中心时刻 $(t/2)$，即 $t_m < t/2$，但可以计算得出．若用衰变常数的实验值 $(\lambda + \Delta\lambda)$ 进行计算，

$$e^{-(\lambda+\Delta\lambda)t_m} = \frac{(1 - e^{-(\lambda+\Delta\lambda)t})}{(\lambda + \Delta\lambda)t}, \tag{5}$$

$$t_m = \frac{1}{\lambda + \Delta\lambda} \ln\left[\frac{(\lambda + \Delta\lambda)t}{(1 - e^{-(\lambda+\Delta\lambda)t})}\right], \tag{6}$$

$$t_m^0 = \lim_{\Delta\lambda \to 0} t_m = \frac{1}{\lambda} \ln\left[\frac{\lambda t}{(1 - e^{-\lambda t})}\right]. \tag{7}$$

若 $(\lambda + \Delta\lambda)t = \frac{1}{30} \ll 1$，$(\Delta\lambda/\lambda) = \pm 0.04$，$t_m^0$ 很接近于 $(t/2)$，

$$\frac{\lambda t}{2} - \lambda t_m^0 = -\frac{\lambda^2(t_m^0)^2}{2} + \frac{\lambda^2t^2}{6} + \frac{\lambda^3(t_m^0)^3}{6} - \frac{\lambda^3t^3}{24} + 0(\lambda^4t^4), \tag{8}$$

则由于用中心时刻而引入的误差为

$$e^{\left(\frac{\lambda t}{2} - \lambda t_m^0\right)} - 1 \cong \left(\frac{\lambda t}{2} - \lambda t_m^0\right) \cong \frac{\lambda^2t^2}{24} < 0.0001 = 0.01\%.$$

8. 因此，当放射性较强时，以 $(\lambda + \Delta\lambda)^{-1}$ 为中心测量一个不太长的时间 t

$$\left[\text{如}\quad (\lambda + \Delta\lambda)t \cong \frac{1}{30}\right],$$

就可以达到所要求的统计性.

9. 当放射性较弱时，则需要测量一个相当长的时间并尽可能早地进行测量方能达到所要求的统计性．这样就必须采用以下的方法.

10. 第一种方法是以 $\left[(\lambda + \Delta\lambda)^{-1} + \frac{t}{2} - t_m\right]$ 为中心测量一个较长的时间 t．从(6)与(7)可以得出由 $\Delta\lambda$ 引入的衰变率（或计数率）的误差为 $[e^{\lambda(t_m - t_m^0)} - 1]$．表 1 显示了当 $(\Delta\lambda/\lambda) = \pm 0.04$，$(\lambda + \Delta\lambda)t = 0.03, 0.05, \cdots, 1.00$ 时的该误差的绝对值．从表中可以看出，即使 $(\lambda + \Delta\lambda)t = 0.5$，即一次测量约半个寿期的时间，该误差的绝对值仍小于

表1 由衰变常数的不准确性 $\Delta\lambda$ 引入的衰变率的误差

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$	$(\lambda+\Delta\lambda)t$	λt	λt_m	λt_m^0	$\lvert e^{\lambda(t_m-t_m^0)}-1\rvert$
−0.04	0.03	0.03125	0.015586	0.015584	<0.00001
	0.05	0.05208	0.025933	0.025929	<0.00001
	0.10	0.10417	0.05165	0.05163	0.00002
	0.20	0.20833	0.10243	0.10236	0.00007
	0.30	0.31250	0.15235	0.15218	0.00017
	0.40	0.41667	0.20140	0.20111	0.00029
	0.50	0.52083	0.24959	0.24914	0.00045
	0.60	0.62500	0.29692	0.29628	0.00064
	0.70	0.72917	0.34340	0.34253	0.00087
	0.80	0.83333	0.38904	0.38790	0.00114
	0.90	0.93750	0.43383	0.43239	0.00144
	1.00	1.04167	0.47779	0.47603	0.00176
+0.04	0.03	0.02885	0.014387	0.014388	<0.00001
	0.05	0.04808	0.023938	0.023942	<0.00001
	0.10	0.09615	0.04768	0.04769	0.00001
	0.20	0.19231	0.09455	0.09461	0.00006
	0.30	0.28846	0.14063	0.14077	0.00014
	0.40	0.38462	0.18591	0.18615	0.00024
	0.50	0.48077	0.23039	0.23077	0.00038
	0.60	0.57692	0.27408	0.27463	0.00055
	0.70	0.67308	0.31699	0.31773	0.00074
	0.80	0.76923	0.35911	0.36008	0.00097
	0.90	0.86538	0.40046	0.40168	0.00122
	1.00	0.96154	0.44103	0.44254	0.00151

万分之五.

11. 第二种方法是以 $(\lambda+\Delta\lambda)^{-1}$ 为中心,作每次较短时间的多次的对称测量. 所谓对称测量是分别以 $\left(\frac{1-a}{\lambda+\Delta\lambda}\right)$ 与 $\left(\frac{1+a}{\lambda+\Delta\lambda}\right)$ 为中心的两次测量,a 由零到略小于1. 当 $a=0$ 时,它退化为一次测量. 这就可以显著地改善统计性. 这里应指出,对称测量中的两次测量结果的统计性应尽可能地相近,也就是说后面一次的测量时间应比前面一次的适当地长一些,因为这对由它们计算得出的在 t_0 时的原子数的平均值的统计性有利. 由于 $a \neq 0$ 的对称测量对降低由 $\Delta\lambda$ 引入的误差更为有利,以上的方法不仅改善了统计性,并且还进一步地降低了由 $\Delta\lambda$ 引入的误差.

12. 除了用于测定反应截面外,N_0 还在测定裂变产额等其他方面有用. 若 σ 与 n (或 n') 为已知,N_0 可用来测定 I (或 ϕ),这就是所谓束流监测器;若 σ 与 I (或 ϕ) 为已知,N_0 可用来测定 n (或 n'),这就是所谓活化分析了.

MEASUREMENT OF NUMBER OF RADIOACTIVE ATOMS AND HALF-LIFE (IV)

——Applications and Accuracy of N_0

FENG XI-ZHANG　ZHAO ZHEN-LAN　GUO YING-HUAN　LO SHI-HUA
YANG RUI-YING　HUANG ZHONG-XIANG　JIANG YONG

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

In present paper, the applications of N_0, the number of atoms of a certain radioactive isotope in a target at a given time t_0 (usually the end of a bombardment by incident particles) in the measurement of the reaction cross section or the beam intensity or in the activation analysis are discussed and the accuracy of N_0 (also the cross section) is analyzed.