

用 Hartree-Fock 方法研究 $\Delta(1232)$ 在原子核内的束缚问题

施 向 军

(中国科学院原子能研究所)

摘 要

本工作用 Hartree-Fock 方法研究了核子共振态 $\Delta(1232)$ 在 ${}^4\text{He}$ 、 ${}^{12}\text{C}$ 和 ${}^{16}\text{O}$ 系统中能否被束缚的问题。核子-核子与核子- Δ 粒子之间的相互作用势均采用单玻色子交换势。计算结果表明, Δ 粒子只在 ${}^4\text{He}$ 系统中可被束缚, 在 ${}^{12}\text{C}$ 和 ${}^{16}\text{O}$ 系统中均不被束缚。

一、引 言

从六十年代以来, 人们通过对核子-核子散射等实验的分析, 逐渐确认在原子核内除了核子以外, 还存在着介子和核子共振态 (isobar)。同时, 人们把这种存在于核内的核子共振态区分为“虚”的 (virtual) 和“实”的 (real) 两种, 前者指存在于原子核基态或低激发态的稳定的核子共振态, 后者指中能核反应或 π -核过程中形成的、作为中间状态存在于核内的核子共振态(见图 1), 它们基本上处于其质量壳上。 $\Delta(1232)$ 是核子共振态中质量最小的粒子, 它的同位旋和自旋均为 $3/2$ 。自由 Δ 粒子带有 120 MeV 左右的宽度, 寿命约为 0.6×10^{-23} 秒。

人们从 $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow p + \pi^- + (ppn)$ 反应中推断, 束缚在原子核内的实 Δ 粒子的寿命要比自由 Δ 粒子长 3—4 倍^[1]。因此, Δ 粒子在原子核内能否被束缚的问题对于 Δ 粒子在中能核反应或 π -原子核散射的中间过程所起的作用如何有着重要的意义。七十年代初 Karmarnov^[2] 等人曾研究过束缚的或准束缚的 (ΔAN) 系统即奇异 (exotic) 核的存在的可能性, 根据他们的定性估计, 只有在 ($\Delta 3N$) 系统里多重子 Δ -共振才可能存在。

本工作试图用 Hartree-Fock 方法对 (ΔAN) 系统作定量的计算, 从而获得关于 Δ 粒子在 π -原子核过程中作为中间状态出现的 ${}^{16}\text{O}$ 、 ${}^{12}\text{C}$ 和 ${}^4\text{He}$ 系统中能否被束缚的知识。文中第二节给出 (ΔAN) 系统中各核子与 Δ 粒子的单粒子 Hartree-Fock 方程。计算中所遇到的核子-核子相互作用及核子- Δ 粒子相互作用均采用单玻色子交换势 (OBEP), 这在第三节加以叙述。第四节给出计算的结果, 并对影响计算结果的某些因素进行了讨论。

Dashe
去, 而实
 Δ 粒子不
由多
足的方程

其中

其中

表式(2-1,
若用-

利用变分法

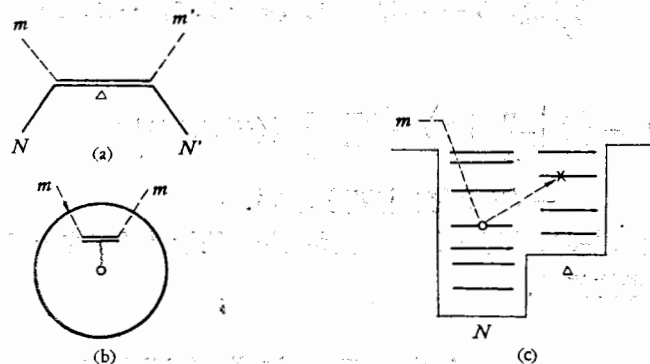


图 1 (a) 介子-核子过程中的 Δ 中间态
(b) 介子-核过程中 Δ 的形成和传播
(c) 介子-核过程中的 Δ 粒子-核子空穴态

二、Hartree-Fock 方程

Dashen 和 Rajaraman^[3] 指出, 被看成为窄共振的虚核子共振态, Pauli 原理应当略去。而实的 Δ 粒子作为宽共振出现在中能 π -原子核散射或核反应的中间过程, 情况与虚 Δ 粒子不同, 包括 Δ 粒子在内的整个体系波函数必须反对称化。

由多体系统的 Hartree-Fock 方法, 对于一个 (ΔAN) 系统, 每个粒子的波函数所满足的方程可写成:

$$\langle \phi_{\Delta} | \frac{\mathbf{P}^2}{2M_{\Delta}} + V_{\Delta} | \phi_{\Delta'} \rangle = \epsilon_{\Delta} \delta_{\Delta\Delta'} \quad (2-1)$$

其中

$$\langle \phi_{\Delta} | V_{\Delta} | \phi_{\Delta'} \rangle = \sum_{\alpha=1}^A \{ \langle \phi_{\Delta} \phi_{\alpha} | V_{\Delta N}^{(\mathbf{M})} | \phi_{\Delta'} \phi_{\alpha} \rangle - \langle \phi_{\Delta} \phi_{\alpha} | V_{\Delta N}^{(\infty)} | \phi_{\alpha} \phi_{\Delta'} \rangle \}; \quad (2-2)$$

$$\langle \phi_{\alpha} | \frac{\mathbf{P}^2}{2M} + V | \phi_{\beta} \rangle = \epsilon_{\alpha} \delta_{\alpha\beta}, \quad (2-3)$$

其中

$$\langle \phi_{\alpha} | V | \phi_{\beta} \rangle = \sum_{\lambda=1}^A \{ \langle \phi_{\alpha} \phi_{\lambda} | V_{NN} | \phi_{\beta} \phi_{\lambda} \rangle - \langle \phi_{\alpha} \phi_{\lambda} | V_{NN} | \phi_{\lambda} \phi_{\beta} \rangle \} + \langle \phi_{\alpha} \phi_{\Delta} | V_{\Delta N}^{(\mathbf{M})} | \phi_{\beta} \phi_{\Delta} \rangle - \langle \phi_{\alpha} \phi_{\Delta} | V_{\Delta N}^{(\infty)} | \phi_{\Delta} \phi_{\beta} \rangle. \quad (2-4)$$

表式(2-1, 2) 是 Δ 粒子满足的方程; 式(2-3, 4) 是各核子波函数所满足的方程。

若用一组正交完备基 $|i\rangle$ 把各粒子波函数展开:

$$\phi_{\alpha} = \sum_i C_i^{\alpha} |i\rangle \quad (2-5)$$

利用变分法可最终得到关于各粒子波函数展开系数的本征方程组:

和 ^{16}O
均采用
和 ^{16}O

原子核内
核内的核
基态或低
间状态存
共振态中
的宽度, 寿

Δ 粒子的
对于 Δ 粒
七十年代
otic) 核的
可能存在
关于 Δ
的知识。

计算中
(OBEP),
进行了讨

$$\sum_{i'} a_{ii'}^\alpha C_{i'}^\alpha - \varepsilon_\alpha C_i^\alpha = 0, \quad (\alpha = 1, 2, \dots, A, \Delta) \quad (2-6)$$

其中

$$a_{ii'}^\alpha = \left\langle i \left| \frac{\mathbf{p}}{2M_\alpha} \right| i' \right\rangle + \sum_\beta \sum_{j'} \{ \langle ij | V(\text{直}) | i'j' \rangle - \langle ij | V(\text{交}) | j'i' \rangle \} C_j^\beta C_{j'}^\beta. \quad (2-7)$$

用迭代法解方程组(2-6),就可得到使整个系统能量处于最低态的全部粒子的波函数展开系数及各个单粒子的能量.

三、单玻色子交换势 (OBEP)

对于一个含有 Δ 粒子的原子核系统的研究,既需知道各核子之间的相互作用,又需知道核子与 Δ 粒子之间的相互作用.近些年来,人们把核子-核子相互作用的单玻色子交换势理论推广到核子- Δ 相互作用中去,发展了核子- Δ 的单玻色子交换势理论^{[4],[5]}.(为方便起见,以下用 OBEP(N-N) 标记核子-核子的 OBEP,用 OBEP(N- Δ) 标记核子- Δ 粒子间的 OBEP)

1. OBEP(N-N)

在 OBEP 理论中,认为对核子间相互作用作出贡献的主要是 $J^P = 0^-, 0^+$ 和 1^- 的低能玻色子,即标量介子 (σ_0, σ_1)、赝标介子 (π, η) 和矢量介子 (ρ, ω). 由介子场论,在非相对论近似下,可导出坐标表象中在壳 OBEP(N-N) 的表达式如下

$$V_s(r) = -g_s^2 m_s \left\{ \left(1 - \frac{m_s^2}{4M^2} \right) Y_0(m_s, r) + \frac{m_s^2}{2M^2} \left(1 - \frac{m_s^2}{8M^2} \right) Y_1(m_s, r) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \right\} \\ \times \begin{cases} 1 & (s = \sigma_0) \\ \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2 & (s = \sigma_1) \end{cases}, \quad (3-1)$$

$$V_{ps}(r) = g_{ps}^2 m_{ps} \frac{m_{ps}^2}{12M^2} \{ Y_0(m_{ps}, r) \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 + Y_2(m_{ps}, r) S_{12} \} \\ \times \begin{cases} 1 & (ps = \eta) \\ \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2 & (ps = \pi) \end{cases} \quad (3-2)$$

$$V_v(r) = g_v^2 m_v \left\{ \left(1 + \frac{m_v^2}{2M^2} + \frac{m_v}{2M} f_v/g_v \right) Y_0(m_v, r) \right. \\ + \frac{m_v^2}{6M^2} \left(1 + \frac{M}{m_v} f_v/g_v \right)^2 Y_0(m_v, r) \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 \\ + \frac{3m_v^2}{2M^2} \left(1 + \frac{2M}{3m_v} f_v/g_v \right) Y_1(m_v, r) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \\ \left. - \frac{m_v^2}{12M^2} \left(1 + \frac{M}{m_v} f_v/g_v \right)^2 Y_2(m_v, r) S_{12} \right\} \\ \times \begin{cases} 1 & (v = \omega) \\ \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2 & (v = \rho) \end{cases} \quad (3-3)$$

在这些表式中

2. OBE
在
子的同
子 σ_1 页

下

$V_s^{(N)}$

这是 N
子. 交

$$(2-6) \quad \begin{cases} Y_0(\rho) = \frac{1}{\rho} e^{-\rho} \\ Y_1(\rho) = \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\frac{1}{\rho} e^{-\rho} \right) = -\frac{1+\rho}{\rho^3} e^{-\rho} \\ Y_2(\rho) = \left(1 + \frac{3}{\rho} + \frac{3}{\rho^2} \right) Y_0(\rho) \end{cases} \quad (3-4)$$

(2-7)

函数展开

2. OBEP(N- Δ)

在 OBEP(N- Δ) 中, 直接相互作用与交换相互作用是不同的, 这是因为 Δ 粒子与核子的同位旋不同, 在交换相互作用中只能交换同位旋为 1 的介子. (见图 2) 由于标量介子 σ_1 贡献很小, 一般都不考虑, 所以在交换项中只考虑 π 介子和 ρ 介子的贡献.

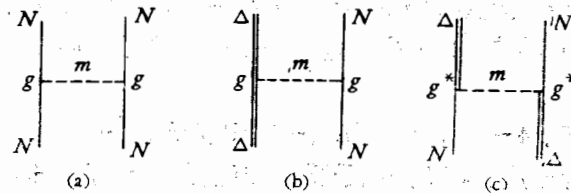


图 2 (a) OBEP(N-N), 介子同位旋, $T_m = 0.1$

(b) OBEP(N- Δ) 直接项, $T_m = 0.1$

(c) OBEP(N- Δ) 交换项, $T_m = 1$

下面给出非相对论近似下在坐标表象中 OBEP(N- Δ) 的表式:

$$(3-1) \quad V_r^{(N)}(r) = -g_s g_s^{**} m_s \left\{ \left[1 - \frac{1}{8} \left(\frac{m_s^2}{M^2} + \frac{m_s^2}{M_\Delta^2} \right) - \frac{m_s^2}{6M_\Delta^2} \right] Y_0(m_s, r) + \frac{m_s^2}{6M_\Delta^2} S_{12}^{**} Y_2(m_s, r) + \left(\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}}{4M^2} + \frac{\boldsymbol{\sigma}_{\Delta\Delta} \cdot \mathbf{L}}{12M_\Delta^2} \right) m_s^2 Y_1(m_s, r) \right\}, \quad (3-5)$$

$$(3-2) \quad V_{p_s}^{(N)}(r) = g_{p_s} g_{p_s}^* \frac{m_{p_s}^3}{36M M_\Delta} \{ \boldsymbol{\sigma}(1) \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\Delta\Delta}(2) Y_0(m_{p_s}, r) + S_{12}^{**} Y_2(m_{p_s}, r) \}, \quad (3-6)$$

$$(3-2) \quad V_v^{(N)}(r) = g_v g_v^{**} m_v \left\{ \left[1 + \left(\frac{m_v^2}{4M^2} + \frac{m_v^2}{4M_\Delta^2} \right) \left(1 + \frac{M}{2m_v} f_v/g_v + \frac{M_\Delta}{2m_v} f_v^{**}/g_v^{**} \right) \right] Y_0(m_v, r) + \frac{m_v^2}{18M M_\Delta} \left(1 + \frac{M}{m_v} f_v/g_v \right) \left(1 + \frac{M_\Delta}{M} f_v^{**}/g_v^{**} \right) \boldsymbol{\sigma}(1) \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\Delta\Delta}(2) Y_0(m_v, r) - \frac{m_v^2}{36M M_\Delta} \left(1 + \frac{M}{m_v} f_v/g_v \right) \left(1 + \frac{M_\Delta}{m_v} f_v^{**}/g_v^{**} \right) S_{12}^{**} \cdot Y_2(m_v, r) + \left(3 + \frac{2M}{m_v} f_v/g_v + \frac{2M_\Delta}{m_v} f_v^{**}/g_v^{**} \right) \left(\frac{m_v^2}{4M^2} \boldsymbol{\sigma}(1) \cdot \mathbf{L} + \frac{m_s^2}{12M_\Delta^2} \boldsymbol{\sigma}_{\Delta\Delta}(2) \cdot \mathbf{L} \right) Y_1(m_v, r) \right\}. \quad (3-7)$$

这是 N- Δ 的直接项, 对于同位旋为 1 的介子交换, 上述表式均应乘以 $\boldsymbol{\tau}(1) \cdot \boldsymbol{\tau}_{\Delta\Delta}(2)$ 因子. 交换项部分的公式为:

$$(3-3) \quad V_\pi^{(N)}(r) = g_\pi^* \frac{\Gamma_\pi}{12M M_\Delta} \{ (\Gamma_\pi^2 - \bar{m}_\pi^2) \cos(\bar{m}_\pi r) + 2\bar{\Gamma}_\pi \bar{m}_\pi \sin(\bar{m}_\pi r) \}$$

$$+ i[(\bar{\Gamma}_x^2 - \bar{m}_x^2) \sin(\bar{m}_x r) - 2\bar{\Gamma}_x \bar{m}_x \cos(\bar{m}_x r)] \{ \sigma_{\Delta N}(1) \times \sigma_{\Delta N}^+(2) Y_0(\bar{\Gamma}_x r) + S_{12}^* Y_2(\bar{\Gamma}_x r) \} \boldsymbol{\tau}_{\Delta N}(1) \cdot \boldsymbol{\tau}_{\Delta N}^+(2), \quad (3-8)$$

$$V_{\rho}^{(*)}(r) = g_{\rho}^{*2} \frac{\bar{m}_{\rho}^3}{6MM_{\Delta}} \left\{ \sigma_{\Delta N}(1) \cdot \sigma_{\Delta N}^+(2) Y_0(\bar{m}_{\rho} r) - \frac{1}{2} S_{12}^* Y_2(\bar{m}_{\rho} r) \right\} \boldsymbol{\tau}_{\Delta N}(1) \cdot \boldsymbol{\tau}_{\Delta N}^+(2). \quad (3-9)$$

在(3-5)–(3-9)各式中: Y_0 、 Y_1 和 Y_2 的定义同 (3-4); σ 和 $\boldsymbol{\tau}$ 分别为核子的自旋、同位旋算符; $\sigma_{\Delta\Delta}$ 和 $\boldsymbol{\tau}_{\Delta\Delta}$ 分别为 Δ 粒子的自旋、同位旋算符; $\sigma_{\Delta N}$ 和 $\boldsymbol{\tau}_{\Delta N}$ 分别为自旋、同位旋从 $\frac{1}{2}$ 到 $\frac{2}{3}$ 的算符; S_{12}^{**} 和 S_{12}^* 这两个张量算符的定义分别为

$$\begin{cases} S_{12}^{**} = 3(\sigma_{\Delta\Delta}(2) \cdot \boldsymbol{f})(\sigma(1) \cdot \boldsymbol{f}) - \sigma_{\Delta\Delta}(2) \cdot \sigma(1), \\ S_{12}^* = 3(\sigma_{\Delta N}^+(2) \cdot \boldsymbol{f})(\sigma_{\Delta N}(1) \cdot \boldsymbol{f}) - \sigma_{\Delta N}^+(2) \cdot \sigma_{\Delta N}(1). \end{cases} \quad (3-10)$$

此外

$$\bar{m}_x^2 = (M_{\Delta} - M)^2 - \Gamma_{\Delta}^2/4 - m_x^2, \quad \bar{\Gamma}_x = (M_{\Delta} - M)\Gamma_{\Delta}/2\bar{m}_x, \quad \bar{m}_{\rho}^2 = m_{\rho}^2 - (M_{\Delta} - M)^2, \quad (3-11)$$

所有各式中, m 表示介子质量, M 是核子质量, M_{Δ} 是 Δ 粒子的质量, Γ_{Δ} 是 Δ 粒子的宽度。

本工作所计算的是 Δ 粒子在原子核系统中的单粒子能量, 因此对于交换项只取其实部, 虚部不予考虑。

3. OBEP 的形状因子

由于 r 空间的 OBEP 存在着原点发散的问题, 一般通过在每个介子交换顶角引入所谓的形状因子来加以克服. 本工作采用了 Bryon^[6] 的形状因子形式, 即在动量空间形状因子表示为

$$F(q^2) = \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + q^2} \quad (3-12)$$

这样在坐标空间, Yukawa 势改变为

$$\frac{1}{r} e^{-mr} \rightarrow \frac{1}{r} \left[e^{-mr} - e^{-\Lambda r} \left(1 + \frac{\Lambda^2 - m^2}{2\Lambda} r \right) \right] \cdot \left(\frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - m^2} \right)^2.$$

4. 介子耦合常数

OBEP(N - N) 是由两个 N - N 顶角组成, 介子耦合常数可由二体散射的实验数据得出. OBEP(N - Δ) 的直接项是由 Δ - Δ 顶角及 N - N 顶角组成, 交换项由两个 Δ - N 顶角组成, 除 $f_{N\Delta\pi}^*$ 之外其余的 Δ - Δ 顶角与 Δ - N 顶角的耦合常数目前都无法从实验资料获得, 一般是借助于 $SU(6)$ 和夸克模型给出的与 N - N 顶角耦合常数的关系式导出的. 关于各个顶角的顶角函数与各耦合常数之间的关系式列在表 1 中。

四、计算结果与讨论

由于所使用的计算机的限制, 在本工作所采用的 OBEP(N - N 和 N - Δ) 中忽略了旋-轨道耦合项和张量项. 经试算表明, 在上述近似下, 各个粒子态的轨道角动量量子

(3-8)

(3-9)

自旋、同位
自旋、同位

(3-10)

$f)^2, (3-11)$
 Δ 粒子的

项只取其

顶角引入
量空间形

(3-12)

与实验数据
个 Δ -N 顶
从实验资料
系式导出

中忽略
角动量

表 1 OBEP 顶角函数及介子耦合常数关系式^[5]

介子	N-N 顶角 J_{NN}	Δ - Δ 顶角 $J_{\Delta\Delta}$	N- Δ 顶角 $J_{N\Delta}$	耦合常数关系式
π ($T=1$)	$-\sqrt{4\pi} \frac{f_{NN\pi}}{m_\pi} (\sigma \cdot \nabla) (\tau \cdot \phi_\pi)$	$-\sqrt{4\pi} \frac{f_{\Delta\Delta\pi}}{m_\pi} (\sigma_{\Delta\Delta} \cdot \nabla) (\tau_{\Delta\Delta} \cdot \phi_\pi)$	$-\sqrt{4\pi} \frac{f_{N\Delta\pi}}{m_\pi} (\sigma_{\Delta N} \cdot \nabla) (\tau_{\Delta N} \cdot \phi_\pi)$	$f_{\Delta N\pi} = \frac{6\sqrt{2}}{5} f_{NN\pi}$ $f_{\Delta\Delta\pi} = \frac{1}{5} f_{NN\pi}$
η ($T=0$)	$-\sqrt{4\pi} \frac{f_{NN\eta}}{m_\eta} (\sigma \cdot \nabla)$	$-\sqrt{4\pi} \frac{f_{\Delta\Delta\eta}}{m_\eta} (\sigma_{\Delta\Delta} \cdot \nabla)$		$f_{\Delta\Delta\eta} = f_{NN\eta}$
σ_0 ($T=0$)	$\sqrt{4\pi} g_{NN\sigma_0}$	$\sqrt{4\pi} g_{\Delta\Delta\sigma_0}$		$g_{\Delta\Delta\sigma_0} = g_{NN\sigma_0}$
σ_1 ($T=1$)	$\sqrt{4\pi} g_{NN\sigma_1} (\tau \cdot \phi_{\sigma_1})$	$\sqrt{4\pi} g_{\Delta\Delta\sigma_1} (\tau_{\Delta\Delta} \cdot \phi_{\sigma_1})$		$g_{\Delta\Delta\sigma_1} = g_{NN\sigma_1}$
ρ ($T=1$)	$\sqrt{4\pi} i g_{NN\rho} (\tau \cdot \phi_\rho) \rho_z$ $-\sqrt{4\pi} \frac{f_{NN\rho}}{m_\rho} (\sigma \times \nabla) (\tau \cdot \phi_\rho) \cdot \rho$	$\sqrt{4\pi} i g_{\Delta\Delta\rho} (\tau_{\Delta\Delta} \cdot \phi_\rho) \rho_z$ $-\sqrt{4\pi} \frac{f_{\Delta\Delta\rho}}{m_\rho} (\sigma_{\Delta\Delta} \times \nabla) (\tau_{\Delta\Delta} \cdot \phi_\rho) \cdot \rho$	$-\sqrt{4\pi} \frac{f_{N\Delta\rho}}{m_\rho} (\sigma_{\Delta N} \times \nabla) (\tau_{\Delta N} \cdot \phi_\rho) \cdot \rho$	$f_{\Delta N\rho} = \frac{6\sqrt{2}}{5} f_{NN\rho}$ $f_{\Delta\Delta\rho} = \frac{1}{5} f_{NN\rho}$ $g_{\Delta\Delta\rho} = g_{NN\rho}$
ω ($T=0$)	$\sqrt{4\pi} i g_{NN\omega} \omega_4$ $-\sqrt{4\pi} \frac{f_{NN\omega}}{m_\omega} (\sigma \times \nabla) \cdot \omega$	$\sqrt{4\pi} i g_{\Delta\Delta\omega} \omega_4$ $-\sqrt{4\pi} \frac{f_{\Delta\Delta\omega}}{m_\omega} (\sigma_{\Delta\Delta} \times \nabla) \cdot \omega$		$f_{\Delta\Delta\omega} = f_{NN\omega}$ $g_{\Delta\Delta\omega} = g_{NN\omega}$

l 可近似看成为好量子数, 单粒子的 Hartree-Fock 波函数可用 l 相同的谐振子基展开. 这样, $1s$ 态核子的波函数可展成

$$|\phi_\alpha\rangle = \sum_{n=0}^N C_n^\alpha R_{n0}(r) Y_{00}(Q) |m_r^\alpha\rangle |m_r^\alpha\rangle, \quad (4-1)$$

$1p$ 态核子波函数可展成

$$|\phi_\beta\rangle = \sum_{n=0}^N C_n^\beta R_{n1}(r) Y_{1m_l}(Q) |m_r^\beta\rangle |m_r^\beta\rangle. \quad (4-2)$$

由于假定 Δ 粒子处于其自身轨道中能量最低的状态, Δ 粒子波函数也作如下展开:

$$|\phi_\Delta\rangle = \sum_{n=0}^N C_n^\Delta R'_{n0}(r) Y_{00}(Q) \left| m_r^\Delta = \frac{3}{2} \right\rangle \left| m_r^\Delta = \frac{3}{2} \right\rangle. \quad (4-3)$$

为使计算结果尽量不受谐振子参量 $a_N = \frac{M\omega_N}{\hbar}$ 取值的影响, 在计算机条件许可的情况下, 本工作取每个粒子波函数的展开基为 6 个, 即 $N = 5$. Δ 粒子展开基的参量为 $a_\Delta = \frac{M_\Delta\omega_\Delta}{\hbar}$, 取 $\omega_\Delta = \omega_N = \omega$.

本工作采用的 OBEP 介子耦合常数列于表 2 中, 其中 $N-N$ 顶角的耦合常数是通过 ^{16}O 、 ^{12}C 和 ^4He 三个核的基态 Hartree-Fock 计算分别确定的^[7], 它们所给出的基态计算的结果在表 3 给出. 应用表 2 所列的介子耦合常数, ^4He 、 ^{12}C 和 ^{16}O 系统中的 Δ 粒子单粒子能量分别得到计算, 表 4 和表 5 分别给出 Δ 单粒子能量计算值和波函数的展开系数. 表 4 中符号的定义是

$$\epsilon_\Delta = T_\Delta + V_\Delta \quad (4-4)$$

表 2 本工作使用的介子耦合常数(切断质量参数 $\Lambda = 1500\text{MeV}$)

介子	质量 m (MeV)	g^2	f/g	f_{NN}^2	$f_{\Delta\Delta}^2$	$f_{\Delta N}^2$	g^*	g^{**}	f^{**}	备注
π	138.7	14.67		0.08	0.003	0.23	7.44	3.034		
η	548.7	2.60*		0.22	0.22			6.35		
ρ	763	1.81*	2.26	4.27	0.171	12.3	9.85	1.965	1.264	
ω	782.8	17.26*	0	3.0	3.0			4.155	7.75	
σ_0	550	8.19*						2.86		用于计算 ^{16}O , ^4He
		8.33						2.89		^{12}C
σ_1	600	1.65*						1.28		^{16}O , ^{12}C
		2.11						1.45		^4He

带*之 g^2 值取自文献[6].

表 4 表
多的 ^{12}C 、 ^{16}O
的. 此外,
在核内的
为什么
 $N-\Delta$ 相互

基展开, 这

$$T_{\Delta} \equiv \left\langle \phi_{\Delta} \left| \frac{\mathbf{p}^2}{2M_{\Delta}} \right| \phi_{\Delta} \right\rangle \quad (4-5)$$

$$\begin{aligned} V_{\Delta} &= \sum_{\alpha=1}^A \{ \langle \phi_{\Delta} \phi_{\alpha} | V_{N\Delta}^{(0)} | \phi_{\Delta} \phi_{\alpha} \rangle - \langle \phi_{\Delta} \phi_{\alpha} | V_{N\Delta}^{(2)} | \phi_{\alpha} \phi_{\Delta} \rangle \} \\ &= \bar{V}_{\Delta}(\text{直}) - \bar{V}_{\Delta}(\text{交}) \end{aligned} \quad (4-6)$$

表 3 3 个核的基态结合能、均方半径计算值及与实验值的比较

核	HF 计算结果		实验结果	
	核结合能 (MeV)	均方半径 (fm)	核结合能 (MeV)	电荷分布半径*(fm)
^{16}O	-125.1	2.15	-127.61	2.67
^{12}C	-100.6	1.95	-92.16	2.37
^4He	-29.6	1.25	-28.30	2.06

*所列电荷分布半径由电子散射实验所得, 见文献[8].

表 4 在 $^4\Delta\text{He}$ 、 $^{12}\Delta\text{C}$ 和 $^{16}\Delta\text{O}$ 系统中 Δ 单粒子能量计算值

核	$\varepsilon_{\Delta}(\text{MeV})$	$T_{\Delta}(\text{MeV})$	$V_{\Delta}(\text{MeV})$
$^4\Delta\text{He}$	-19.79	22.68	-42.47
$^{12}\Delta\text{C}$	6.58	5.65	0.93
$^{16}\Delta\text{O}$	7.67	6.46	1.21

表 5 Δ 粒子波函数的展开系数计算值

核	C_0^{Δ}	C_1^{Δ}	C_2^{Δ}	C_3^{Δ}	C_4^{Δ}	C_5^{Δ}
$^4\Delta\text{He}$	0.929276	0.293106	0.188923	0.097818	0.055108	0.047300
$^{12}\Delta\text{C}$	0.114038	-0.396322	0.607064	-0.544796	0.369021	-0.168567
$^{16}\Delta\text{O}$	-0.081787	0.327060	-0.580047	0.593800	-0.407443	0.176857

表 4 提供的数值表明, $\Delta(1232)$ 粒子在核子较少的 $^4\Delta\text{He}$ 系统中被束缚, 而在核子较多的 $^{12}\Delta\text{C}$ 、 $^{16}\Delta\text{O}$ 系统中不被束缚. 这个结论与引言中提过的 Karmarnov 等人的估计是一致的. 此外, Kisslinger^[9] 也曾唯象门口态理论分析过 π - ^{12}C 弹性散射中形成的 $\Delta(1232)$ 在核内的束缚问题, 他的结论同样是所形成的 Δ 粒子不被束缚.

为什么 Δ 粒子在核子较多的环境下不被束缚? 上面提到的那些作者认为, 这是由于 N - Δ 相互作用交换项起主要作用的缘故. 在本工作中, OBEP 的张量项和自旋-轨道耦合

展开:

(4-3)

许可的情况

量为 $a_{\Delta} =$

常数是通过

与基态计算

与 Δ 粒子单

展开系数.

(4-4)

备注

用于计算 ^{16}O ,

^{12}C

^{16}O , ^{12}C

^4He

项被忽略,在 $N-\Delta$ 相互作用中起作用的主要是直接项而不是交换项(实部),这从表 6 所给出的对 ${}^{16}\text{O}$ 系统的 HF 计算与单纯 Hartree 计算的结果比较中可以看出. 那末为什么同样是直接相互作用起主要作用的情况下对于 ${}^4\text{He}$ 系统与 ${}^{12}\text{C}$ 、 ${}^{16}\text{O}$ 系统中的 Δ 粒子出现不同的束缚情况呢? 下面粗略地分析一下 OBEP 理论中 6 种不同介子交换对于 $N-\Delta$ 相互作用直接项的贡献,可以找到答案所在.

表 6 Δ 单粒子能量的 Hartree 计算值与 HF 计算值的比较

	$\epsilon_{\Delta}(\text{MeV})$	$T_{\Delta}(\text{MeV})$	$V_{\Delta}(\text{MeV})$
Hartree	7.74	6.53	1.22
H-F	7.67	6.46	1.21

由于忽略了自旋-轨道项和张量项,在无 Δ 粒子存在的核里(基态), $1s$ 态 4 个核子能级是简并的,所有 $1p$ 态的核子能级也是简并的. 处于同一简并态的不同核子的波函数的空间坐标那一部分是相同的. 当核内有一个核子被 Δ 粒子所取代之后,计算表明余下的处在同一壳层的核子的空间轨道仍是相近的,由此可粗略估计出 6 种交换介子对于处在同一壳层的 4 个核子分别与 Δ 粒子发生直接相互作用时所给予的贡献,如表 7 所示. 可以看出,在由 $\Delta^{++} + p(\downarrow) + n(\uparrow) + n(\downarrow)$ 4 个粒子组成的 ${}^4\text{He}$ 系统里,3 个核子对于 Δ^{++} 的总的贡献约是 $-9V_{\rho}^{(\rho)} - 3V_{\rho}^{(\eta)} + 3V_{\rho}^{(\sigma_0)} - 3V_{\rho}^{(\sigma_1)} - 3V_{\rho}^{(\rho)} - 9V_{\rho}^{(\rho)} + 3V_{\rho}^{(\omega)} - 3V_{\rho}^{(\omega)}$, 其中除 $-3V_{\rho}^{(\sigma_1)} + 3V_{\rho}^{(\omega)}$ 外均是负的,实际计算表明总的贡献是负的,即平均场是吸引作用. 在 ${}^{12}\text{C}$ 系统中,除上述 3 个核子(处于 $1p$ 壳)外,还有分别处于 $1s$ 态和 $1p$ 态的“4 核子组”各一个,这种 4 核子组对于 Δ^{++} 的直接相互作用的总贡献约为 $4V_{\rho}^{(\sigma_0)} + 4V_{\rho}^{(\omega)}$, 其中 $V_{\rho}^{(\sigma_0)} < 0$, $V_{\rho}^{(\omega)} > 0$, 因此若 ω 介子交换提供的排斥作用的中心力较强时,这种 4 核子组所提供的就是排斥力,最终造成 Δ 粒子不被束缚. 对于 ${}^{16}\text{O}$ 系统,由于它比 ${}^{12}\text{C}$ 还多一个 4 核子组与 Δ^{++} 作用,所以 Δ 粒子就更不能被束缚. 由此粗略估计可见,在核子越多的系统里,可能形成的 Δ 粒子就越不易被束缚.

如果 Karmarnov 等人的观点是对的,即在 $N-\Delta$ 相互作用中作出主要贡献的是交换项,则根据本工作的计算可以推断,OBEP 中张量项和自旋-轨道耦合项的总的贡献应是吸引的. 当它们被考虑后,对于 ${}^{16}\text{O}$ 和 ${}^{12}\text{C}$ 系统,直接项对于相互作用能量的贡献 $\bar{V}_{\Delta}(\text{直})$ 应从正值向零的方向减小,而交换项提供的贡献 $\bar{V}_{\Delta}(\text{交})$ 则应向更负的方向移动,其结果 $\bar{V}_{\Delta}(\text{直}) - \bar{V}_{\Delta}(\text{交})$ 仍应是正的. 而对 ${}^4\text{He}$ 系统, $\bar{V}_{\Delta}(\text{直})$ 应更负一些,结果还应是 $V_{\Delta} < 0$. 也就是说,可能在考虑了张量项和自旋-轨道项之后,对于 ${}^{16}\text{O}$ 和 ${}^{12}\text{C}$ 系统, $N-\Delta$ 作用的交换项起主要作用的结果仍是 Δ 粒子不被束缚,虽然 ϵ_{Δ} 的数值大小会有所改变.

需要指出,上面所叙述的结果是取了 Δ 粒子的自旋、同位旋第 3 分量均为 $3/2$, 即 $(m_{\hat{r}}, m_{\hat{r}}) = (3/2, 3/2)$. 在试算中发现,与 $(m_{\hat{r}}, m_{\hat{r}})$ 的其它取值相比,处于 $(3/2, 3/2)$ 的 Δ 粒子的能量是最低的,但各种取值造成的差别实际上并不大.

在试算时,还曾取 OBEP 的形状因子为

$$F(q^2) = \left(\frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + q^2} \right)^{1/2},$$

但只

采用

焯,余

他们

[1] :
[2] :[3] :
[4] :
[5] :
[6] :
[7] :
[8] :
[9] :

S

TY
in deta
and th
be bou

表 7 各种介子在 $N-\Delta$ 直接相互作用中的贡献(自旋、同位旋算符已积分)

介子	与 Δ^{++} 作用的核子或“核子组”					
	$p(\uparrow)$	$p(\downarrow)$	$n(\uparrow)$	$n(\downarrow)$	4核子组	$p(\downarrow) + n(\uparrow) + n(\downarrow)$
π	$9V_\sigma$	$-9V_\sigma$	$-9V_\sigma$	$9V_\sigma$	0	$-9V_\sigma < 0$
η	$3V_\sigma$	$-3V_\sigma$	$3V_\sigma$	$-3V_\sigma$	0	$-3V_\sigma < 0$
σ_0	V_c	V_c	V_c	V_c	$4V_c < 0$	$3V_c < 0$
σ_1	$3V_c$	$3V_c$	$-3V_c$	$-3V_c$	0	$-3V_c > 0$
ρ	$3V_c + 9V_\sigma$	$3V_c - 9V_\sigma$	$-3V_c - 9V_\sigma$	$-3V_c + 9V_\sigma$	0	$-3V_c - 9V_\sigma < 0$
ω	$V_c + 3V_\sigma$	$V_c - 3V_\sigma$	$V_c + 3V_\sigma$	$V_c - 3V_\sigma$	$4V_c > 0$	$3V_c - 3V_\sigma > 0$

但只要调整 Λ 的取值使基态核的结合能计算值保持不变, 则用上述形状因子与本文正式采用的形状因子所得到的 Δ 粒子能量计算值相差很小。

本工作是作者的硕士论文的一部分, 是在卓益忠老师的指导下完成的, 并得到张宗焯、余友文、金星南、储连元等老师的指教, 还曾得到高能所王英才同志的帮助, 在此特向他们表示衷心的感谢。

参 考 文 献

- [1] H. J. Weber and H. Arenhovel, *Phys. Reports*, **36**(1978), 277.
- [2] V. A. Karmanov et al., *ZhETF Pis. Red.*, **11**(1970), 543; *ZhETF*, **61**(1971), 2185; *ZhETF Pis. Red.*, **14**(1971), 127.
- [3] R. F. Dashen and R. Rajaraman, *Phys. Rev.*, **D10**(1974), 694, 708.
- [4] M. Dilling, *Phys. Rev.*, **D13**(1976), 179.
- [5] 余友文, 核力的介子交换理论(未发表).
- [6] R. Bryan and B. L. Scott, *Phys. Rev.*, **177**(1969), 1435.
- [7] 施向军 OBEP 在有限核 Hartree-Fock 计算中的应用, 高能物理与核物理(待发表).
- [8] H. Uberall, *Electron Scattering from Complex Nuclei*, Part A, Academic Press, 1971.
- [9] L. S. Kisslinger, *Mesons in Nuclei*, Vol. 1(1979), 261.

STUDY ON BINDING PROBLEM OF $\Delta(1232)$ IN NUCLEI WITH HARTREE-FOCK METHOD

SHI XIANG-JUN

(Institute of Atomic Energy, Academia Sinica)

ABSTRACT

The binding problem of isobar $\Delta(1232)$ in ${}^4\text{He}$, ${}^{12}\text{C}$ and ${}^{16}\text{O}$ systems is studied in detail by Hartree-Fock method. The OBEP is used for the nucleon-nucleon potential and the nucleon- $\Delta(1232)$ interaction. The calculated results show that $\Delta(1232)$ can be bound only in ${}^4\text{He}$ and not in ${}^{12}\text{C}$ and ${}^{16}\text{O}$ systems.