第6卷 第5期　高能物理与核物理　Vol. 6, No. 5
1982 年 9 月　PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS　Sept., 1982

对称群S_4的正交单位

王如琳 潘辑智 张禹顺
（中国科学院高能物理研究所）

王潍潍
（中国科学院理论物理研究所）

摘　要

四个粒子对称群 S_4 有 24 个群元素，利用替代分析得到该群的酉表示，从而得出十个正交单位.

一个微观物理系统一般总有在或近似存在着某种对称性，即这一系统在某种坐标的变换下不变. 由于上述特点，使群论这一数学工具得到了广泛的应用.

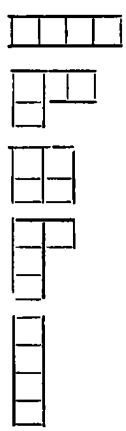
在基本粒子中，Gell-Mann 夸克模型认为 SU_3 空间的基是上、下、奇三种夸克，认为重子是由三个夸克组成. 将这一方法应用到多粒子系统中，首先要得出三个以上粒子的对称群的正交单位或自然单位. 有了正交单位或自然单位即可分类其状态.

对称群 S_n 共有 $n!$ 个群元素，所有这些群元素的集合构成群代数的一组基.

以 S_4 为例，对称群 S_4 共有 24 个群元素，如 e，(12)，······等构成 S_4 的群代数的基.

写出 n 个粒子的杨图，及它们的配分.

四个粒子的杨图有如下五类.



[4]

[31]

[22]

[211]

[1^4]

根据对称群理论，对应不同的杨图 [p]，可以构成出相邻置换的非正交矩阵.（见(1)中之定理 18）这些矩阵与半正则单位（Semi Normal units）$e^{[p]}_{rs}$ 有关. $e^{[p]}_{rs}$ 是一组新基，

本文 1981 年 2 月 14 日收到.

它能与杨图联系起来．[p] 代表不同的配分，即不同的杨图，如四个粒子的配分数为五．$r, s = 1, 2, \cdots f^{[p]}$. $f^{[p]}$ 是配分为 [p] 的杨表的个数，即将数字填入杨图，有几种不同的填法，它满足：　$e_{rs}^{[p]} e_{\mu\nu}^{[p']} = 0, [p] \neq [p']$；　$e_{rs}^{[p]} e_{\mu\nu}^{[p]} = \delta_{s\mu} e_{r\nu}^{[p]}$

如四个粒子配分为[31]的非正交矩阵(不同的正则杨盘数是 3，所以矩阵的维数也是 3)为

$$V^{[31]}(12) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad V^{[31]}(23) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{4} \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$V^{[31]}(34) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{8}{9} & 0 \\ 1 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

经等价变换，可将 $V^{[p]}$ 矩阵变成酉矩阵 $U^{[p]}$.

$$U^{[31]}(12) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad U^{[31]}(23) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ 0 & \sqrt{3/2} & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$U^{[31]}(34) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2\sqrt{2}}{3} & 0 \\ \frac{2\sqrt{2}}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

上述酉矩阵是对称群的一个表示中的几个矩阵．这些矩阵和群元素一一对应．它们同样满足群的性质，即它们的乘积所构成的矩阵亦属于这个表示．以 S_4 为例，利用相邻置换的三个酉矩阵和 24 个元素的乘法表，即可得出配分为[31]的这一群表示中的所有矩阵，如：　$U^{[31]}(12) \times U^{[31]}(23) = U^{[31]}(123)$；　$U^{[31]}(13) \times U^{[31]}(34) = U^{[31]}(134)$ 等等同理，得出对称群 S_4 各种杨图 [p] 的不可约表示。(见表 1)

根据有限群理论，有限群不等价不可约表示的总数等于该群类的个数，而对称群 S_n 类的个数就是 n 的不同的配分个数。所以，S_4 不等价不可约表示的总数等于 4 的配分个数。即表 1 包含了 S_4 所有不等价不可约表示。

由表 1 中五组矩阵，可得如下对称群 S_4 的正交单位。其中十个是：

$$\begin{aligned} O_S^{[4]} = \frac{1}{24} [& e + (12) + (13) + (14) + (23) + (24) + (34) \\ & + (123) + (124) + (132) + (134) + (142) + (143) \\ & + (234) + (243) + (1234) + (1243) + (1324) \\ & + (1342) + (1423) + (1432) + (12)(34) \\ & + (13)(24) + (14)(23)] \end{aligned}$$

表 1 对称群 S_4 的不可约表示的正交矩阵

	$U^{[4]}$	$U^{[31]}$	$U^{[2^2]}$	$U^{[21^2]}$	$U^{[1^4]}$
e	1	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix}$	1
(12)	1	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 \\ & & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & -1 & 0 \\ & & -1 \end{pmatrix}$	−1
(13)	1	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & -1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ & & 1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ & 1/2 & 0 \\ & & -1 \end{pmatrix}$	−1
(14)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & -\sqrt{2}/3 & -\sqrt{6}/3 \\ & 5/6 & -\sqrt{3}/6 \\ & & 1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ & 1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/6 & \sqrt{6}/3 \\ & -5/6 & -\sqrt{2}/3 \\ & & 1/3 \end{pmatrix}$	−1
(23)	1	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ & & 1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ & 1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ & 1/2 & 0 \\ & & -1 \end{pmatrix}$	−1
(24)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & -\sqrt{2}/3 & \sqrt{6}/3 \\ & 5/6 & \sqrt{3}/6 \\ & & 1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ & 1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/6 & -\sqrt{6}/3 \\ & -5/6 & -\sqrt{2}/3 \\ & & 1/3 \end{pmatrix}$	−1
(34)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & 2\sqrt{2}/3 & 0 \\ & 1/3 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ & -1/3 & \sqrt{8}/3 \\ & & 1/3 \end{pmatrix}$	−1
(123)	1	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	1
(124)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & -\sqrt{2}/3 & \sqrt{6}/3 \\ -\sqrt{2}/3 & 5/6 & \sqrt{3}/6 \\ -\sqrt{6}/3 & -\sqrt{3}/6 & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/6 & -\sqrt{6}/3 \\ -\sqrt{3}/6 & +5/6 & \sqrt{2}/3 \\ +\sqrt{6}/3 & \sqrt{2}/3 & -1/3 \end{pmatrix}$	1
(132)	1	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	1
(134)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & \sqrt{8}/3 & 0 \\ -\sqrt{2}/3 & -1/6 & -\sqrt{3}/2 \\ -\sqrt{6}/3 & -\sqrt{3}/6 & 1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/6 & -\sqrt{6}/3 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/6 & +\sqrt{2}/3 \\ 0 & -\sqrt{8}/3 & -1/3 \end{pmatrix}$	1
(142)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & -\sqrt{2}/3 & -\sqrt{6}/3 \\ -\sqrt{2}/3 & 5/6 & -\sqrt{3}/6 \\ \sqrt{6}/3 & \sqrt{3}/6 & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/6 & \sqrt{6}/3 \\ \sqrt{3}/6 & 5/6 & \sqrt{2}/3 \\ -\sqrt{6}/3 & \sqrt{2}/3 & -1/3 \end{pmatrix}$	1
(143)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & -\sqrt{2}/3 & -\sqrt{6}/3 \\ 2\sqrt{2}/3 & -1/6 & -\sqrt{3}/6 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ \sqrt{3}/6 & -1/6 & -\sqrt{8}/3 \\ -\sqrt{6}/3 & \sqrt{2}/3 & -1/3 \end{pmatrix}$	1

续表 1

	$U^{[4]}$	$U^{[31]}$	$U^{[22]}$	$U^{[21^2]}$	$U^{[1^4]}$
(234)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & \sqrt{8}/3 & 0 \\ -\sqrt{2}/3 & -1/6 & \sqrt{3}/2 \\ \sqrt{6}/3 & \sqrt{3}/6 & 1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/6 & \sqrt{6}/3 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/6 & \sqrt{2}/3 \\ 0 & -\sqrt{8}/3 & -1/3 \end{pmatrix}$	1
(243)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & -\sqrt{2}/3 & \sqrt{6}/3 \\ 2\sqrt{2}/3 & -1/6 & \sqrt{3}/6 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ -\sqrt{3}/6 & -1/6 & -2\sqrt{2}/3 \\ \sqrt{6}/3 & \sqrt{2}/3 & -1/3 \end{pmatrix}$	1
(1234)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & \sqrt{8}/3 & 0 \\ -\sqrt{2}/3 & -1/6 & \sqrt{3}/2 \\ -\sqrt{6}/3 & -\sqrt{3}/6 & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/6 & \sqrt{6}/3 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/6 & \sqrt{2}/3 \\ 0 & -\sqrt{8}/3 & -1/3 \end{pmatrix}$	−1
(1243)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & -\sqrt{2}/3 & \sqrt{6}/3 \\ \sqrt{8}/3 & -1/6 & \sqrt{3}/6 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ \sqrt{3}/6 & 1/6 & \sqrt{8}/3 \\ -\sqrt{6}/3 & -\sqrt{2}/3 & 1/3 \end{pmatrix}$	−1
(1324)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & -\sqrt{2}/3 & \sqrt{6}/3 \\ -\sqrt{2}/3 & -2/3 & -\sqrt{3}/3 \\ -\sqrt{6}/3 & \sqrt{3}/3 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3}/3 & \sqrt{6}/3 \\ -\sqrt{3}/3 & 2/3 & -\sqrt{2}/3 \\ -\sqrt{6}/3 & -\sqrt{2}/3 & 1/3 \end{pmatrix}$	−1
(1342)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & \sqrt{8}/3 & 0 \\ -\sqrt{2}/3 & -1/6 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{6}/3 & \sqrt{3}/6 & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/6 & -\sqrt{6}/3 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/6 & -\sqrt{2}/3 \\ 0 & \sqrt{8}/3 & 1/3 \end{pmatrix}$	−1
(1423)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & -\sqrt{2}/3 & -\sqrt{6}/3 \\ -\sqrt{2}/3 & -2/3 & \sqrt{3}/3 \\ \sqrt{6}/3 & -\sqrt{3}/3 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{3}/3 & -\sqrt{6}/3 \\ \sqrt{3}/3 & 2/3 & -\sqrt{2}/3 \\ \sqrt{6}/3 & -\sqrt{2}/3 & 1/3 \end{pmatrix}$	−1
(1432)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & -\sqrt{2}/3 & -\sqrt{6}/3 \\ -\sqrt{2}/3 & -1/6 & -\sqrt{3}/6 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ -\sqrt{3}/2 & +1/2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 \\ -\sqrt{3}/6 & 1/6 & \sqrt{8}/3 \\ \sqrt{6}/3 & -\sqrt{2}/3 & 1/3 \end{pmatrix}$	−1
(12)(34)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & \sqrt{8}/3 & 0 \\ & 1/3 & 0 \\ & & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ & 1/3 & -\sqrt{8}/3 \\ & & -1/3 \end{pmatrix}$	1
(13)(24)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & -\sqrt{2}/3 & \sqrt{6}/3 \\ & -2/3 & -\sqrt{3}/3 \\ & & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3}/3 & \sqrt{6}/3 \\ & -2/3 & \sqrt{2}/3 \\ & & -1/3 \end{pmatrix}$	1
(14)(23)	1	$\begin{pmatrix} -1/3 & -\sqrt{2}/3 & -\sqrt{6}/3 \\ & -2/3 & \sqrt{3}/3 \\ & & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{3}/3 & -\sqrt{6}/3 \\ & -2/3 & \sqrt{2}/3 \\ & & -1/3 \end{pmatrix}$	1

注：前七个元素的正交矩阵都是对称的，最后三个元素的正交矩阵也是对称的。

$$
\begin{aligned}
O_A^{[1^4]} = \frac{1}{24}[e &- (12) - (13) - (14) - (23) - (24) - (34) \\
&+ (123) + (124) + (132) + (134) + (142) \\
&+ (143) + (234) + (243) - (1234) - (1243)
\end{aligned}
$$

$$-(1324)-(1342)-(1423)-(1432)+(12)(34)$$
$$+(13)(24)+(14)(23)]$$

$$O_1^{[31]}=O_S^{[3]}-O_S^{[4]}$$

其中：$O_S^{[3]}=\frac{1}{6}[e+(12)+(13)+(23)+(123)+(132)]$

$$O_2^{[31]}=\frac{1}{8}\Big\{[e+(12)]-\frac{1}{2}[(13)+(23)+(123)+(132)]$$
$$+\frac{5}{6}[(14)+(24)+(124)+(142)]$$
$$+\frac{1}{3}[(34)+(12)(34)]-\frac{2}{3}[(1324)+(1423)$$
$$+(13)(24)+(14)(23)]-\frac{1}{6}[(134)+(143)$$
$$+(234)+(243)+(1234)+(1243)+(1342)$$
$$+(1432)]\Big\}$$

$$O_3^{[31]}=\frac{1}{8}\Big\{[e-(12)+(34)-(12)(34)]+\frac{1}{2}[(13)+(14)$$
$$+(23)+(24)-(123)-(124)-(132)+(134)$$
$$-(142)+(143)+(234)+(243)-(1234)$$
$$-(1243)-(1342)-(1432)]\Big\}$$

$$O_1^{[22]}=\frac{1}{8}[e+(12)+(34)+(1324)+(1423)+(12)(34)$$
$$+(13)(24)+(14)(23)]-O_S^{[4]}$$

$$O_2^{[22]}=\frac{1}{8}[e-(12)-(34)-(1324)-(1423)+(12)(34)$$
$$+(13)(24)+(14)(23)]-O_A^{[1^4]}$$

$$O_1^{[211]}=\frac{1}{8}\Big\{[e+(12)-(34)-(12)(34)]+\frac{1}{2}[-(13)-(14)$$
$$-(23)-(24)-(123)-(124)-(132)+(134)$$
$$-(142)+(143)+(234)+(243)+(1234)$$
$$+(1243)+(1342)+(1432)]\Big\}$$

$$O_2^{[211]}=\frac{1}{8}\Big\{[e-(12)]-\frac{1}{2}[-(13)-(23)+(123)+(132)]$$
$$+\frac{5}{6}[-(14)-(24)+(124)+(142)]$$
$$+\frac{1}{3}[-(34)+(12)(34)]-\frac{2}{3}[-(1324)-(1423)$$

$$+(13)(24)+(14)(23)]-\frac{1}{6}[(134)+(143)+(234)+(243)-(1234)-(1243)-(1342)-(1432)]\Big\}$$

$$O_3^{[211]}=O_A^{[13]}-O_A^{[1^4]}$$

其中： $$O_A^{[13]}=\frac{1}{6}[e-(12)-(13)-(23)+(123)+(132)]$$

并满足完备条件 $$\sum_{[p]r} O_r^{[p]}=e$$

正交等幂条件 $$O_r^{[p]}O_s^{[q]}=\delta^{[p][q]}\delta_{rs}O_r^{[p]}$$

对称群 S_4 的自然单位：

$\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline 1&2&3&4\\\hline\end{array}$ 126

$$Y_S^{[4]}=O_S^{[4]}$$

$\begin{array}{|c|}\hline 1\\\hline 2\\\hline 3\\\hline 4\\\hline\end{array}$ 15

$$Y_A^{[1^4]}=O_A^{[1^4]}$$

$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1&2&3\\\hline 4\\\cline{1-1}\end{array}$ 210

$$Y_3^{[31]}=\frac{1}{8}[e+(12)+(13)+(23)+(123)+(132)-(14)-(124)-(134)-(14)(23)-(1234)-(1324)]$$

$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1&2&4\\\hline 3\\\cline{1-1}\end{array}$ 210

$$Y_4^{[31]}=\frac{1}{8}[e+(12)+(14)+(24)+(124)+(142)-(13)-(123)-(143)-(13)(24)-(1243)-(1423)]$$

$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1&3&4\\\hline 2\\\cline{1-1}\end{array}$ 210

$$Y_5^{[31]}=\frac{1}{8}[e+(13)+(14)+(34)+(134)+(143)-(12)-(132)-(142)-(12)(34)-(1342)-(1432)]$$

$\begin{array}{|c|c|}\hline 1&2\\\hline 3\\\cline{1-1} 4\\\cline{1-1}\end{array}$ 105

$$Y_6^{[211]}=\frac{1}{8}[e+(12)+(134)+(143)+(1234)+(1243)-(13)-(14)-(34)-(123)-(124)-(12)(34)]$$

$\begin{array}{|c|c|}\hline 1&3\\\hline 2\\\cline{1-1} 4\\\cline{1-1}\end{array}$ 105

$$Y_7^{[211]}=\frac{1}{8}[e+(13)+(124)+(142)+(1324)+(1342)-(12)-(14)-(24)-(132)-(134)-(13)(24)]$$

$\begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 4 \\ \hline 2 \\ \cline{1-1} 3 \\ \cline{1-1}\end{array}$ 105

$$Y_8^{[211]} = \frac{1}{8}[e + (14) + (123) + (132) + (1423) + (1432) - (12) - (13) - (23) - (142) - (143) - (14)(23)]$$

$\begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline\end{array}$ 105

$$Y_9^{[22]} = \frac{1}{12}[e + (12) + (34) + (12)(34) + (13)(24) + (1423) + (1324) + (14)(23) - (13) - (24) - (123) - (142) - (134) - (243) - (1234) - (1432)]$$

$\begin{array}{|c|c|}\hline 1 & 3 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline\end{array}$

$$Y_{10}^{[22]} = \frac{1}{12}[e + (13) + (24) + (13)(24) + (12)(34) + (1432) + (1234) + (14)(23) - (12) - (34) - (132) - (143) - (124) - (234) - (1324) - (1423)]$$

感谢阮图南同志的有益讨论.

参 考 文 献

[1] Rutherford, D. E. 1948 Substitutional Analysis, Edinburgh University Press.

ORTHOGONAL UNITS OF SYMMETRY GROUP S_4

WANG RU-LIN PAN JI-ZHI ZHANG YU-SHUN

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

WANG WEI-WEI

(*Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

There are 24 elements of four-particle symmetry group S_4. By use of Substitutional Analysis can obtain the unitary representation of this group. Then, have ten orthogonal units.