

QCD 微扰理论和原子核

(2) 核子-介子耦合顶点的结构

何汉新 卓益忠 萨本豪

(中国科学院原子能研究所)

摘 要

利用禁闭夸克系统的 QCD 低阶微扰, 讨论了核子-介子耦合顶点的结构. 在 MIT 袋模型球腔近似下, 导出了从核子 \rightarrow 核子(重子)+介子顶点结构的几率振幅. 在不考虑末态重子与介子的分裂和相对运动时的计算表明, 相应于核子-核子相互作用中的激发态重介子 ($B, \delta, A_1 \dots$) 交换和有激发态重子 (N^*, Δ^*) 为中间态的双 π 交换过程是主要的. 但单 π 、单 ρ 、 ω 等介子交换过程未出现.

一、引 言

研究核子-核子相互作用的传统理论, 是建立在介子场论基础上的玻色交换理论, 以及在此基础上符合强子散射实验所得到的唯象核力模型. 在玻色交换理论中, 核力的长程部分由单 π 交换给出, 核力的中、短程部分由交换 ρ 、 ω 、 $\delta \dots$ 等较重和重的介子及多玻色交换来描述^[1]. 从强子的夸克模型及描述夸克间相互作用的量子色动力学 (QCD) 看来, 核子-核子间的相互作用是夸克间交换胶子和相互交换夸克的反映. 这种交换胶子和夸克的作用是否就是玻色理论的唯一基础或会揭示出新的效应呢? 这是个有趣的课题. 在此, 我们只是力图从夸克-胶子相互作用出发来描述玻色交换理论中的有关问题, 即核子-介子耦合顶点的结构.

从禁闭夸克系统的 QCD 微扰理论^[2]可以导出相应于玻色交换理论中核子-介子耦合顶点的相应结构(图 1)^[3], 并有可能计算出相应的耦合常数. Duck^[4]曾在粗糙近似下由图 1(a) (b) 得到了核子- π 介子的赝矢耦合常数, 但在计算中没有考虑胶子的特性, 因而夸克-胶子间耦合对这种顶点结构的重要影响被忽略了. 本文从禁闭夸克系统的 QCD 微扰出发, 在 MIT 模型^[5]腔近似下仔细讨论核子-介子耦合顶点的结构. 由于 QCD 的禁闭性, 这就暗示着交换色胶子和色夸克将局限在小的时-空范围, 也即主要相应于核子-核子相互作用的短程部分. 但可设想交换夸克-反夸克对 ($q\bar{q}$) 会对中、长程部分有贡献.

我们在下面的分析计算表明,如果不考虑所生成的 \$(q\bar{q})\$ 对的分裂及它与末态重子的相对运动, \$(q\bar{q})\$ 对不包含贡献长程部分的单 \$\pi\$ 介子(单 \$\rho, \omega\$ 等介子交换过程也不出现);存在第一激发态重介子交换与双 \$\pi\$ (中间态为 \$N^*, \Delta^*\$) 交换的顶点结构, 以及高激发态介子交换与高激发态重子为中间态的多玻色交换结构, 前面的过程是主要的. 在本文的第二部分将在低阶 QCD 微扰下导出从 \$(qqq)\$ 到 \$(q\bar{q})(qqq)\$ 态的顶点结构, 给出各种过程的几率振幅. 在第三部分讨论核子-介子耦合顶点的结构, 并利用由对称性所得到的重子、介子的波函数, 对主要的耦合过程作了计算. 最后作了一些讨论.

二、从夸克-胶子作用导出 \$(qqq) \rightarrow (q\bar{q})(qqq)\$ 耦合顶点结构

在一禁闭的夸克、胶子系统, 例如 MIT 袋模型中, 包含在拉氏函数密度中的夸克-胶子作用为

$$\mathcal{L}_i = -ig\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\lambda^a\psi(x)A_\mu^a(x), \quad (1)$$

这里 \$\psi(x)\$ 为夸克场量, \$\lambda^a (a = 1, \dots, 8)\$ 是 \$SU(3)\$ 色空间无穷小生成元. \$A_\mu^a = (\mathbf{A}^a, i\varphi^a)\$, 我们选择库仑规范 \$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0\$.

为了进行微扰计算, 要写出系统的相互作用哈密顿量. 对于非阿贝尔规范场从拉氏函数导出哈密顿量一般用 Faddeev-Popov 路径积分方法^[2]. 在低阶 QCD 微扰中胶子的非线性自耦合特征不出现, 情况象 QED 一样^[6], 所得到系统的哈密顿量相互作用部分 \$H_i\$ 为

$$\begin{aligned} H_i(t) &= \int d^3x \mathcal{L}_i(x) = H_v(t) + H_{co}(t) \\ H_v(t) &= -g \int \mathbf{j}(x) \cdot \mathbf{A}(x) d^3x \\ H_{co}(t) &= \frac{1}{2} g \int \rho(x) \varphi(x) d^3x, \end{aligned} \quad (2)$$

其中 \$\mathbf{j} = \psi^+ \lambda^a \boldsymbol{\alpha} \psi\$, \$\rho^a = \psi^+ \lambda^a \psi\$ 为色夸克流与色荷密度, \$H_v\$ 是矢胶子与夸克流间的耦合作用, \$H_{co}\$ 是色夸克间色电相互作用或瞬时库仑胶子传递的作用.

在相互作用 (2) 下系统从初态到末态通过时间发展算符

$$U(0, -\infty) = T \exp\left(-\int H_i dt\right)$$

联系起来, 到 \$O(g^2)\$ 阶, 等效于通过算符 \$\mathcal{F}^{(2)}\$ 的作用:

$$|\psi\rangle = |\varphi_0\rangle + \frac{1}{E_0 - H_0 + i\epsilon} \mathcal{F}^{(2)} |\varphi_0\rangle \quad (3)$$

这里

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^{(2)} &= \mathcal{F}_v^{(2)} + \mathcal{F}_l^{(2)} \\ \mathcal{F}_v^{(2)} &= \frac{1}{2} g^2 \int d^3x_1 \int d^3x_2 \mathbf{j}(x_1) D_v(x_1, x_2) \mathbf{j}(x_2) : \\ \mathcal{F}_l^{(2)} &= \frac{1}{2} g^2 \int d^3x_1 \int d^3x_2 \rho(x_1) D_l(x_1, x_2) \rho(x_2) : \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$D_v(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \sum_m \frac{\langle \mathbf{x}_1 | m \rangle \langle m | \mathbf{x}_2 \rangle}{E_0 - E_m + i\epsilon} \quad (5)$$

$$D_l(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{1}{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|} + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{l+1}{lR} \left(\frac{x_1 x_2}{R^2} \right)^l P_l(\cos\theta) \right] \quad (6)$$

$\mathcal{F}_v^{(2)}$ 、 $\mathcal{F}_l^{(2)}$ 分别是等效位的“横向”(矢胶子)与“瞬时”(库仑)作用部分, D_v 、 D_l 为相应的传播子。

现在我们用夸克-胶子作用导出的等效位讨论核子-介子耦合顶点的结构。核子、介子用 MIT 球腔近似(球形强子)描写。设组成核子的三个价夸克在等效位 $\mathcal{F}^{(2)}$ 作用下, 其中一个夸克发射的矢胶子在夸克海中产生一对夸克-反夸克($q\bar{q}$), 构成末态为色单态的(qqq) 重子与色中性的($q\bar{q}$) 介子态(图 1)。在两核子通过交换胶子和夸克发生相互作用的图象中, 这给出相应于介子交换的核子-介子顶点结构。其中图 1(a) 为直接图, 图 1(b) 为交换图, 而图 1(c)、图 1(d) 分别是对应的时序交换图。

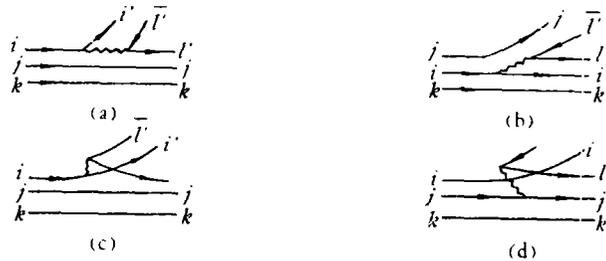


图 1

令 $|\varphi_f\rangle$ 表示在 $\mathcal{F}^{(2)}$ 作用下到达的某一末态, 则从初态 $|\varphi_0\rangle \equiv |qqq\rangle$ 跃迁到这些态的振幅由 (3) 式得到

$$|\phi\rangle = |\varphi_0\rangle + \sum_f S_{(f)} |\varphi_f\rangle \quad (7)$$

$$S_{(f)} = \langle \varphi_f | \frac{1}{E_0 - H_0 + i\epsilon} \mathcal{F}^{(2)} | \varphi_0 \rangle \equiv S_{(f)}^{(g)} + S_{(f)}^{(c)} \quad (8)$$

$S_{(f)}^{(g)}$ 是由发射矢胶子形成的 $|\varphi_f\rangle$ 态振幅, 与此同时, 将产生瞬时色库仑作用的影响, 此即 $S_{(f)}^{(c)}$ 。可设想, 形成这些振幅的初始是在同一袋(腔)里, 进而所形成的末态介子与重子发生分裂并作相对运动, 此介子被另一核子吸收, 产生介子交换的过程。我们将分析这些顶点的结构, 计算出振幅, 但不考虑末态介子与重子的分裂与相对运动。

将夸克(反夸克)波函数及胶子传播子^[3]代入 (7) 式, 即得到这些振幅的具体表达式。需指出的是, 在此过程中要考虑胶子的模式 (TE、TM 与库仑), 夸克-胶子顶点两边的夸克“味”(flavour) 不变, “自旋”(确切地说是夸克的总角动量)、宇称和“色”可改变。例如对直接图, 在 TE 模式矢胶子传播子情况有贡献的振幅如图 2(a), 其中 (s)(p) 表示夸克(反夸克)处于 s 态或 p 态, n_1, n_2, n_3 取整数 1, 2, ... 表示模式的径向激发数。这样, 可以写出在单胶子交换下从 ($3q$) 初态到达所有可能的 ($q\bar{q}$)(qqq) 态的振幅。相应于图 2

各过程的几率振幅为

$$S_{(1)}(n_1 n_2 n_3) = a_1^{(\text{TE})}(n_1 n_2 n_3)(U_n^+ \lambda^a \sigma U_n)_{d_1} \cdot (U_m^+ \lambda^a \sigma U_{-m})(-1)^{\frac{1}{2}-m} + b_1^{(\text{co})}(n_1 n_2 n_3)(U_n^+ \lambda^a U_n)_{d_1} \cdot (U_m^+ \lambda^a U_{-m})(-1)^{\frac{1}{2}-m} \quad (9.1)$$

$$S_{(2)}(n_1 n_2 n_3) = a_2^{(\text{TE})}(n_1 n_2 n_3)(\lambda^a \sigma)_{d_2} \cdot (\lambda^a \sigma)_{d_2} + b_1^{(\text{co})}(n_1 n_2 n_3)(\lambda^a)_{d_2}(\lambda^a)_{d_2} \quad (9.2)$$

$$S_{(3)}(n_1 n_2 n_3) = a_1^{(\text{TE})}(n_1 n_2 n_3)(\lambda^a \sigma)_{e_1} \cdot (\lambda^a \sigma)_{e_1} + b_1^{(\text{co})}(n_1 n_2 n_3)(\lambda^a)_{e_1}(\lambda^a)_{e_1} \quad (9.3)$$

$$S_{(4)}(n_1 n_2 n_3) = a_2^{(\text{TE})}(n_1 n_2 n_3)(\lambda^a \sigma)_{e_2} \cdot (\lambda^a \sigma)_{e_2} + b_1^{(\text{co})}(n_1 n_2 n_3)(\lambda^a)_{e_2}(\lambda^a)_{e_2} \quad (9.4)$$

$$S_{(5)}(n_1 n_2 n_3) = a_1^{(\text{TM})}(n_1 n_2 n_3)(\lambda^a \sigma)_{d_1} \cdot (\lambda^a \sigma)_{d_1} + b_2^{(\text{co})}(n_1 n_2 n_3)(\lambda^a \sigma)_{d_1} \cdot (\lambda^a \sigma)_{d_1} \quad (9.5)$$

$$S_{(6)}(n_1 n_2 n_3) = [a_2^{(\text{TM})}(n_1 n_2 n_3) + b_2^{(\text{co})}(n_1 n_2 n_3)](\lambda^a \sigma)_{d_2} \cdot (\lambda^a \sigma)_{d_2} \quad (9.6)$$

其中 σ 是泡利矩阵, U_m 是第三分量为 m 的二分量旋量. 式(9.2)—(9.6)中简写 $(\lambda^a \sigma) \cdot (\lambda^a \sigma)$ 、 $(\lambda^a)(\lambda^a)$ 即为(9.1)式中相应的形式, 下标 d_1 、 e_1 是对直接图、交换图运算, 而 d_2 、 e_2 是指相应的时序交换图. $S_{(1)}$ — $S_{(6)}$ 分别为出现图 2(1)—(6) 结构的振幅. 式中

$$a_1^{(\text{TE})} = \frac{\alpha_c}{\Delta_1} \sum_{k_n}^{(\text{TE})} \frac{1}{2k_n} \left(\frac{1}{k_n + \omega_{n_1-1} - \omega_{1-1}} \right) I_{k_n(E)}^{(i'j)}(n_1) I_{k_n(E)}^{(j'i)}(n_2 n_3), \quad (10.1)$$

$$a_2^{(\text{TE})} = \frac{\alpha_c}{\Delta_1} \sum_{k_n}^{(\text{TE})} \frac{1}{2k_n} \left(\frac{1}{k_n + \omega_{n_1} + \omega_{n_3-1}} \right) I_{k_n(E)}^{(i'j)}(n_1) I_{k_n(E)}^{(j'i)}(n_2 n_3), \quad (10.2)$$

$$a_1^{(\text{TM})} = -\frac{\alpha_c}{\Delta_5} \sum_{k_n}^{(\text{TM})} \frac{1}{2k_n} \left(\frac{1}{k_n + \omega_{n_1} - \omega_{1-1}} \right) I_{k_n(M)}^{(i'j)}(n_1) I_{k_n(M)}^{(j'i)}(n_2 n_3), \quad (10.3)$$

$$a_2^{(\text{TM})} = -\frac{\alpha_c}{\Delta_5} \sum_{k_n}^{(\text{TM})} \frac{1}{2k_n} \left(\frac{1}{k_n + \omega_{n_2-1} + \omega_{n_3-1}} \right) I_{k_n(M)}^{(i'j)}(n_1) I_{k_n(M)}^{(j'i)}(n_2 n_3), \quad (10.4)$$

是矢胶子产生的振幅的“径向”部分, $k_n(E)$ 、 $k_n(M)$ 为相应的 TE、TM 矢胶子的本征模. 径向积分 $I_{k_n(E)}^{(i'j)}$ 、 $I_{k_n(E)}^{(j'i)}$ 、 $I_{k_n(M)}^{(i'j)}$ 、 $I_{k_n(M)}^{(j'i)}$ 列于附录 I 中, 而 $\alpha_c = g^2/4\pi$, $\Delta_1 = \omega_{n_1-1} + \omega_{n_2} + \omega_{n_3-1} - \omega_{1-1}$, $\Delta_5 = \omega_{n_1} + \omega_{n_2-1} + \omega_{n_3-1} - \omega_{1-1}$. 式(9.1)至(9.6)中的 $b_1^{(\text{co})}$ 、 $b_2^{(\text{co})}$ 是库仑振幅, 它们为

$$b_1^{(\text{co})}(n_1 n_2 n_3) = -\frac{\alpha_c}{\Delta_1} [I_1(n_1 n_2 n_3) + I_2(n_1 n_2 n_3)] \quad (11.1)$$

$$b_2^{(\text{co})}(n_1 n_2 n_3) = -\frac{\alpha_c}{\Delta_5} [I_5(n_1 n_2 n_3) + I_6(n_1 n_2 n_3)] \quad (11.2)$$

积分 I_1 、 I_2 、 I_5 、 I_6 也列在附录 I 中.

图 2 各结构中, 末态介子中包含有一 p 态夸克(反夸克), 它们给出交换各种内禀激发态介子的过程. 图 3 中 p 态夸克在末态重子(qqq), 给出有激发态重子为中间态的多玻色交换的顶点结构. 还存在末态中 3 个 $q(\bar{q})$ 在 p 态的结构, 它们的意义与图 3 相似. 出现的所有这些结构的振幅都可类似地得到.

对各个顶点的结构的“自旋”、“色”部分 $(\lambda \sigma) \cdot (\lambda \sigma)$ 贡献不同, “色”部分可直接计算

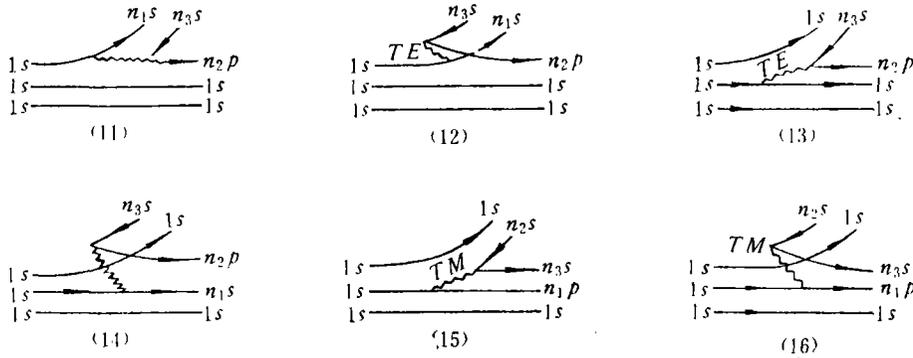


图 3

三、核子-介子耦合顶点的结构

我们已讨论了由 $(3q)$ 初态生成 $(q\bar{q})(qqq)$ 态的结构。但某一 $(q\bar{q})(qqq)$ 还不是某一有确定量子数的介子 (M) 与重子 (B) 态 $|MB\rangle$ ，而是某些重子态与介子态的组合，找到这些组合系数后就得到从 $(3q)$ 核子生成某一末态 $|MB\rangle$ 的几率振幅。

在式 (7) 中我们也可按某些有确定量子数的介子+重子的组态展开：

$$|\psi\rangle = |\varphi_0\rangle + \sum_{ij(F)} S^{(F)}(ij) |M_i B_j\rangle_{(F)} \quad (13)$$

$$S^{(F)}(ij) = {}_{(F)}\langle M_i B_j | \frac{1}{E_0 - H_0 + i\epsilon} \mathcal{F}^{(2)} | \varphi_0 \rangle \quad (14)$$

如果 (7) 式与 (14) 式都包含了一切可能的末态，则有

$$\sum_{ij(F)} S^{(F)}(ij) |M_i B_j\rangle_{(F)} = \sum_{n_1 n_2 n_3} S_{(F)}(n_1 n_2 n_3) |\varphi_f(n_1 n_2 n_3)\rangle \quad (15)$$

这里 M_i, B_j 是对一切可能存在于过程中的强子的编号。例如令(为简单起见，我们在此不考虑有奇异夸克参加的过程，因计算是类似的)：

	$i = 1$	2	$3 \cdots$	6	7	8	$9, \dots$
M_i	π	ρ	ω	B	δ	A_1	ϵ
B_i	N^0	P	Δ	$N^*\left(\frac{1}{2}\right), N^*\left(\frac{3}{2}\right), \Delta^*\left(\frac{1}{2}\right), \Delta^*\left(\frac{3}{2}\right)$			

在附录 II 中，我们用对称性分类简要地讨论了袋模型下具有确定量子数的 M, B 波函数。

当只有一个 $q(\bar{q})$ 在 p 态且 $n_1 = n_2 = n_3 = 1$ 时， $S^{(F)}(i, j)$ 的上指标 $F = 1$ ，而当其中一个 $n_i = 2$ 其余为 1 时 $F = 2$ ，依次类推。有

$$\sum_{i,j} S^{(1)}(i, j) |M_i B_j\rangle_{(1)} = \sum_{(f)} S_{(f)}(111) |\varphi_f(111)\rangle \quad (16)$$

.....

由于 $|M_i, B_j\rangle$ 是正交归一的, 故有

$$S^{(1)}(i, j) = \sum_{(f)} \sum_{ij} \omega \langle M_i B_j | S_{(f)}(111) | \varphi_f(111) \rangle \quad (17)$$

一般地有

$$S^{(F)}(i, j) = \sum_{ij} \sum_{n_1 n_2 n_3 (f)} {}^{(F)} \langle M_i B_j | S_{(f)}(n_1 n_2 n_3) | \varphi_f(n_1 n_2 n_3) \rangle \quad (18)$$

(17)、(18) 式给出了从初态核子 $|N\rangle = |qqq\rangle$ 到达某一末态介子、重子结构的几率振幅。

在上节的分析中已指出, $n_1 = n_2 = n_3 = 1$ 的结构是主要的。由图 2 可知此情况相应于核子 \rightarrow 核子 (Δ) + 第一激发态介子 ($B, \delta, A_1 \dots$) 的结构; 此情况下的图 3 给出核子 \rightarrow 基态介子 (π, ρ, ω 等) + 重子激发态 (N^*, Δ^*) 的结构。由式 (16)、(17) 及表 1 知, 此两类顶点结构的振幅 $S^{(1)}(i, j)$ 要比到达高激发态重子、介子结构的振幅 $S^{(F)}(F \geq 2)$ 大得多(近一个量级)。由此, 在核子-核子相互作用的介子交换图象中, 包含上述两类顶点

表 2. 耦合顶点结构的几率、振幅

$N \rightarrow M_i B_j$	$S^{(1)}(i, j)(1/\alpha_c)$	$P^{(1)}(i, j)(\alpha_c = 0.55)$
$P^+(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \rightarrow \pi^+(0) \Delta^{0*}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	2.44×10^{-2}	1.84×10^{-4}
$\rho^+(10) \Delta^{0*}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	6.96×10^{-3}	0.14×10^{-3}
$\rho^+(11) \Delta^{0*}(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$	-9.84×10^{-3}	0.29×10^{-3}
$\rho^+(10) N^{0*}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	9.10×10^{-3}	0.25×10^{-4}
$\rho^+(11) N^{0*}(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$	-1.29×10^{-2}	0.50×10^{-4}
$\pi^+(0) N^{0*}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	-1.52×10^{-2}	0.69×10^{-4}
$A_1^+(10) N^0(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	3.82×10^{-3}	0.05×10^{-4}
$A_1^+(11) N^0(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$	-5.40×10^{-3}	0.08×10^{-4}
$\delta^+(0) N^0(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	2.54×10^{-3}	0.06×10^{-4}
$B^+(10) N^0(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	-2.46×10^{-2}	1.83×10^{-4}
$B^+(11) N^0(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$	3.48×10^{-2}	3.67×10^{-4}
$B^+(10) \Delta^0(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	-1.12×10^{-2}	0.37×10^{-4}
$B^+(11) \Delta^0(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	7.90×10^{-3}	0.19×10^{-4}
$B^+(1, -1) \Delta^0(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$	1.37×10^{-2}	0.56×10^{-4}
$A_1^+(10) \Delta^0(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	3.56×10^{-3}	0.04×10^{-4}
$A_1^+(11) \Delta^0(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$	-2.52×10^{-3}	0.02×10^{-4}
$A_1^+(1, -1) \Delta^0(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$	-4.36×10^{-3}	0.06×10^{-4}

结构的介子交换过程最重要。设初态核子为质子 $|p\rangle$ 态, 用附录 II 的波函数及上述关系式对这两类顶点结构所出现的几率振幅作了计算, 部分振幅值列在表 2 中。

我们看到, 在所列出的振幅中, $p \rightarrow \pi^+ \Delta^{0*}$ ($\frac{1}{2}$) 与 $p \rightarrow B^+ N^0$ 两种顶点结构的振幅最大, 因而在交换介子过程中最主要。

应指出的是, 在此模型计算中, 相应于单 π 交换的顶点结构未出现, 同时交换其它单个 0^- 介子 ρ, ω 等的顶点结构也不存在。

四、讨 论

(1) 由波函数 (13) 的叠积可以定义核子在夸克-胶子作用下生成某一耦合顶点结构的几率为

$$P^{(F)}(ij) / \left[1 + \sum_{ij^{(F)}} P^{(F)}(ij) \right] \quad (19)$$

其中

$$P^{(F)}(ij) = |S_{ij}^{(F)}|^2 \quad (20)$$

也可理解为出现某一末态介子 (M_i) 重子 (B_j) 组态的顶点结构的相对几率。对部分顶点结构的相对几率 $P^{(1)}(i, j)$ 也列在表 II 中。

类似于“夸克海”一文^[8]中的讨论, 可以指出展开式 (7) 与 (13) 是收敛的。我们不可能解析地得到所有顶点结构出现的振幅与几率⁹⁾, 但从数值计算表明 (表 I 列出部分结果), 末态中仅有一个 $q(\bar{q})$ 在 p 态且 $n_i = 1$ 的结构是主要的, 其振幅要比到达更高激发态的大约要大一个量级, 而出现的几率则将占全部几率的一半左右。

(2) 我们从强子的夸克模型与 QCD 微扰得到了核子-介子耦合顶点的结构及其出现的振幅、几率。所有这些计算过程是“离壳”态的。

从计算过程中看到, 顶点结构两边 (始、末态) 的宇称是守恒的, 这从图 2、3 直接可看出。所有宇称不守恒的顶点结构其振幅自动为 0。这表明从夸克-胶子作用出发导出的顶点结构自动保证了强相互作用过程的宇称守恒。

对耦合顶点结构的振幅、几率的计算, 可以得到核子-核子相互作用中交换介子的图象。计算表明: 核子 \rightarrow 核子 (Δ) + 第一激发态介子 (B, δ, A_1, \dots) 的顶点结构和核子 \rightarrow 基态介子 (π, ρ, \dots) + 激发态重子 (N^*, Δ^*) 的顶点结构, 所出现的振幅、几率最大, 包含这些顶点结构的介子交换过程将最重要。这些过程是: 核子-核子间交换激发态重介子 B, δ, A_1, \dots , 或有 N^*, Δ^* 为中间态的双 π 交换及其它多玻色交换过程, 尤其是 $N-N$ 作用中交换 B 介子及有 Δ^* 为中间态的双 π 交换机制最主要。

显然, 上述这些重要过程相应于介子交换核力的短、中程部分。然而, 与核力的长程部分相应的单 π 交换的顶点结构未出现。可以设想由于没有考虑末态介子与重子的分裂及相对运动, 因而这等效于两个核子十分靠近时 (零程) 存在的交换过程。如果计及上

1) 我们在计算中用了第一激发态介子、重子的波函数, 这些强子的对称性为实验所确定。但更高激发态强子的性质或是争论中或不清楚。

述的分裂及相对运动能否给出单 π 交换机制呢? 还是应该把 π 看作是只存在于袋外的 Goldstone 玻色子 (Chiral Bag model)^[9] 呢? 尚需要进一步讨论。

附录 I 关于径向积分

为使用方便,我们将式 (10.1)—(11.2) 中出现的径向积分公式列出如下:

$$\begin{aligned}
 I_{k_n(k)}^{(i'j)}(n_1) &= \sqrt{\frac{2}{3}} N_g(E) N_{i'}(n_1s) N_i(1s) R^{9/2} \\
 &\quad \cdot \int_0^1 d\xi \cdot \xi^2 [j_1(k_n\xi) j_1(\omega_{n-1}\xi) j_0(\omega_{1-1}\xi) + j_1(k_n\xi) j_0(\omega_{n-1}\xi) j_1(\omega_{1-1}\xi)] \\
 I_{k_n(k)}^{(i'l)}(n_2n_3) &= \sqrt{\frac{2}{3}} N_g(E) N_{i'}(n_3s) N_l(n_2p) R^{9/2} \\
 &\quad \cdot \int_0^1 d\xi \cdot \xi^2 j_1(k_n\xi) [j_1(\omega_{n-1}\xi) j_0(\omega_{n-1}\xi) - j_0(\omega_{n-1}\xi) j_1(\omega_{n-1}\xi)] \\
 I_{k_n(M)}^{(i'j)}(n_1) &= \sqrt{\frac{2}{3}} N_g(M) N_{i'}(n_1p) N_i(1s) R^{7/2} \\
 &\quad \cdot \left\{ \int_0^1 k_n d\xi \cdot \xi^2 j_0(k_n\xi) [j_0(\omega_{n-1}\xi) j_0(\omega_{1-1}\xi) - j_1(\omega_{n-1}\xi) j_1(\omega_{1-1}\xi)] \right. \\
 &\quad \left. + 2 \int_0^1 d\xi \cdot \xi j_1(k_n\xi) j_1(\omega_{n-1}\xi) j_1(\omega_{1-1}\xi) \right\} \\
 I_{k_n(M)}^{(i'l)}(n_2n_3) &= \sqrt{\frac{2}{3}} N_g(M) N_{i'}(n_3s) N_l(n_2s) R^{7/2} \\
 &\quad \cdot \left\{ k_n \int_0^1 d\xi \cdot \xi^2 j_0(k_n\xi) [j_0(\omega_{n-1}\xi) j_0(\omega_{n-1}\xi) + j_1(\omega_{n-1}\xi) j_1(\omega_{n-1}\xi)] \right. \\
 &\quad \left. - 2 \int_0^1 d\xi \cdot \xi j_1(k_n\xi) j_1(\omega_{n-1}\xi) j_1(\omega_{n-1}\xi) \right\}
 \end{aligned}$$

式中 s, p 表示对应的 $q(\bar{q})$ 的状态, $j_n(x)$ 为 n 阶球贝什尔函数, $N_{i'}(n_1s)$ 、 $N_l(n_2p)$ 分别为 n_1s 态夸克、 n_2p 态反夸克波函数的归一化系数, $N_g(E)$ 、 $N_g(M)$ 分别为 TE 、 TM 矢胶子本征函数的归一化系数。对于末态有 3 个 $q(\bar{q})$ 处于 p 态情况, 积分形式同上, 只是将积分中的 s 改为 p 。

库仑振幅中的径向积分为

$$\begin{aligned}
 I_1^{(co)}(n_1n_2n_3) &= N_{i'}(n_1s) N_i(1s) N_{i'}(n_3s) N_l(n_2p) R^6 \\
 &\quad \cdot \int_0^1 dx \cdot x [j_0(\omega_{n-1}x) j_0(\omega_{n-1}x) - j_1(\omega_{n-1}x) j_1(\omega_{n-1}x)] \\
 &\quad \cdot \int_0^x dy \cdot y^2 [j_0(\omega_{n-1}y) j_0(\omega_{1-1}y) + j_1(\omega_{n-1}y) j_1(\omega_{1-1}y)] \\
 I_2^{(co)}(n_1n_2n_3) &= N_{i'}(n_1s) N_i(1s) N_{i'}(n_3s) N_l(n_2p) R^6 \\
 &\quad \cdot \int_0^1 dy \cdot y [j_0(\omega_{n-1}y) j_0(\omega_{1-1}y) + j_1(\omega_{n-1}y) j_1(\omega_{1-1}y)] \\
 &\quad \cdot \int_0^y dx \cdot x^2 [j_0(\omega_{n-1}x) j_0(\omega_{n-1}x) - j_1(\omega_{n-1}x) j_1(\omega_{n-1}x)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_5^{(eo)}(n_1 n_2 n_3) &= N_{i'}(n_1 p) N_i(1s) N_{i'}(n_3 s) N_i(n_2 p) R^6 \\
 &\cdot \int_0^1 dx (1 + 2x^3) [j_0(\omega_{n_3-1} x) j_1(\omega_{n_2-1} x) + j_1(\omega_{n_3-1} x) j_0(\omega_{n_2-1} x)] \\
 &\cdot \int_0^x dy \cdot y^3 [j_1(\omega_{n_1} y) j_0(\omega_{1-1} y) - j_0(\omega_{n_1} y) j_1(\omega_{1-1} y)] \\
 I_6^{(eo)}(n_1 n_2 n_3) &= N_{i'}(n_1 p) N_i(1s) N_{i'}(n_3 s) N_i(n_2 p) R^6 \\
 &\cdot \int_0^1 dx (1 + 2x^3) [j_0(\omega_{n_1} x) j_1(\omega_{1-1} x) - j_1(\omega_{n_1} x) j_0(\omega_{1-1} x)] \\
 &\cdot \int_0^x dy \cdot y^3 [j_0(\omega_{n_3-1} y) j_1(\omega_{n_2-1} y) + j_1(\omega_{n_3-1} y) j_0(\omega_{n_2-1} y)]
 \end{aligned}$$

式中的 R 为袋(球腔)半径.

附录 II 球形袋(腔)模型中的重子、介子波函数

在强子的袋模型中, 夸克的质量 m_u 、 m_d 很小(我们取 $m_u = m_d = 0$), 处于相对论性运动状态. 此时总角动量 i 是好量子数, 因而多体波函数用 i - j 耦合表示. 我们考虑球形腔近似, 此时仅有 $i = \frac{1}{2}$, $k = -1(s_{1/2})$ 、 $k = +1(p_{1/2})$ 本征模式. 由此, 夸克的总角动量 i 象自旋一样构成 $SU(2)$ 对称性; 而 s 、 p 可看作 $SU(2)$ 置换对称性 (M) 的两个态. 考虑夸克的 3 种味 u 、 d 、 s 及“色”自由度后, 多夸克态由 4 个群的直积表示:

$$SU_f(3) \otimes SU_f(2) \otimes SU_M(2) \otimes SU_c(3).$$

1. 重子波函数:

要求重子的 $SU_c(3)$ 为单态表示. 由于总波函数为反对称态, 则要求 $SU_f(3) \otimes SU_f(2) \otimes SU_M(2)$ 为对称表示. 从内积分解 $SU(12) \supset (SU_f(3) \otimes SU_f(2) \otimes SU_M(2))_s$ 可得到重子的基态、激发态波函数. T. D. DeGrand 等^[7] 已对第一激发态重子作了详细讨论, 并给出了波函数. 这里不再重述.

2. 介子 ($q\bar{q}$) 的波函数

介子的 $SU_c(3)$ 为色中性态. 为简单起见, 仅考虑 2 种味 u 、 d , 则内积分解 $SU(8) \supset SU_f(2) \otimes SU_M(2) \otimes SU_f(2)$ 生成各种介子态. 这里说明一下 $SU_M(2)$ 的含意, 它的 3 重态表示为

$$M(11) = ss, \quad M(10) = \frac{1}{\sqrt{2}}(sp + ps), \quad M(1-1) = pp.$$

单态表示为

$$M(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(sp - ps).$$

因此基态介子为 $M(11)$ 态, q 、 \bar{q} 都在 p 态的介子为 $M(1-1)$ 态; 而 q 、 \bar{q} 中一个处于 p 态的介子可为 $M(0)$ 态也可以是 $M(10)$ 态, 它们的区别在于将给出不同的电荷共轭宇称本征态.

用 $\varphi^{(s)}$ 、 $\varphi^{(d)}$ 表示介子的 G -宇称态, 有 $G\varphi^{(s)} = -\varphi^{(s)}$, $G\varphi^{(d)} = +\varphi^{(d)}$. 则对我们

感兴趣的介子态可写为

$$\pi(J^{PC} = 0^{-+}, I^G = 1^{-}): \varphi_f^{(S)}(1)\chi_J(0)M(11)$$

$$\rho(J^{PC} = 1^{-+}, I^G = 1^{+}): \varphi_f^{(A)}(1)\chi_J(1)M(11)$$

$$B(J^{PC} = 1^{+-}, I^G = 1^{+}): \varphi_f^{(A)}(1)\chi_J(1)M(0)$$

$$\delta(J^{PC} = 0^{++}, I^G = 1^{-}): \varphi_f^{(S)}(1)\chi_J(0)M(0)$$

$$A_1(J^{PC} = 1^{++}, I^G = 1^{-}): \varphi_f^{(S)}(1)\chi_J(1)M(0)$$

这里 $\varphi_f^{(A)}(1)$ 表示 $I^G = 1^{+}$ 态, $\chi_J(1), \chi_J(0)$ 分别为总角动量等于 1 和 0 的态, 容易验证, 如将上面的 $M(0)$ 换成 $M(10)$, 则电荷共轭宇称态相反, 它们给出的态称为“外来态”(exotics). 明显地写出上述态的波函数, 例如对正电荷态为:

$$|\pi^{+}\rangle = \frac{1}{2}(u_s^{\dagger}\bar{d}_s^{\dagger} - u_s^{\dagger}\bar{d}_s^{\dagger} + \bar{d}_s^{\dagger}u_s^{\dagger} - \bar{d}_s^{\dagger}u_s^{\dagger})$$

$$|\rho^{+}(10)\rangle = \frac{1}{2}(u_s^{\dagger}\bar{d}_s^{\dagger} + u_s^{\dagger}\bar{d}_s^{\dagger} - \bar{d}_s^{\dagger}u_s^{\dagger} - \bar{d}_s^{\dagger}u_s^{\dagger})$$

$$|B^{+}(10)\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}(u_s^{\dagger}\bar{d}_p^{\dagger} - u_p^{\dagger}\bar{d}_s^{\dagger} + \bar{d}_p^{\dagger}u_s^{\dagger} - \bar{d}_s^{\dagger}u_p^{\dagger} \\ + u_s^{\dagger}\bar{d}_p^{\dagger} - u_p^{\dagger}\bar{d}_s^{\dagger} + \bar{d}_p^{\dagger}u_s^{\dagger} - \bar{d}_s^{\dagger}u_p^{\dagger})$$

$$|\delta^{+}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}(u_s^{\dagger}\bar{d}_p^{\dagger} - u_p^{\dagger}\bar{d}_s^{\dagger} - \bar{d}_p^{\dagger}u_s^{\dagger} + \bar{d}_s^{\dagger}u_p^{\dagger} \\ - u_s^{\dagger}\bar{d}_p^{\dagger} + u_p^{\dagger}\bar{d}_s^{\dagger} + \bar{d}_p^{\dagger}u_s^{\dagger} - \bar{d}_s^{\dagger}u_p^{\dagger})$$

$$|A_1^{+}(10)\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}}(u_s^{\dagger}\bar{d}_p^{\dagger} - u_p^{\dagger}\bar{d}_s^{\dagger} - \bar{d}_p^{\dagger}u_s^{\dagger} + \bar{d}_s^{\dagger}u_p^{\dagger} \\ + u_s^{\dagger}\bar{d}_p^{\dagger} - u_p^{\dagger}\bar{d}_s^{\dagger} - \bar{d}_p^{\dagger}u_s^{\dagger} + \bar{d}_s^{\dagger}u_p^{\dagger}).$$

对不同角动量投影的态可类似得到.

参 考 文 献

- [1] G. E. Brown and A. D. Jackson, 1976, *The Nucleon-Nucleon Interaction* (North-Holland, Amsterdam).
- [2] T. D. Lee, *Phys. Rev.*, **D19** (1978), 1802.
- [3] 何汉新, 卓益忠, 萨本豪, “QCD 微扰理论和原子核 (1) 强子的能级移动和质量差” 《高能物理与核物理》, **1**(1982), 69.
- [4] I. Duck, *Phys. Lett.*, **77B** (1978), 223.
- [5] A. Chods, et al., *Phys. Rev.*, **D9** (1974), 3471. T. Degrand, et al., *Phys. Rev.*, **D12** (1975), 2060.
- [6] T. D. Bjorken and S. D. Drell, “*Relativistic Quantum Fields*” (McGraw-Hill Book Company) 1965.
- [7] T. D. DeGrand, R. L. Jaffe, *Ann. Phys.*, (N. Y.), **100** (1976), 425.
- [8] J. F. Donoghue, E. Golowich, *Phys. Rev.*, **D15** (1977), 3421.
- [9] R. L. Jaffe, Lectures at the 1979 Erice Summer School, MIT-CTP-814 (1979).

QCD PERTURBATION THEORY FOR CONFINED QUARKS AND NUCLEI

(2) THE STRUCTURE OF THE NUCLEON-MESON COUPLING

HE HAN-XING ZHUO YI-ZHONG SA BEN-HAO

(Institute of Atomic Energy, Academia Sinica, Beijing)

ABSTRACT

The structure of the nucleon-meson coupling is discussed on the basis of QCD perturbation theory. The transition amplitude for the Nucleon-Nucleon (Baryon) + Meson is obtained in the spherical cavity approximation of MIT bag model. From the analysis of these amplitude (probability) it shows that the exchange of heavy mesons of the first excited state (B , δ , A_1 , . . .) and the 2π exchange (intermediate states N^* , Δ^*) are important in the zero range N-N interaction. However, the one-pion and one ρ , ω . etc do not appear.