

# SO(6) 极限中的八极态

狄尧民

(江苏师范学院物理系)

## 摘 要

本文用由一个  $f$  玻色子和  $N-1$  个  $s^+$ 、 $d^+$  玻色子所组成的系统来处理偶偶核的八极态,着重讨论了其  $SO(6)$  极限情形,得出了具有截止效应的能量和电磁跃迁几率等方面的解析关系。文章最后简单地讨论了两粒子态问题。

## 一、引 言

近年来,相互作用玻色子模型(IBM)<sup>[1-3]</sup> 在处理偶偶核四极集体态方面取得很大的成功。关于偶偶核的八极集体态,文献[1]、[2]也已经进行了讨论,并取得可喜的成果。在文献[1]中,讨论了  $SU(5)$  极限情形,给出了能谱公式,并在不考虑截止效应的情况下得出了跃迁几率的解析关系。在文献[2]中,讨论了  $SU(3)$  极限情形,并在不考虑截止效应的情况下得出了能量和跃迁几率方面的解析关系。本文讨论了  $SO(6)$  极限情形,并且考虑了截止效应,得出了能量和跃迁几率方面的解析表达式。

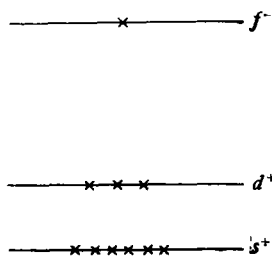


图1 玻色子的能级

与文献[1]、[2]类同,为了构成具有八极特性的态,除正宇称的  $s$ 、 $d$  玻色子外,还考虑了负宇称的  $f(L=3)$  玻色子。由于  $f$  玻色子能态较高,数个玻色子同时占有  $f$  能态的机会较小,我们可以只考虑  $n_f=1$  的情形(如图1所示)。

在讨论不同宇称能级之间的电磁跃迁时,我们假定  $f$  和  $s^+$  玻色子之间的交换起重要作用。这不仅减少了可调参数,而且避免了文献[1]、[2]中在确定简化电磁跃迁算符的形式时所存在的任意性。

文章最后还简单地讨论了两粒子态问题。

## 二、能谱的讨论

本文主要用由一个  $f$  玻色子和  $N'(N'=N-1)$  个  $s$ 、 $d$  玻色子所组成的系统来处理偶偶核的八极态。对于这样一个系统,哈密尔顿算符可以写成如下形式:

$$H = H_d + H_f + H_{fd}, \quad (2.1)$$

其中  $H_d$  为  $N'$  个  $s, d$  玻色子的哈密顿算符.  $H_f$  与  $f$  玻色子相应, 在  $n_f = 1$  的情况下就相当于一个常数  $e_f$ .  $H_{fd}$  表示  $f$  玻色子与  $s, d$  玻色子的相互作用, 其具体表达式可写为

$$H_{fd} = u_{2f}[(f^\dagger \bar{f})^{(0)}(s^\dagger \bar{s})^{(0)}]^{(0)} + \sum_{l=0,1,2,3,4} x'_l [(f^\dagger \bar{f})^{(l)}(d^\dagger \bar{d})^{(l)}]^{(0)} + w_{2f}[(f^\dagger \bar{f})^{(2)}(d^\dagger \bar{s} + s^\dagger \bar{d})^{(2)}]^{(0)}. \quad (2.2)$$

在讨论四极态的  $SO(6)$  极限中, 系统的哈密顿只包含  $O(6)$  群的生成元  $(d^\dagger \bar{d})_m^{(0)}$ ,  $(d^\dagger \bar{d})_m^{(2)}$  和  $(d^\dagger \bar{s} + s^\dagger \bar{d})_m^{(2)}$ . 从这里可以看出, 在这一极限情形下,  $d$  玻色子的  $(d^\dagger \bar{d})_m^{(0)}$ ,  $(d^\dagger \bar{d})_m^{(2)}$ ,  $(d^\dagger \bar{s} + s^\dagger \bar{d})_m^{(2)}$  这些短对系统的哈密顿的贡献可以忽略. 同样, 推广到  $f$  玻色子情形, 可以认为  $(f^\dagger \bar{f})^{(0)}$ ,  $(f^\dagger \bar{f})_m^{(2)}$ ,  $(f^\dagger \bar{f})_m^{(4)}$  等的贡献较小, 而  $(f^\dagger \bar{f})_m^{(2)}$  和  $(f^\dagger \bar{f})_m^{(4)}$  这样的短是重要的. 所以  $H_{fd}$  可以简化为

$$H_{fd} = \sum_{l=1,3} x'_l [(f^\dagger \bar{f})^{(l)}(d^\dagger \bar{d})^{(l)}]^{(0)}, \quad (2.3)$$

或写成

$$H_{fd} = \sum_L x_L [(f^\dagger d^\dagger)^{(L)}(\bar{f} \bar{d})^{(L)}]^{(0)}, \quad (2.4)$$

但式中  $x_L (L = 1, 2, 3, 4, 5)$  中只有两个是独立的, 它们通过下式与  $x'_1, x'_3$  联系起来.

$$x_L = \sum_{l=1,3} (2l+1)^{1/2}(2L+1)^{1/2}(-1)^L \begin{Bmatrix} 3 & 3 & l \\ 2 & 2 & L \end{Bmatrix} x'_l. \quad (2.5)$$

因此我们在  $SO(6)$  极限情况下, 采用如下的哈密顿算符

$$H = AP_6 + BC_5 + CC_3 + e_f + \sum_L x_L [(f^\dagger d^\dagger)^{(L)}(\bar{f} \bar{d})^{(L)}]^{(0)}, \quad (2.6)$$

其中  $P_6$  为  $SO(6)$  群的对算符,  $C_5, C_3$  分别为  $SO(5)$  和  $SO(3)$  群的二次 Casimir 算符. 为讨论方便起见, 除特别说明外, 本文采用的符号与文献 [1]—[3] 相同.

为讨论 (2.6) 式  $H$  的本征谱, 我们以  $|[N'], \sigma, \tau, \nu_\Delta, L_d; f; LM\rangle$  为基计算矩阵元. 计算中要用到  $SO(6)$  波函数与  $SU(5)$  波函数之间的关系

$$|[N], \sigma, \tau, \nu_\Delta, LM\rangle = \sum_{n_d} \zeta_{n_d \tau}^{\sigma} |n_d, \nu = \tau, n_\Delta = \nu_\Delta, LM\rangle \quad (2.7)$$

$n_d$  的取值范围为

$$n_d = \tau, \tau + 2, \tau + 4, \dots, n_d \leq N$$

$\zeta_{n_d \tau}^{\sigma}$  的明显表达式见文献 [4]. 当  $\sigma = \sigma_{\max} = N$  时

$$\zeta_{n_d \tau}^N = \sqrt{\frac{(N-\tau)!(N+3+\tau)!(n_d+1-\tau)!!}{(N-n_d)!2^{N+1}(N+1)!(n_d+1-\tau)!(n_d+3+\tau)!!}}, \quad (2.8)$$

$H$  的对角矩阵元为

$$\begin{aligned} & \langle [N'], \sigma, \tau, \nu_\Delta, L_d; f; L | H | [N'], \sigma, \tau, \nu_\Delta, L_d; f; L \rangle \\ & = E([N'], \sigma, \tau, \nu_\Delta, L_d) + e_f \\ & \quad + \langle [N'], \sigma, \tau, \nu_\Delta, L_d; f; L | H_{fd} | [N'], \sigma, \tau, \nu_\Delta, L_d; f; L \rangle \end{aligned} \quad (2.9)$$

而

$$\begin{aligned}
& \langle [N'], \sigma, \tau, \nu_\Delta, L_d; f; L | H_{fd} | [N'], \sigma, \tau, \nu_\Delta, L_d; f; L \rangle \\
&= \sum_{n_d} (\zeta_{n_d \tau}^{n_d})^2 \langle n_d, \nu = \tau, n_\Delta = \nu_\Delta, L_d; f; L | H_{fd} | n_d, \\
&\quad \nu = \tau, n_\Delta = \nu_\Delta, L_d; f; L \rangle, \tag{2.10}
\end{aligned}$$

因为  $(d^\dagger \bar{d})_m^{(\omega)}$  和  $(d^\dagger \bar{d})_m^{(\sigma)}$  为  $O(5)$  群的生成元, 所以对于非对角矩阵元我们有

$$\begin{aligned}
& \langle [N'], \sigma, \tau, \nu_\Delta, L_d; f; L | H | [N'], \sigma', \tau', \nu'_\Delta, L'_d; f; L' \rangle \\
&= \delta_{\sigma\sigma'} \delta_{\tau\tau'} \delta_{LL'} \\
&\quad \cdot \langle [N'], \sigma, \tau, \nu_\Delta, L_d; f; L | H_{fd} | [N'] \sigma, \tau, \nu'_\Delta, L'_d; f; L \rangle \\
&= \delta_{\sigma\sigma'} \delta_{\tau\tau'} \delta_{LL'} \\
&\quad \cdot \sum_{n_d} (\zeta_{n_d \tau}^{n_d})^2 \langle n_d, \nu = \tau, n_\Delta = \nu_\Delta, L_d; f; L | H_{fd} | n_d, \\
&\quad \nu = \tau, \nu'_\Delta = \nu'_\Delta, L'_d; f; L \rangle, \tag{2.11}
\end{aligned}$$

而

$$\begin{aligned}
& \langle d^{n_d} \chi_d L_d; f; L | H_{fd} | d^{n_d} \chi'_d L'_d; f; L \rangle \\
&= n_d (2L_d + 1)^{1/2} (2L'_d + 1)^{1/2} \\
&\quad \cdot \sum_{\chi J} [d^{n_d-1}(\chi J) d] \{ d^{n_d} \chi_d L_d \} [d^{n_d-1}(\chi J) d] \{ d^{n_d} \chi'_d L'_d \} \\
&\quad \cdot \sum_{J'} (2J' + 1) \chi_{J'} \left\{ \begin{matrix} J & 2 & L_d \\ 3 & L & J' \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} J & 2 & L'_d \\ 3 & L & J' \end{matrix} \right\} \tag{2.12}
\end{aligned}$$

现在我们考虑  $f$  玻色子与  $N'$  个  $s, d$  玻色子形成的基带的耦合, 即考虑  $\sigma = N', L_d = 2\tau$  的情况, 则  $H$  的对角矩阵元就可以简化为

$$\begin{aligned}
& \langle [N'], \sigma = N', L_d = 2\tau; f; L | H | [N'], \sigma = N', L_d = 2\tau; f; L \rangle \\
&= E([N'], \sigma = N', L_d = 2\tau) + e_f \\
&\quad + \bar{n}_d (2L_d + 1) \sum_{J'} (2J' + 1) \chi_{J'} \left\{ \begin{matrix} L_d - 2 & 2 & L_d \\ 3 & L & J' \end{matrix} \right\}^2. \tag{2.13}
\end{aligned}$$

其中  $\bar{n}_d$  为  $n_d$  在态  $|[N'], \sigma = N', L_d = 2\tau\rangle$  中的期望值, 即

$$\bar{n}_d = \sum_{n_d} n_d (\zeta_{n_d \tau}^{N'})^2 = \frac{N'(N' - 1)}{2(N' + 1)} + \frac{\tau(\tau + 3)}{2(N' + 1)} \tag{2.14}$$

当总角动量  $L = L_d + 3$  或  $L = L_d + 2$  时,  $H$  的矩阵元已经对角化, 其本征值由下面二式给出

$$\begin{aligned}
& E([N'], \sigma = N', L_d = 2\tau; f; L = L_d + 3) \\
&= E([N'], \sigma = N', L_d = 2\tau) + e_f + \bar{n}_d x_3 \tag{2.15}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& E([N'], \sigma = N', L_d = 2\tau; f; L = L_d + 2) \\
&= E([N'], \sigma = N', L_d = 2\tau) + e_f + \bar{n}_d x_3 + \frac{\bar{n}_d(2\tau + 3)}{5\tau} \Delta_4 \tag{2.16}
\end{aligned}$$

其中  $\Delta_4 = x_4 - x_3$ ,

我们可以把这些态分成  $N, N'$  两个带, 它们为

$$\begin{aligned}
 N \text{ 带} & \quad |[N'], \sigma = N', L_d = 2\tau; f; L = L_d + 3\rangle \\
 N' \text{ 带} & \quad |[N'], \sigma = N', L_d = 2\tau; f; L = L_d + 2\rangle
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

至于其它一些由  $f$  玻色子和  $s, d$  玻色子耦合成的负宇称态, 由于互相混合而不能形成明显的带状结构, 它们缺少集体特性, 我们不再详细讨论. 图 2 中画出了典型的  $SO(6)$  极限情况的八极能谱.

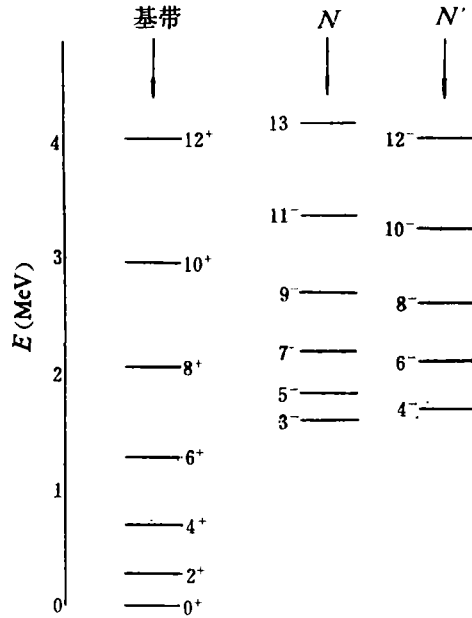


图 2  $SO(6)$  极限情况下的八极能谱

$N = 6, B = 360\text{keV}, C = 5\text{keV}, \sigma_f = 1800\text{keV}, x_s = -120\text{keV}, \Delta_s = -50\text{keV}$

比较一下  $N, N'$  带与四极态基带是有趣的.  $N$  带的能量表达式可以写成与基带类同的形式.

$$E_{\pm}(L) = a_0 L(L + 6) + b_0 L(L + 1)$$

其中

$$a_0 = \frac{1}{24} B \quad b_0 = C \tag{2.18}$$

$$E_N(L = L_d + 3) = \sigma'_f + a_1 L_d(L_d + 6) + b_1 L_d(L_d + 1)$$

其中

$$\sigma'_f = \sigma_f + \frac{N'(N' - 1)}{2(N' + 1)} x_s, \quad a_1 = a_0 + \frac{x_s}{8(N' + 1)} \quad b_1 = b_0 \tag{2.19}$$

但  $N'$  带的能量表达式就不能写成与基带类同的形式. 从 (2.16) 式最后一项可以看出,  $\Delta_s$  越大该带与传统分带方法偏离就会越大, 而且  $\tau$  较小的态, 偏离更为显著.

与文献[1]比较可以看出, 与正宇称能谱类同,  $SO(6)$  极限情况的八极态与  $SU(5)$  极限情况呈现出某些相似之处, 它们都有  $N, N'$  两个带. 在  $SU(5)$  极限情况下, 该两带为

$$\begin{aligned} N \text{ 带} & |d^{n_d}, L_d = 2n_d; f; L = L_d + 3\rangle, \\ N' \text{ 带} & |d^{n_d}, L_d = 2n_d; f; L = L_d + 2\rangle \end{aligned} \quad (2.20)$$

其能量表达式为

$$\begin{aligned} E(d^{n_d}, L_d = 2n_d; f; L = L_d + 3) \\ = E(d^{n_d}, L_d = 2n_d) + e_f + n_d x_3, \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} E(d^{n_d}, L_d = 2n_d; f; L = L_d + 2) \\ = E(d^{n_d}, L_d = 2n_d) + e_f + n_d x_3 + \frac{2n_d + 3}{5} \Delta_4 \end{aligned} \quad (2.22)$$

本节讨论的结果已部分地为实验所证实。在四极态的零级近似为  $SU(5)$  和  $SO(6)$  极限的核中,已发现一些核具有  $N$  带,但完整的  $N'$  带尚未发现,这可能是由于  $N'$  带中的态,特别是  $L_d$  较小的能态,易受对称破缺的影响而丧失集体特性。Pt 同位素的四极集体态具有较好的  $SO(6)$  对称性,现在我们来考察  $^{188}\text{Pt}$  的八极态,发现理论和实验符合得较好。理论和实验的比较如图 3 所示。

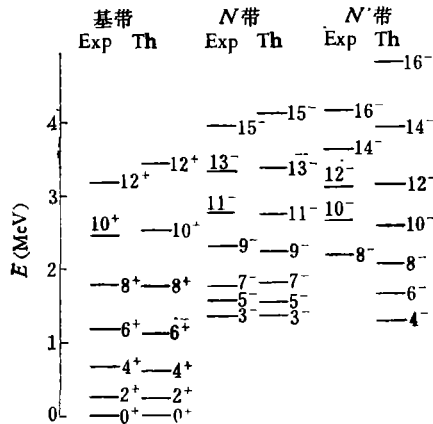


图 3  $^{188}\text{Pt}$  的实验谱和理论谱比较

实验数据引自文献 [6], 理论谱计算时采用的参数为

$$N = 10, B = 312\text{keV}, C = 4\text{keV}, x_3 = -250\text{keV}, e_f = 2450\text{keV}, \Delta_4 = -70\text{keV}.$$

上面的讨论是属于理想情况。事实上,符合得最好的核也会与理想情况有所偏离,文献 [5] 中用如下哈密顿来讨论系统的四极态从  $SO(6)$  向  $SU(3)$  的转移

$$H = AP_6 + BC_5 + CC_3 - \kappa \hat{Q} \cdot \hat{Q} \quad (2.23)$$

与此相应,对于八极态我们可以采用如下形式的哈密顿。

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H' \\ H' &= -\kappa \hat{Q} \cdot \hat{Q} + \kappa' [\hat{Q}(f\bar{f})^{(2)}]^{(0)} \end{aligned} \quad (2.24)$$

其中  $H_0$  即为 (2.6) 式的哈密顿,在  $H'$  比较小的情况下,我们可用微扰论。

### 三、电磁跃迁

现在我们开始讨论电磁跃迁几率,首先讨论  $E2$  跃迁。最一般的一体  $E2$  跃迁算符为

$$T_k^{(E_2)} = \tilde{q}_2(d^\dagger \tilde{s} + s^\dagger \tilde{d})_k^{(2)} + q_2'(d^\dagger \tilde{d})_k^{(2)} + q_2''(f^\dagger \tilde{f})_k^{(2)} \quad (3.1)$$

如描述  $f$  玻色子本身四极矩的项可以忽略, 则  $E2$  跃迁算符为

$$T_k^{(E_2)} = \tilde{q}_2(d^\dagger \tilde{s} + s^\dagger \tilde{d})_k^{(2)} + q_2'(d^\dagger \tilde{d})_k^{(2)} \quad (3.2)$$

由于(4.2)式中  $T_k^{(E_2)}$  不包含  $f$  玻色子的产生算符和湮灭算符, 所以我们有

$$\begin{aligned} & \langle \kappa L_d; f; L \| T^{(E_2)} \| \kappa' L'_d; f; L' \rangle \\ &= (-1)^{L_d+L'+1} (2L+1)^{1/2} (2L'+1)^{1/2} \left\{ \begin{matrix} L_d & L & 3 \\ L' & L'_d & 2 \end{matrix} \right\} \\ & \quad \cdot \langle \kappa L_d \| T^{(E_2)} \| \kappa' L'_d \rangle \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} & B(E2 \kappa' L'_d; f; L' \rightarrow \kappa L_d; f; L) \\ &= (2L'_d+1)(2L+1) \left\{ \begin{matrix} L_d & L & 3 \\ L' & L'_d & 2 \end{matrix} \right\}^2 B(E2 \kappa' L'_d \rightarrow \kappa L_d) \end{aligned} \quad (3.4)$$

现在我们考虑  $N, N'$  带中各态之间的  $E2$  跃迁. 对于  $SO(6)$  极限我们有

$$\begin{aligned} & B(E2[N'], \sigma = N', \tau + 1, L'_d = 2\tau + 2 \rightarrow [N']\sigma = N', \tau, L_d = 2\tau) \\ &= (\tilde{q}_2)^2 \frac{L_d + 2}{2(L_d + 5)} \frac{1}{4} (2N' - L_d)(2N' + L_d + 8) \end{aligned} \quad (3.5)$$

所以在这一极限情况下带内跃迁为

$$\begin{aligned} & N \text{ 带 } B(E2 L' = L_d + 5 \rightarrow L = L_d + 3) \\ &= (\tilde{q}_2)^2 \frac{L_d + 2}{2(L_d + 5)} \cdot \frac{1}{4} (2N' - L_d)(2N' + L_d + 8) \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} & N' \text{ 带 } B(E2 L' = L_d + 4 \rightarrow L = L_d + 2) \\ &= (\tilde{q}_2)^2 \frac{L_d}{2(L_d + 3)} \cdot \frac{1}{4} (2N' - L_d)(2N' + L_d + 8) \end{aligned} \quad (3.7)$$

$N' \rightarrow N$  的带间跃迁

$$\begin{aligned} & N' \rightarrow N \quad B(E2 L' = L_d + 4 \rightarrow L = L_d + 3) \\ &= (\tilde{q}_2)^2 \frac{3}{(L_d + 3)(L_d + 5)} \cdot \frac{1}{4} (2N' - L_d)(2N' + L_d + 8) \end{aligned} \quad (3.8)$$

对于  $SU(5)$  极限我们有

$$\begin{aligned} & B(E2 d^{n_d+1} L_d = 2n_d + 2 \rightarrow d^{n_d} L_d = 2n_d) \\ &= (\tilde{q}_2)^2 \cdot \frac{1}{4} (2N' - L_d)(L_d + 2) \end{aligned} \quad (3.9)$$

所以带内跃迁为

$$\begin{aligned} & N \text{ 带 } B(E2 L' = L_d + 5 \rightarrow L = L_d + 3) \\ &= (\tilde{q}_2)^2 \cdot \frac{1}{4} (2N' - L_d)(L_d + 2) \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} & N' \text{ 带 } B(E2 L' = L_d + 4 \rightarrow L = L_d + 2) \\ &= (\tilde{q}_2)^2 \frac{L_d(L_d + 5)}{L_d + 3} \cdot \frac{1}{4} (2N' - L_d) \end{aligned} \quad (3.11)$$

$N'$  到  $N$  的带间跃迁为

$$\begin{aligned} N' \rightarrow N \quad B(E2 \quad L' = L_d + 4 \rightarrow L = L_d + 3) \\ = (\tilde{q}_2)^2 \frac{3(2N' - L_d)}{2(L_d + 3)} \end{aligned} \quad (3.12)$$

与文献 [1] 相比, 我们这里给出的  $SU(5)$  极限情况下  $E2$  跃迁几率表达式已包含了截止效应。

用类似的方法可以讨论  $N, N'$  带中各态间的其它跃迁。事实上, 八极态之间的电磁跃迁算符可表示成如下形式

$$T_m^{(2)} = T_{m,d}^{(2)} + q_1''(f^{\dagger} \tilde{f})_m^{(2)}, \quad (3.13)$$

其中  $T_{m,d}^{(2)}$  为只包含  $s, d$  玻色子自由度的电磁跃迁算符。如我们忽略  $f$  玻色子固有的矩, 则

$$T_m^{(2)} = T_{m,d}^{(2)} \quad (3.14)$$

于是我们有

$$\begin{aligned} \langle \kappa L_d; f; L \| T^{(2)} \| \kappa' L'_d; f; L' \rangle \\ = (-1)^{L_d+1+L'+1} (2L+1)^{1/2} (2L'+1)^{1/2} \begin{Bmatrix} L & L' & 1 \\ L'_d & L_d & 3 \end{Bmatrix} \\ \cdot \langle \kappa L_d \| T^{(2)} \| \kappa' L'_d \rangle \end{aligned} \quad (3.15)$$

(4.15) 式给出了八极态之间的约化跃迁矩阵元与相应的四极态之间的约化跃迁矩阵元之间的关系。

下面我们来讨论  $N, N'$  带到基带的电磁跃迁。这些改变宇称的跃迁有两种基本的机制, 一种是  $f$  玻色子和  $s$  玻色子之间的交换, 另一种为  $f$  玻色子和  $d$  玻色子之间的交换。我们假定第一种机制是重要的, 其二阶效应对跃迁的贡献与第二种机制有相同的量级, 甚至还要大些。因此  $E1$  跃迁算符可以写成

$$T_k^{(E1)} = \tilde{q}_1 [(d^{\dagger} \tilde{s} + s^{\dagger} \tilde{d})^{(2)} (s^{\dagger} \tilde{f} + f^{\dagger} \tilde{s})^{(3)}]_k^{(1)} + \tilde{q}_1' (d^{\dagger} \tilde{f} + f^{\dagger} \tilde{d})_k^{(1)} \quad (3.16)$$

为讨论问题方便起见, 我们先考虑  $SU(5)$  极限情形。  $T^{(E1)}$  的约化矩阵元为

$$\begin{aligned} F = \langle n_d + 1, x_d, L_d; f^{n_f=0}; L \| T^{(E1)} \| n_d, x'_d, L'_d; f^{n_f=1}; L' \rangle \\ = (\tilde{q}_1(N - n_d) + \tilde{q}_1') \cdot F' \end{aligned} \quad (3.17)$$

其中

$$\begin{aligned} F' = \langle n_d + 1, x_d, L_d; f^{n_f=0}; L \| (d^{\dagger} \tilde{f})^{(1)} \| n_d, x'_d, L'_d; f^{n_f=1}; L' \rangle \\ = (n_d + 1)^{1/2} [d^{n_d} (x'_d L'_d) d] \} d^{n_d+1} x_d L_d \\ \cdot (2L+1)^{1/2} (2L'+1)^{1/2} (-1)^{L_d+L'_d} \begin{Bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ L'_d & L' & L \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.18)$$

考虑  $N, N'$  带到基带的跃迁

$$\begin{aligned} N \rightarrow Y \quad L' = L_d + 3 \rightarrow L = L_d + 2 \quad F' = \left( \frac{(L_d/2 + 1)(2L_d + 7)}{7} \right)^{1/2} \\ N' \rightarrow Y \quad L' = L_d + 2 \rightarrow L = L_d + 2 \quad F' = - \left( \frac{L_d(L_d + 1)}{42} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (3.19)$$

由 (3.10)、(3.11)、(3.12) 和 (3.19) 式, 我们可计算  $N$  和  $N'$  带衰变时的  $B(E_1)/B(E_2)$  分支比

$$\begin{aligned}
 \frac{N \rightarrow Y}{N \rightarrow N} & \frac{B(E1, L' = L_d + 3 \rightarrow L = L_d + 2)}{B(E2, L' = L_d + 3 \rightarrow L = L_d + 1)} \\
 & = \frac{[C_1(N - L_d/2) + C_2]^2}{N - L_d/2} \cdot \frac{L_d + 2}{7L_d} \\
 \frac{N' \rightarrow Y}{N' \rightarrow N'} & \frac{B(E1, L' = L_d + 2 \rightarrow L = L_d + 2)}{B(E2, L' = L_d + 2 \rightarrow L = L_d + 2)} \\
 & = \frac{[C_1(N - L_d/2) + C_2]^2}{N - L_d/2} \cdot \frac{L_d(L_d + 1)}{21(L_d - 2)(L_d + 3)}, \\
 \frac{N' \rightarrow Y}{N' \rightarrow N} & \frac{B(E1, L' = L_d + 2 \rightarrow L = L_d + 2)}{B(E2, L' = L_d + 2 \rightarrow L = L_d + 1)} \\
 & = \frac{[C_1(N - L_d/2) + C_2]^2}{N - L_d/2} \cdot \frac{L_d(L_d + 1)}{126}, \tag{3.20}
 \end{aligned}$$

其中  $C_1 = (\tilde{q}_1/\tilde{q}_2)^2$ ,  $C_2 = (\tilde{q}'_1/\tilde{q}'_2)^2$

如 (4.15) 式第二项可以忽略, 则分支比  $B(E1)/B(E2)$  可以简化为

$$\begin{aligned}
 \frac{N \rightarrow Y}{N \rightarrow N} & \frac{B(E1, L' = L_d + 3 \rightarrow L = L_d + 2)}{B(E2, L' = L_d + 3 \rightarrow L = L_d + 1)} \\
 & = C_1(N - L_d/2) \frac{L_d + 2}{7L_d} \\
 \frac{N' \rightarrow Y}{N' \rightarrow N'} & \frac{B(E1, L' = L_d + 2 \rightarrow L = L_d + 2)}{B(E2, L' = L_d + 2 \rightarrow L = L_d)} \\
 & = C_1(N - L_d/2) \frac{L_d(L_d + 1)}{21(L_d - 2)(L_d + 3)} \\
 \frac{N' \rightarrow Y}{N' \rightarrow N} & \frac{B(E1, L' = L_d + 2 \rightarrow L = L_d + 2)}{B(E2, L' = L_d + 2 \rightarrow L = L_d + 1)} \\
 & = C_1(N - L_d/2) \frac{L_d(L_d + 1)}{126} \tag{3.21}
 \end{aligned}$$

用 (4.21) 式进行计算与一些实验的比较见表 1, 表中还列出了不考虑截止效应时的理论值<sup>[4]</sup>. 从 (4.21) 式的计算与实验符合较好提示了 (3.16) 式第二项可能是不重要的. 为讨论方便起见, 下面的讨论中只考虑第一项的贡献.

现在我们来讨论  $SO(6)$  极限情况下  $N, N'$  带到基带的  $E1$  跃迁.  $T^{(E_1)}$  的约化矩阵元为

$$\begin{aligned}
 F & = \langle [N], N, \tau + 1, L_d + 2; f^{n_f=0}; L_d + 2 \| T^{(E_1)} \| [N'], N', \tau, L_d = 2\tau; f^{n_f=1}; L' \rangle \\
 & = \tilde{q}_1 (-1)^{L'+1} (3)^{1/2} \begin{Bmatrix} L_d + 2 & 1 & L' \\ 3 & L_d & 2 \end{Bmatrix} \\
 & \langle [N], N, \tau + 1, L_d + 2 \| (d^\dagger \tilde{s} + s^\dagger \tilde{d})^{(2)} \| [N], N, \tau, L_d \rangle \cdot F' \tag{3.22}
 \end{aligned}$$

而



表1 分支比  $B(E1)/B(E2)$  的实验值与理论值比较  
 $B(E1)/B(E2)$  的单位为  $10^{-1}e^{-1}fm^{-2}$   
 实验值数据转引自文献 [1].

核	$I_i \rightarrow I_f$	实验值	理论值		
			不考虑截止效应	考虑截止效应	
$^{150}\text{Sm}$	$5^- \rightarrow 4^+$ $5^- \rightarrow 3^-$		20	40	
	$7^- \rightarrow 6^+$ $7^- \rightarrow 5^-$		15	26.3	
	$9^- \rightarrow 8^+$ $9^- \rightarrow 7^-$	$21 \pm 4$	13.3	20.0	
	$11^- \rightarrow 10^+$ $11^- \rightarrow 9^-$	$10 \pm 3$	12.5	15.6	
	$13^- \rightarrow 12^+$ $13^- \rightarrow 11^-$	$12 \pm 2$	12	12	
	$^{152}\text{Cd}$	$5^- \rightarrow 4^+$ $5^- \rightarrow 3^-$		2	3.6
		$7^- \rightarrow 6^+$ $7^- \rightarrow 5^-$		1.5	3.4
$9^- \rightarrow 8^+$ $9^- \rightarrow 7^-$		$2.2 \pm 0.4$	1.33	1.86	
$11^- \rightarrow 10^+$ $11^- \rightarrow 9^-$		$2.6 \pm 0.4$	1.25	1.44	
$13^- \rightarrow 12^+$ $13^- \rightarrow 11^-$		$0.8 \pm 0.2$	1.2	1.2	

$$\langle [N], N, \tau + 1, L_d + 2 \| (d^\dagger \tilde{s} + s^\dagger \tilde{d})^{(2)} \| [N], N, \tau, L_d \rangle$$

$$= \left( \frac{(2L_d + 5)(L_d + 2)}{8(L_d + 5)} (2N - L_d)(2N + L_d + 8) \right)^{1/2}$$

$$F' = \langle [N], N, \tau, L_d; f^{n_f=0}; L_d \| s^\dagger \tilde{f} \| [N'], N', \tau, L_d; f^{n_f=1}; L' \rangle$$

$$= (-1)^{3+L'} \sqrt{2L' + 1} \langle [N], N, \tau, L_d \| s^\dagger \| [N'], N', \tau, L_d \rangle \langle 0 \| \tilde{f} \| f \rangle$$

$$= (-1)^{3+L'} \sqrt{(2L' + 1)(2L_d + 1)} \langle [N], N, \tau, L_d | s^\dagger | [N'], N', \tau, L_d \rangle \langle 0 \| \tilde{f} \| f \rangle$$

$$= (-1)^{3+L'} (N - \bar{n}_d) \left( \frac{8(N + 1)(2L' + 1)(2L_d + 1)}{(2N - L_d)(2N + 6 + L_d)} \right)^{1/2} \langle 0 \| \tilde{f} \| f \rangle \quad (3.23)$$

所以对  $N$  带到基带:  $L' = 2L_d + 3 \rightarrow L = 2L_d + 2$

$$F = q_1 \left( \frac{(L_d + 2)(2L_d + 7)(2L_d + 1)(2N + L_d + 8)}{7(L_d + 5)(2N + L_d + 6)} \right)^{1/2} (N - \bar{n}_d) \quad (3.24)$$

对  $N'$  带到基带:  $L' = 2L_d + 2 \rightarrow L = 2L_d + 2$

$$F = -q_1 \left( \frac{L_d(2L_d + 5)(2L_d + 1)(2N + L_d + 8)}{42(L_d + 5)(2N + L_d + 6)} \right)^{1/2} (N - \bar{n}_d), \quad (3.25)$$

其中一些常数吸收进参数  $q_1$ . 于是我们可得分支比  $B(E1)/B(E2)$

$$\frac{N \rightarrow \text{基带}}{N \rightarrow N} \frac{B(E1 \ L' = L_d + 3 \rightarrow L = L_d + 2)}{B(E2 \ L' = L_d + 3 \rightarrow L = L_d + 1)}$$

$$= C \frac{(N - \bar{n}_d)^2}{N - L_d/2}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \frac{4(L_d + 2)(L_d + 3)(2L_d + 1)(2N + L_d + 8)}{7L_d(L_d + 5)(2N + L_d + 4)(2N + L_d + 6)}, \\
\frac{N' \rightarrow \text{基带}}{N' \rightarrow N'} & \frac{B(E1 \ L' = L_d + 2 \rightarrow L = L_d + 2)}{B(E2 \ L' = L_d + 2 \rightarrow L = L_d)} \\
& = C \frac{(N - \bar{n}_d)^2}{N - L_d/2} \\
& \cdot \frac{2(L_d + 3)(2L_d + 1)(2N + L_d + 8)}{21(L_d + 5)(2N + L_d + 4)(2N + L_d + 6)}, \\
\frac{N' \rightarrow \text{基带}}{N' \rightarrow N} & \frac{B(E1 \ L' = L_d + 2 \rightarrow L = L_d + 2)}{B(E2 \ L' = L_d + 2 \rightarrow L = L_d + 1)} \\
& = C \frac{(N - \bar{n}_d)^2}{N - L_d/2} \\
& \cdot \frac{L_d(L_d + 1)(L_d + 3)(2L_d + 1)(2N + L_d + 8)}{63(L_d + 5)(2N + L_d + 4)(2N + L_d + 6)}, \quad (3.26)
\end{aligned}$$

其中  $C = (q_1/\tilde{q}_2)^2$

同理可以讨论  $N$ 、 $N'$  带至基带的其它跃迁。

跃迁几率对理想情况的偏离有两个方面：一是系统态的偏离，二是跃迁算符的偏离。算符偏离又可分为两部分：一是  $f$  玻色子本身矩的影响，二是算符  $s$ 、 $d$  玻色子部分的偏离。

#### 四、两粒子态

现在我们讨论一种较为复杂的情形，即一对价核子耦合成角动量为  $l$  字称为  $\pi_l$  的两粒子态，而其余  $N'$  个对仍占有  $s$ 、 $d$  能级。如这种两粒子态能看成玻色子 ( $l$  玻色子)，则可用前面类似的方法进行讨论。

在  $SO(6)$  极限情况下，有关能级也能形成两个带。我们称之为  $TP$  和  $TP'$  带。它们为

$$\begin{aligned}
TP & \quad |[N'], \sigma = N', L_d = 2\tau; l; L_d + l\rangle, \\
TP' & \quad |[N'], \sigma = N', L_d = 2\tau; l; L_d + l - 1\rangle,
\end{aligned} \quad (4.1)$$

能量表达式为

$$\begin{aligned}
E_{TP}(L = L_d + l) & = E([N'], \sigma = N', L_d = 2\tau) + \epsilon_l + \bar{n}_d x_{l+2}, \\
E_{TP'}(L = L_d + l - 1) & = E([N'], \sigma = N', L_d = 2\tau) + \epsilon_l + \bar{n}_d x_{l+2} \\
& \quad + \frac{\bar{n}_d(2\tau + l)}{\tau(l + 2)} \Delta_{l+1},
\end{aligned} \quad (4.2)$$

其中

$$\Delta_{l+1} = x_{l+1} - x_{l+2}. \quad (4.3)$$

同样可以讨论  $E2$  跃迁。在上节讨论的理想情况下，带内跃迁为

$$TP \text{ 带 } B(E2 \ L' = L_d + l + 2 \rightarrow L = L_d + l)$$

$$= (\tilde{q}_2)^2 \frac{L_d + 2}{2(L_d + 5)} \cdot \frac{1}{4} (2N' - L_d)(2N' + L_d + 8), \quad (4.4)$$

$TP'$  带  $B(E2 L' = L_d + l + 1 \rightarrow L = L_d + l - 1)$

$$= (\tilde{q}_2)^2 \frac{L_d(L_d + l + 2)}{2(L_d + l)(L_d + 5)} \cdot \frac{1}{4} (2N' - L_d)(2N' + L_d + 8), \quad (4.5)$$

$TP' \rightarrow TP$  的带间跃迁为

$TP' \rightarrow TP$   $B(E2 L' = L_d + l + 1 \rightarrow L = L_d + l)$

$$= (\tilde{q}_2)^2 \frac{l}{(L_d + l)(L_d + 5)} \cdot \frac{1}{4} (2N' - L_d)(2N' + L_d + 8). \quad (4.6)$$

作者感谢周孝谦教授的指导。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.*, **99** (1976), 253.
- [ 2 ] A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.*, **111** (1978), 201.
- [ 3 ] A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.*, **123** (1979), 468.
- [ 4 ] O. Castaños, E. Chacón, A. Frank and M. Moshinsky, *J. Math. Phys.*, **20** (1979), 35.
- [ 5 ] B. F. Casten and J. A. Cizewski, *Nucl. Phys.*, **A309**(1978), 477.
- [ 6 ] L. Richter, H. Backe, F. Weik and R. Willwater, *Nucl. Phys.*, **A319**(1979), 221.

## OCTUPOLE STATES IN THE $SO(6)$ LIMIT

DI YAO-MIN

(*Jiangsu Normal College*)

### ABSTRACT

In this paper we treat the octupole states in even-even nuclei using a system consisting of  $f^-$  boson and  $N - 1$   $s^+$ ,  $d^+$  bosons,  $SO(6)$  limiting case is emphasized and the analytic relations for energies and electromagnetic transition rates are derived. And finally the two particle states are briefly discussed.