第5卷 第6期 高能物理与核物理 Vol. 5, No. 6
1981年11月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS Nov., 1981

研究简报

关于磁单极质量的一点讨论

王明中 郑希特 汪克林
(成都科学技术大学) (中国科学技术大学)
冼鼎昌 章正刚
(中国科学院高能物理研究所) (成都地质学院)

摘 要

本文应用旋量磁单极的观点，用一个具体例子说明在负能解的情况下给出的磁单极质量可以较一般理论算出的 10^4GeV 数量级为小. 如果进一步选择参量也许可以得到更小一些的磁单极质量.

一般理论计算的磁单极质量是 10^4GeV 数量级. 磁单极具有这样大的质量常常引起人们的怀疑,特别是许多人预期磁单极可能是强子结构中的成员时,这样大的质量更使人难以接受.

从另一方面讲,许多理论给出的都是玻色子磁单极[1],而强子结构内部的成员应是费米子. 因此磁单极是费米子也许更接近于上述的预期一些. 我们曾提出费米子型的磁单极[2](以下简称文 I)费米子型的磁单极除了这个特点外,还可以给出较小的磁单极质量,原因是费米子型的方程总可以给出"负能解".

下面我们仍如文 I 在特殊条件下具体给出一个负能解的例子，证明负能解的存在. 这样磁单极质量由三部分组成;规范场能量，Higgs 场能量以及费米场的 E. 前两部分之和正好是一般理论给出的大小、而 $E<0$，因此其总和，也即磁单极的质量可以减少、如果进一步选择参量还可以使其质量得到进一步的减少.

由文 I 给出的系统的拉格朗日出发,作恰当的解的假定,再作变量变换及函数变换得到相应于规范场的 ϕ，Higgs 场的 Π 及费米场的 R 及 S 的径向运动方程组

$$\left.\begin{aligned}
&x^2\phi''-\phi^3+\phi-\Pi^2\phi=-g^2xRS,\\
&x^2\Pi''-2\Pi\phi^2+\frac{\beta}{2}(x^2\Pi-\Pi^3)+gGx(R^2-S^2)=0,\\
&R'-\frac{R}{x}\phi=\left(\frac{m+E}{M}-\frac{G}{g}\frac{\Pi}{x}\right)S,\\
&S'+\frac{S}{x}\phi=\left(\frac{m-E}{M}-\frac{G}{g}\frac{\Pi}{x}\right)R.
\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

磁单极的质量,即整个系统的能量

本文1980年5月3日收到.

$$m_0 = H = H_1 + H_2 + H_3, \tag{2}$$

$$H_1 = \frac{4\pi}{g^2} M \int_0^\infty dx \left[\phi'^2 + \frac{1}{2x^2}(\phi^2 - 1)^2\right], \tag{3}$$

$$H_2 = \frac{4\pi}{g^2} M \int_0^\infty dx \left[\frac{1}{2}\left(\Pi' - \frac{\Pi}{x}\right)^2 + \frac{1}{x^2}\phi^2\Pi^2 + \frac{\beta}{8x^2}(x^2 - \Pi^2)^2\right], \tag{4}$$

$$H_3 = 4\pi M \int_0^\infty dx \left[2R'S - \frac{2RS}{x}\phi + \left(\frac{m}{M} + \frac{G\Pi}{gx}\right)(R^2 - S^2)\right]. \tag{5}$$

仍如文 I 在下列特殊情形下解方程组 (1)

$$\left.\begin{array}{lll} \lambda,\ \mu \to 0, & \lambda/\mu^2, & 一定 \\ g,\ G \to 0, & G/g, & 一定 \end{array}\right\} \tag{6}$$

在上述条件下 (1) 中前两个方程与后两个方程退耦，其解已由 Prasad 等人[3]给出

$$\phi = x/\sinh x, \quad \Pi = x\coth x - 1, \tag{7}$$

代入 (5) 得

$$H_1 + H_2 = \frac{4\pi M}{g^2}\cdot 2\int_0^\infty dx \left\{\left[\frac{\sinh x - x\cosh x}{\sinh^2 x}\right]^2 + \frac{1}{2x^2}\left[\frac{x^2 - \sinh^2 x}{\sinh^2 x}\right]^2\right\} = \frac{4\pi M}{g^2} = 137M. \tag{8}$$

可见前两部分与一般理论给出的一致．现在来看 H_3，它可以写成

$$H_3 = 4\pi M \int_0^\infty dx \left[R'S - RS' - \frac{2RS}{x}\phi + \left(\frac{m}{M} - \frac{G\Pi}{gx}\right)(R^2 - S^2)\right]. \tag{9}$$

将 (1) 中的第三式乘以 S 减去 (1) 的第四式乘以 R

$$R'S - S'R - \frac{2RS}{x}\phi = \left(\frac{m}{M} - \frac{G\Pi}{gx}\right)(S^2 - R^2) + \frac{E}{M}(R^2 - S^2), \tag{10}$$

把它代入 (9) 中，得

$$H_3 = 4\pi M \int_0^\infty dx \frac{E}{M}(R^2 + S^2) = 4\pi E \int_0^\infty dx (R^2 + S^2). \tag{11}$$

再由归一条件

$$\int d^3r(u^2 + v^2) = 1 = \int r^2 dr d\Omega \left(\frac{R^2}{x^2} + \frac{S^2}{x^2}\right) M^3$$
$$= \int dx d\Omega (R^2 + S^2) = 4\pi \int dx (R^2 + S^2), \tag{12}$$

知
$$H_3 = E, \tag{13}$$

可见 H_3 正是费米子在规范场和 Higgs 场作用下的束缚能．

在上面已经讨论过，在条件(6)下 ϕ，Π 已能解出，剩下的 R，S 由联立解(4)中的第三式及第四式得出．不过这两个方程只能用数字解法解．当我们选择参量如下时

$$m/M = 10, \quad G/g = 50. \tag{14}$$

我们得到一个负能解 $E/M = -1.65$ 解得的 R，S 绘于图 1 中．

可见只要参量选择适当就一定能得负能解．在我们举出的例子里 E 的负值已使总的 H 比 $H_1 + H_2$ 减少百分之一以上．为了得到更小的 H 可能要去掉 (6) 的特殊条件，这时必须同时联立解 ϕ，Π，R 及 S．其繁复程度是很大的．但问题并无实质的区别，所以可断

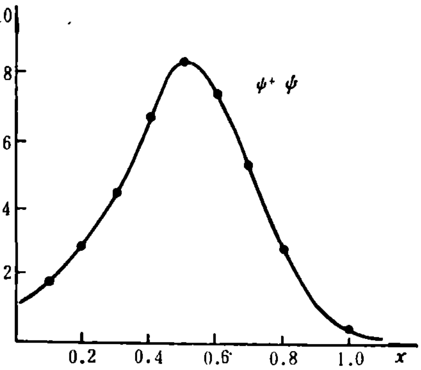

图 1　由解出的 R, S 计算 ψ 的分布

言在本模型中能够给出"小"的磁单极质量.

参　考　文　献

[1] G. t'Hooft, *Nucl. Phys.*, 879; B. Julia and A. Zee, *Phys. Rev.*, D11(1975), 2227.
[2] 王明中、郑希特、汪克林、章正刚、冼鼎昌，高能物理与核物理，2(1978), 35.
[3] M. Prasad, C. Sommerfield, *Phys. Rev. Lett.*, 35(1975), 760.

A DISCUSSION ON THE MASS OF MONOPOLE

WANG MING-ZHONG　ZHENG XI-TE
(*Chengdu University of Science and Technology*)
WANG KE-LIN
(*University of Science and Technology of China*)
XIAN DING-CHANG
(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)
ZHANG ZHENG-GANG
(*Chengdu Institute of Geology*)

ABSTRACT

In this paper, we apply the view point of Spinor monopole, with a concrete example, to show that under the case of negative solution, the mass of monopole may be less than 10^4 GeV, which is calculated by general theory. If we select the parameters carefully, we may obtain more less mass of monopole.