

永磁平头四极透镜二维场形 及其几何参数选择

刘茂三 吴文泰 李淑珍 陈仁怀

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文根据“均匀磁化”原理,利用幂级数展开方法,对“线圈代替型”及准线圈代替型平头四极透镜的场形进行了分析。在 $y=0$ 平面上给出了磁场及其梯度的解析表达式,得到了磁体高宽比的优化关系曲线。

永磁多体环状结构的多极系统是近年来很快发展起来的一种新颖的透镜结构。由于有效地克服了侧向漏磁,所以在相同的条件下,它能获得更大的工作磁场^[1-5]。目前这种透镜已应用在 NEN 直线加速器及其输运线上^[1-2]。但是,它的扇形(或梯形)磁体的加工,尤其是充磁工艺均较为复杂。所以,对磁场梯度及其均匀性要求不高而孔径不大的情况,用结构及充磁都非常简单的所谓“线圈代替型”透镜仍不失其实际应用价值。LASL 新型直线加速器(7.32 MeV)采用的就是这种“线圈代替型”钐-钴永磁透镜^[6]。它的磁极横截面是弓形平头,也可以采用矩形截面平头磁极。

本文分析了沿纵向均匀磁化的“线圈代替型”平头四极透镜(图1)及沿纵向和横向均匀磁化的平头四极透镜(图2)的磁场形态。采用的方法是“均匀磁化法”^[7]。

在 $y=0$ 平面上,对纵向磁化平头四极(磁极横截面为矩形,高度 $\Delta h = h_2 - h_1$,透镜长度 $2L \rightarrow \infty$) 二维磁场梯度按 $\frac{x^2}{h^2 + a^2}$ 进行幂级数展开,便可得到“线圈代替型”透镜的磁场梯度表达式

$$\begin{aligned} G(x) &= \frac{\partial H_y(x)}{\partial x} = G_2 + G_6x^4 + G_{10}x^8 + G_{14}x^{12} + \dots \\ &= 8M \left(\frac{1}{h^2 + a^2} \left\{ 2a + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{\sqrt{2}} \right\}^{2n} \left[2a(-1)^n \alpha_1^n + a(\beta_1^{2n} + \beta_2^{2n}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (\beta_1^{2n-1} + \beta_2^{2n-1}) \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \alpha_1^k \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right)^{2(n+k)} \right) \end{aligned}$$

本文1980年8月4日收到。

- 1) 本文讨论的,仅限于采用强烈各向异性永磁材料。沿其易磁化方向进行磁化,不难获得只有一个方向的磁化强度,如钐-钴合金一类永磁材料,其返磁导率 $\mu_r \approx 1$, 故在磁体磁化和拆装过程中,均匀磁化强度将始终不变。

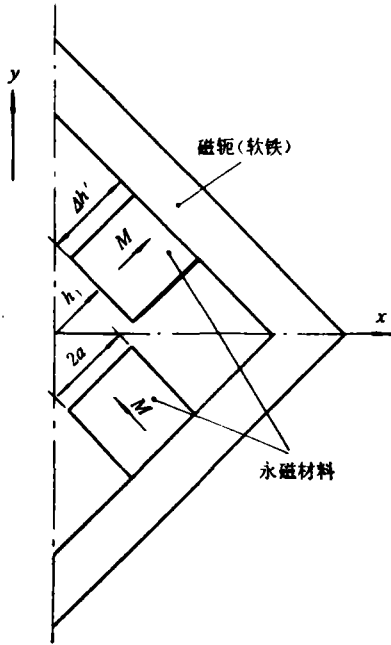


图1 “线圈代替型”平头四极透镜

$$h_1 = 0.6, a = 0.435;$$

$$\Delta h' = (h_2 - h_1)/2 = 0.87(\text{cm})$$

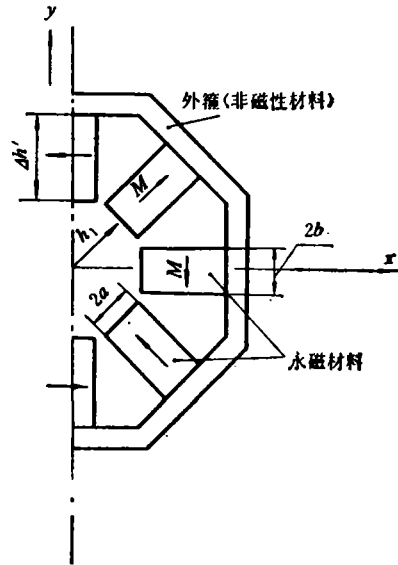


图2 准线圈代替型平头四极透镜

$$h_1 = 0.6, a = b = 0.218;$$

$$\Delta h' = 0.87(\text{cm})$$

$$\times \left[\frac{1}{(2n)!} \prod_{j=1}^{2n} (k+j) a (\beta_1^{2n} + \beta_2^{2n}) - \frac{1}{(2n-1)!} \prod_{j=1}^{2n-1} (k+j) (\beta_1^{2n-1} + \beta_2^{2n-1}) \right] \Bigg|_{h_2}^{h_1}$$

$$H_2(x) = H_2x + H_6x^5 + H_{10}x^9 + H_{14}x^{13} + \dots \quad (1)$$

式中

$$\alpha_1 = \frac{2}{h^2 + a^2}, \quad \beta_1 = \frac{2(h+a)}{h^2 + a^2}, \quad \beta_2 = \frac{2(a-h)}{h^2 + a^2}.$$

M 为磁体的均匀磁化强度, $2h_1$ 为极间气隙; $2a$ 为磁极宽度.

例如, 对低阶的几次展开系数, 可以写成

$$G_2 = H_2 = \frac{16M}{a(1+\gamma^2)} \Bigg|_{h_2}^{h_1}, \quad G_6 = 5H_6 = -16 \frac{5\gamma^4 - 10\gamma^2 + 1}{a^5(1+\gamma^2)^3} \Bigg|_{h_2}^{h_1},$$

$$G_{10} = 9H_{10} = 16M \frac{9\gamma^8 - 84\gamma^6 + 126\gamma^4 - 36\gamma^2 + 1}{a^9(1+\gamma^2)^9} \Bigg|_{h_2}^{h_1}, \quad (2)$$

$$G_{14} = 13G_{14} = -16M \frac{13\gamma^{12} - 286\gamma^{10} + 1287\gamma^8 - 1716\gamma^6 + 715\gamma^4 - 78\gamma^2 + 1}{a^{13}(1+\gamma^2)^{13}} \Bigg|_{h_2}^{h_1},$$

这里 $\gamma = \frac{h}{a}$, H_2, H_6, H_{10}, H_{14} 为相应的低阶磁场展开系数.

我们看到, 上述平头透镜除纯四极梯度 G_2 之外, 还同时出现寄生的 12 极、20 极、28 极等各高次干扰成分 ($G_6, G_{10}, G_{14} \dots$).

很明显,这些干扰量越大,平头四极透镜的均匀区(好场区)就越小。当透镜的极间气隙 $2h_1$ 给定之后,为使其好场区尽量扩大,首先必须对磁极的高宽比进行优选,使主要的干扰量——12 极场梯度 G_6 恒为零。利用(2)中第二式计算得到,满足 $G_6 = 0$ 的优化关系曲线 $\left(\frac{a}{h_1}\right)_1 = f\left(\frac{a}{h_2}\right)$ 绘于图 3 (实线)。四极透镜平头磁极参数,只要严格按照这个曲线的对应关系选取,便可保证其最大的干扰分量是 20 极场。其次,通过分析计算还可以看到,调节磁极的高宽比,对透镜的好场区变化的影响非常敏感,而对四极场梯度变化的影响却不显著。

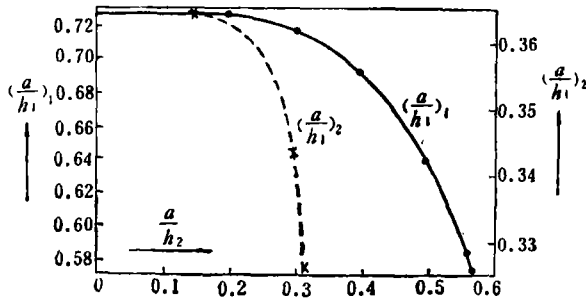


图 3 磁体高宽比优化关系曲线

这个结论和文献 [6] 对圆截面平头四极透镜分析计算所得到的结论相同。它对扩大好场区非常有利。

例 1: $h_1 = 0.6\text{cm}$, $h_2 = 2.34\text{cm}$, $\Delta h = 1.74\text{cm}$, (近似于 LASL 透镜 $R_b = 0.6\text{cm}$, $R_p = 0.87\text{cm}$, 即 $p = 1.45$ 的情况)。为使 $G_6 = 0$, 从图 3 查得¹⁾, $a = 0.435\text{cm}$ 。从(2)式算得 $G_2 = 9107\text{g/cm}$ (钐钴合金材料,取 $4\pi M = 10000\text{g}$)

$$(\%H)_{10} = \frac{H_{10}}{H_2} = \begin{cases} 2.3\%, & \text{当 } \frac{x}{h_1} = 1, \text{ 即极顶场} \\ 0.4\%, & \text{当 } \frac{x}{h_1} = 0.8 \\ 0.1\%, & \text{当 } \frac{x}{h_1} = 0.7 \end{cases}$$

这个结果同文献 [6] 所得的相应结果几乎相同。

上述纵向磁化的“线圈代替型”平头四极透镜,除工艺简单的优点之外,另一个突出的优点是,它可以利用磁轭的镜像效应使磁极高度减少一半,而梯度仍保持不变。因而当外加适当厚度的磁轭(可用软铁材料)之后,例 1 中,磁极的实际高度可取 $\Delta h' = 0.87\text{cm}$, 即 $h'_2 = 1.47\text{cm}$ 。如果取磁轭厚度为 0.5cm , 则透镜的外形尺寸约为 $4 \times 4\text{cm}^2$ (见图 1)。

但是,纵向磁化“线圈代替型”的缺点是,它所能产生的磁场梯度较低,且其均匀度也较差。

1) 先初选一个 a , 算出 $\frac{a}{h_1}$ 和 $\frac{a}{h_2}$, 如该点 $\left(\frac{a}{h_1}, \frac{a}{h_2}\right)$ 不落在图 3 $\left(\frac{a}{h_1}\right)_1 = f\left(\frac{a}{h_2}\right)$ 曲线上, 则变换 a , 如上迭代, 直到 $\left(\frac{a}{h_1}, \frac{a}{h_2}\right)$ 恰好落在曲线上, 此时对应的 a 值便是所需求的。

为了克服纵向磁化透镜的这种固有弱点,又不额外增加工艺难度,可以采用纵向与横向两种磁化方式共八个平头磁体混合构成的准线圈代替型四极透镜,如图2.在 $y=0$ 平面上,它产生的磁场梯度可由下式表示

$$G(x) = G'_2 + G'_6 x^4 + G'_{10} x^8 + \dots = G_{\text{纵}} + G_{\text{横}}. \quad (3)$$

其中 $G_{\text{纵}}$ 由(1)式表示,而

$$\begin{aligned} G_{\text{纵}} = & 8M \left(\frac{1}{h^2 + b^2} \left\{ 2b + \sum_{n=1}^{\infty} x^{2n} [2b(-1)^n \alpha_2^n + b(\beta_3^{2n} + \beta_4^{2n}) - \beta_4^{2n-1}] \right. \right. \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \alpha_k^2 x^{2(n+k)} \left[\frac{1}{(2n)!} \prod_{j=1}^{2n} (k+j) b (\beta_3^{2n} + \beta_4^{2n}) \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{(2n-1)!} \prod_{j=1}^{2n-1} (k+j) \beta_4^{2n-1} \right] \right\} \Bigg|_{h_2}^{h_1}, \quad (4) \end{aligned}$$

式中

$$\alpha_2 = \frac{1}{h^2 + b^2}, \quad \beta_3 = \frac{2h}{h^2 + b^2}, \quad \beta_4 = \frac{2b}{h^2 + b^2}.$$

当 $a=b$ 时,

$$\begin{aligned} G'_2 = H'_2 = & \frac{32M}{a(1+\gamma^2)} \Bigg|_{h_2}^{h_1}, \quad G'_6 = G'_{14} = G'_{22} = \dots = 0, \\ G'_{10} = 9H'_{10} = & 32M \frac{9\gamma^8 - 84\gamma^6 + 126\gamma^4 - 36\gamma^2 + 1}{a^9(1+\gamma^2)^9} \Bigg|_{h_2}^{h_1}, \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G'_{18} = 17H'_{18} = & \frac{16M}{a^{17}} \left\{ \frac{1}{(1+\gamma^2)^9} \left[18 - \frac{36\gamma^2 + 204}{\eta} \right. \right. \\ & + \frac{210\gamma^4 + 714}{\eta^2} - \frac{462\gamma^6 + 1122}{\eta^3} + \frac{495\gamma^8 + 935}{\eta^4} \\ & \left. \left. - \frac{286\gamma^{10} + 442}{\eta^5} + \frac{91\gamma^{12} + 119}{\eta^6} - \frac{15\gamma^{14} + 17}{\eta^7} + \frac{\gamma^{16} + 1}{\eta^8} \right] \right\} \Bigg|_{h_2}^{h_1}, \end{aligned}$$

其中 $\eta = 0.25(1 + \gamma^2)$,可见,此时主要干扰量是20极场.如前所述,为使好场区尽量扩大,同样必须对磁体的高宽比进行优选,使这个主要干扰量恒为零.由(5)式得到,

$G'_{10} = 0$ 的关系曲线 $\left(\frac{a}{h_1}\right)_2 = f\left(\frac{a}{h_2}\right)$ 绘于图3(虚线).

例2: $h_1 = 0.6\text{cm}$, $h_2 = 1.47\text{cm}$, $\Delta h = 0.87\text{cm}$ (即磁体高度取例1的一半).为使 $G'_{10} = 0$,由图3查得 $a = 0.218\text{cm}$,由(5)式算得

$$G'_2 = 11108\text{g/cm} \quad (4\pi M = 10000\text{g})$$

$$(\%H')_{18} = \frac{H'_{18}}{H'_2} = \begin{cases} 2.8\%, & \text{当 } \frac{x}{h_1} = 1 \\ 0.08\%, & \text{当 } \frac{x}{h_1} = 0.8 \\ 0.009\%, & \text{当 } \frac{x}{h_1} = 0.7 \end{cases}$$

通过上面两例比较,可见外加铁轭的“线圈代替型”和准线圈代替型两种四极透镜,磁

极所用永磁材料几乎相等, 外轮廓尺寸也大致相同, 但后者的四极场梯度却比前者大20%, 而梯度的均匀性也大大提高。

同文献[5]比较可看出, 在磁体所用永磁材料的重量和性能几乎相同的条件下, 由八块磁体组成的准线圈代替型平头四极透镜的梯度比定向磁化十六块磁体($n=2$)环状四极透镜的磁场梯度仅小21%。当然, 前者磁体外部的杂散磁场要比环状系统大得多。另外, 好场区及其梯度均匀性也远比定向环状系统差。这是线圈代替型透镜的共同弱点。然而, 由于它们的磁化及加工工艺都非常简单, 所以, 对使用条件不是非常苛刻的情况, 采用这种结构仍有很大优越性。

得到谢家麋、徐建铭老师及周杰民同志热情支持和帮助, 特表示衷心感谢!

参 考 文 献

- [1] R. F. Holsinger, Proton Linear Acc. Conf., (1979).
- [2] K. Halbach, *IEEE*, Tr. NS-26 (1979).
- [3] 刘茂三等, 高能物理与核物理, 5(1981), 127.
- [4] 刘茂三等, 高能物理与核物理, 4(1980), 774.
- [5] 刘茂三等, 定向磁化多体环状永磁多极系统的场形分析。(待发表)
- [6] N. Saito, E. D. Buca, D. A. Swenson, 3th Int. Wor. on Rare Earth-Cob. Per. Mag. And App., p. 295, (1978).
- [7] 刘茂三等, “永磁透镜场形解析分极及其几何参数选择”。(工作总结, 1979)

DISTRIBUTION OF 2-DIMENSIONAL FIELD OF PERMANENT MAGNETIC PLANE HEAD QUADRUPOLE AND ITS GEOMETRIC PARAMETER SELECTION

LIU MAO-SAN WU WEN-TAI LI SHU-ZHEN CHEN REN-HUAI

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

According to the principle of “Uniform magnetization”, the field-shape of plane head quadrupole of “coil replacement” and “Quasi coil replacement” is analysed by means of series expansion. The magnetic field and gradient expression are given in the plane $y=0$. The optimization relations of height-width ratio of the magnetic piece are also presented.