

核荷动力学与核势

何国柱

(南开大学)

摘 要

可用核荷动力学方法获得核势。当核子为点结构时,由这种方法得到的两核子势具有与 Gammel-Thaler 势相同的形式。现在各项系数都是固定的并有物理意义。当核子有一定的体积和核荷分布时,所得到的两体势在 $r=0$ 处具有有限值。推导出的原子核光学势是短程的和扩散边缘的,位阱深度和宽度具有正确的数量级。

引 言

可以用核荷动力学的方法研究核势。设核子具有核荷,核荷引起介子场,由介子场与核荷的相互作用得出核子之间及核子与原子核之间的位势。自从 1953 年汤川提出两核子之间的势可能是由介子交换所产生以后,关于两核子势的理论工作主要是沿着这个机制用量子场论的方法进行了大量的研究工作,取得了显著的进展。也还存在一些问题,例如发散问题等。如果用核荷动力学的观点研究核势,则可用经典场论的方法进行一些推导,于是有些困难将不出现。

首先让我们考虑一个核荷静力学的问题。原子核是由一些具有核荷的核子所组成,于是求原子核内的自治核势将成为求解一个在具有空间核荷密度下的 Klein-Gordon 方程的问题,即解

$$(\Delta - k^2)\phi = \rho(\vec{r}'), \quad (1)$$

其中 ρ 为核荷密度; k 为介子的波数; ϕ 为核荷所引起的介子场位势。这个非齐次方程可用格林函数方法求解,它的一个特解为

$$\phi = \int G(\vec{r}, \vec{r}')\rho(\vec{r}')dV'. \quad (2)$$

一个点核荷在这个场内的位势则为

$$V = g \int G(\vec{r}, \vec{r}')\rho(\vec{r}')dV', \quad (3)$$

式(3)给出了核势与核荷密度分布之间的相互关系,与由 Greenless 等人提出的折叠模型所得到的核势

$$V = \int v(|\vec{r} - \vec{r}'|)\rho(\vec{r}')dV' \quad (4)$$

相比^[1], 在核荷静力学处理中用格林函数代替了折叠模型中的两核子势 v ; 核荷密度代替了核子密度.

两核子之间的位势

如果考虑两个核子都是点结构, 并且 $G(\vec{r}, \vec{r}') = -e^{-k|\vec{r}-\vec{r}'|}/|\vec{r}-\vec{r}'|$, 于是从(3)式即得出汤川势. 汤川势的困难在于当 $r=0$ 时, 位势发散. 现在知道核子并不是点结构,

假定核子有一定的大小, 设核子中核荷具有连续分布 $\rho(r')$, 于是我们可以在球坐标系中求解(1)式, 这时格林函数可求得如下

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \sum \bar{Y}_{lm}(\theta', \phi') Y_{lm}(\theta, \phi) g_l(r, r') \quad (5)$$

其中

$$g_l(r, r') = 4\pi g k \begin{cases} j_l(ikr) h_l^{(2)}(ikr'), & r < r' \\ h_l^{(2)}(ikr) j_l(ikr'), & r > r' \end{cases}$$

于是一个核荷在这个核荷密度所产生的介子场中的位势为

$$V = g \int_0^\infty g_0(r, r') \rho(r') r'^2 dr', \quad (6)$$

(6) 式给出了在球对称核荷密度下, 核势与核荷密度分布之间的相互关系.

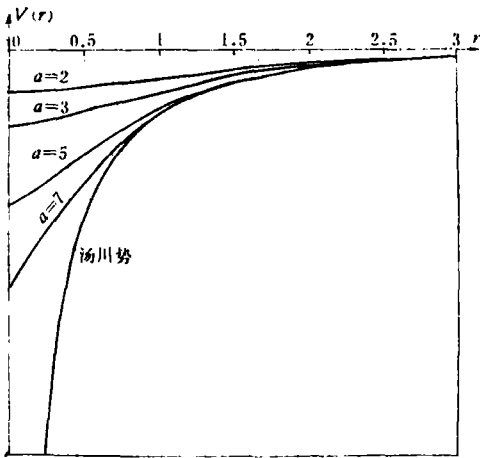


图 1

如果假定核子内核荷密度按指数下降, 即

$$\rho(r) = \rho_0 e^{-ar}. \quad (7)$$

若核子的核荷为 g , 则通过对 $\rho(r)$ 积分, 可知 $\rho_0 = ga^3/8\pi$. 代入(6)式可得核子位势为

$$V(r) = \frac{g^2 k a^4}{(a^2 - k^2)^2} \left[1 - \left(1 + \frac{a^2 - k^2}{2a} r \right) e^{-(a-k)r} \right] \frac{e^{-kr}}{kr} = F(r) \frac{e^{-kr}}{kr}, \quad (8)$$

其中 $F(r)$ 可看成是形状因子. 当 $a \gg k$ 时, (8) 式还原为核子是点结构情况下的汤川势. 当 $r=0$ 时, 由(8)式给出的位势不发散而具有有限值即

$$V(0) = g^2 a^3 / 2(a+k)^2. \quad (9)$$

这种两核子势的势阱深度因 a 而变, 可选择一个合理的 a 值使势阱具有正确的深度, (8) 式给出的两核子势因不同 a 值而变化的情况可见图 1. 图中核子势阱是用 $g^2 k$ 做为单位的, a 的单位是 k .

原子核的光学势

原子核内的核子密度分布已经被了解得比较清楚. 如果假定原子核内的核荷密度与它的核子密度相似, 并可用一些函数近似地描写, 则也可利用(1)式求出原子核内的核

势或光学势。首先假定原子核内的核荷密度为一常数,在核外为零,于是根据(6)式可得

$$V(r) = \begin{cases} V_{\text{内}} = -B[1 - (1 + \kappa R)e^{-\kappa R} \sinh \kappa r / \kappa r], & r < R \\ V_{\text{外}} = -B(\kappa R \cosh \kappa R - \sinh \kappa R)e^{-\kappa r} / \kappa r, & r > R \end{cases} \quad (10)$$

其中 $B = 3g^2/\kappa^2 r_0^3$, R 和 r_0 分别为原子核与核子的半径。

(10) 式给出的原子核势与根据折叠模型把(4)式中的两核子势用汤川势代替而得到的所谓折叠汤川势基本相同^[2]。它是短程的,扩散边缘的和各处连续的。Prince 曾用此光学势系统地进行了弹性散射计算^[3]。

如果考虑到核密度在边缘区逐渐下降而趋于零的情况,可把核荷密度用一个梯形函数近似地描写,即

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0, & r < R_{\frac{1}{2}} - \frac{t}{2} \\ \left(R_{\frac{1}{2}} + \frac{t}{2} - r\right)\rho_0/t, & R_{\frac{1}{2}} - \frac{t}{2} < r < R_{\frac{1}{2}} + \frac{t}{2} \\ 0, & r > R_{\frac{1}{2}} + \frac{t}{2} \end{cases} \quad (11)$$

其中 t 为边缘区厚度; $R_{\frac{1}{2}}$ 为平均半径。在这种核荷密度情况下,原子核势将为

$$V(r) = \begin{cases} V_{\text{内}} = -B\{1 - [(2 + \kappa R_-)e^{-\kappa R_-} - (2 + \kappa R_+)e^{-\kappa R_+}]H(\kappa r)/\kappa t\}, & r < R_- \\ V_{\text{边}} = -B/\kappa t \left\{ \kappa R_+ - \left(\kappa r + \frac{2}{\kappa r} \right) + (2 + \kappa R_+)e^{-\kappa R_+} H(\kappa r) \right. \\ \quad \left. + [2 \cosh \kappa R_- - \kappa R_- \sinh \kappa R_-] Y(\kappa r) \right\}, & R_- < r < R_+ \\ V_{\text{外}} = -B[(\kappa R_{\frac{1}{2}} \cosh \kappa R_{\frac{1}{2}} - 2 \sinh \kappa R_{\frac{1}{2}})H(\kappa t/2) \\ \quad + \sinh \kappa R_{\frac{1}{2}} \cosh \kappa t/2] Y(\kappa r), & r > R_+ \end{cases} \quad (12)$$

其中 $R_- = R_{\frac{1}{2}} - \frac{t}{2}$, $R_+ = R_{\frac{1}{2}} + \frac{t}{2}$, $H(x) = \sinh x/x$, $Y(x) = e^{-x}/x$ 。

核 荷 动 力 学

如果考虑核荷的运动时,则有核荷流。正像电流产生磁场一样,核荷流也应产生一个介磁场,相应的由静止核荷产生的场则为介电场。介电场可由一标势 ϕ 的梯度表示,介磁场由一矢势 \bar{A} 的旋度表示。为了满足 Lorentz 协变条件,它们组成一个四维势 $A = (A_1, A_2, A_3, i\phi)$ 。产生这个四维势的源为 $j = (j_1, j_2, j_3, ic\rho)$ 。四维势 A 应满足方程

$$\square A - \kappa^2 A = j/c. \quad (13)$$

在场不是时间的显函数的稳态情况下,标势 ϕ 满足(1)式,矢势 \bar{A} 满足

$$\Delta \bar{A} - \kappa^2 \bar{A} = \bar{j}/c, \quad (14)$$

(14) 式为 Proca 方程,它描述自旋为 1 的矢量介子,也可看成是介磁场矢势应满足的方程。(14) 式的一个特解为

$$\bar{A} = \frac{1}{c} \int G(\bar{r}, \bar{r}') \cdot \bar{j}(\bar{r}') dV', \quad (15)$$

其中格林函数为一并矢, 这个矢量势与另一核荷流 $\vec{j}(\vec{r})$ 之间的相互作用势将为

$$V_m = -\frac{1}{c^2} \iint \vec{j}(\vec{r}) \cdot G(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{j}(\vec{r}') dV dV'. \quad (16)$$

现在考虑两个运动着的核子之间的位势。运动着的核子的线速度和自转可引起两种核荷流。核子自转时除由电荷流引起磁矩外, 还应由核荷流引起另一种核矩 μ_{MM} , 可以称为介磁矩 (meso magnetic moment)。它也应与核子自旋成比例, 其比例常数可为迴转介磁比。当然中子和质子的介磁矩也可能采取不同的值, 它们可由与实验比较定出, 也可引入 G_M 因子, 则 $\mu_{MM} = G_M \mu_M \sigma$ 。介磁矩的单位将为 $\mu_M = g\hbar/2Mc$, 也可称为介核磁子。一个位于 \vec{r}_1 的点核荷流可写为

$$\vec{j} = [g\vec{v}_1 + 2cG_M\mu_M \text{curl}\sigma] \delta(\vec{r} - \vec{r}_1). \quad (17)$$

于是位于 \vec{r}_1 和 \vec{r}_2 两核子间的位势将可由 (16) 式导出为

$$V = -\frac{g^2}{\hbar c} m c^2 \left\{ \left[1 + \left(\frac{m}{M} \right)^2 \right] Y(x) - \frac{2}{3} \left(\frac{m}{M} \right)^2 G_{M1} G_{M2} Y(x) (\sigma_1 \cdot \sigma_2) \right. \\ \left. + \left[4 \left(\frac{m}{M} \right)^2 (G_{M1}\sigma_1 + G_{M2}\sigma_2) \cdot l \right] J(x) + \frac{1}{3} \left(\frac{m}{M} \right)^2 G_{M1} G_{M2} S_{12} Z(x) \right\} \quad (18)$$

其中 m 和 M 分别为介子和核子的质量, $x = kr$, $J(x) = \frac{1}{x} \frac{d}{dx} Y(x)$, $Z(x) = (1 + 3x^{-1} + 3x^{-2})Y(x)$ 。(18) 式与唯象的 Gammel-Thaler 势具有相同的形式。现在势中各项的系数都是固定的并有物理意义。

如果核子不是点结构, 而是有一定大小和某种核荷分布时, 也可求出核子之间的位势。例如设核子为一具有常数核荷密度的转动着的小球, 则自旋核荷流密度可写为

$$\vec{j} = \begin{cases} 3g\omega r \sin\theta \hat{\phi} / 4\pi r_0^3, & r < r_0 \\ 0, & r > r_0 \end{cases}$$

这时可应用球坐标, 在球坐标中并矢格林函数可写为

$$G(\vec{r}|\vec{r}'|k) = -k \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{l(l+1)} \sum_{m\sigma} e_m \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \{ M_{\sigma ml}^1(\vec{r}') M_{\sigma ml}^3(\vec{r}) \\ + N_{\sigma ml}^1(\vec{r}') N_{\sigma ml}^3(\vec{r}) + l(l+1) L_{\sigma ml}^1(\vec{r}') L_{\sigma ml}^3(\vec{r}) \}$$

其中 M, N, L 为相互垂直的横向和纵向三个分量, 它们可用矢量球谐函数表示^[4], 于是由 (15) 式可得

$$\vec{A} = \begin{cases} \vec{A}_n = C[1 - x_0^2 Z(x_0) K(x)] (r \times \sigma_1), & r < r_0 \\ \vec{A}_n = C[3x_0 \cosh x_0 - (3 + x_0^2) \sinh x_0] J(x) (r \times \sigma_1). & r > r_0 \end{cases} \quad (19)$$

其中 $x_0 = kr_0$, $C = 3G_M g \hbar / c k^2 r_0^3 I_A$, I_A 为核的转动惯量。 $K(x) = \frac{1}{x} \frac{d}{dx} H(x)$ 。

根据 (16) 式则可得两核子势

$$V(r) = \begin{cases} V_n = -B[1 - (1+x_0)e^{-x_0}H(x)] - D[1 - x_0^2 Z(x_0)K(x)](\sigma \cdot l) \\ \quad - 2E \left[1 - \frac{1}{3} x_0^2 Z(x_0)H(x) \right] (\sigma_1 \cdot \sigma_2) + E x_0^2 Z(x_0) G(x) S_{12}, & r < r_0 \\ V_n = -B[x_0 e^{x_0} - (1+x_0) \sinh x_0] Y(x) + DF(x_0) J(x) (\sigma \cdot l) \\ \quad + \frac{1}{3} EF(x_0) [2Y(x)(\sigma_1 \cdot \sigma_2) - Z(x)S_{12}], & r > r_0 \end{cases} \quad (20)$$

其中

$$D = 6G_{M1}g\hbar\mu_M/c k^2 r_0^3 l_A, \quad E = 12G_{M1}G_{M2}\mu_M^2 M/k^2 r_0^3 l_A,$$

$$G(x) = -\frac{x}{3} \frac{d}{dx} K(x), \quad F(x) = x^4 \frac{d}{dx} K(x).$$

由(20)式给出的两体势, 当 $r = 0$ 时具有有限值. 当 r_0 趋于 0 时, 它还原为 Gammel-Thaler 势.

在处理电磁场的问题时, 人们一般用电动力学的经典场论方法求解位势, 仅对光子的产生和消灭的过程量子电动力学方法更为适用. 同样在强相互作用的情况下, 求解核势应该可用核荷动力学的经典场论方法, 对在高能情况下有关介子产生和消灭的过程再用量子场论方法. 在用核荷动力学经典场论方法时不必用微扰法展开, 因而避免了发散问题, 也容易计及粒子的有限结构, 当用简单的核密度函数时还可精确求解. 用核荷动力学经典场论方法得出的两体势与由介子交换量子场论方法推导出的结果可以逐项对应形式类似.

参 考 文 献

- [1] G. W. Greenless, G. J. Pyle and Y. C. Tang, *Phys. Rev.*, **171**(1976), 1115.
- [2] J. D. Talman, *Phys. Rev.*, **102**(1955), 455.
- [3] A. Prince, Int. Conf. on the Interaction of Neutrons with Nuclei, Lowell, Mass. U. S. A. Vol. **2**(1976).
- [4] Morse and Feshbach, *Methods of Theoretical Physics*, McGraw-Hill (1953).

NUCLEAR CHARGE DYNAMICS AND NUCLEAR POTENTIALS

HE GUO-ZHU

(Nankai University)

ABSTRACT

Some expressions for the nuclear potentials have been obtained by means of nuclear charge dynamics. If point charge structure is assumed for nucleons, the NN interaction thus obtained appears in the same form as that of Cammel-Thaler potential, except that all the coefficients are now fixed and have physics meanings.

Expressions obtained for nucleons of finite size will have no singularity at $r=0$. No cutoff is needed in the short range in using these potentials.

The optical potential of the nucleus may be obtained in the same way. The nuclear potentials thus derived are short-ranged with diffused edge and have approximately correct magnitude and range.