

黄金分割法在加速器磁铁设计中的应用¹⁾

杜文甫

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

采用黄金分割法进行高能加速器磁铁截面选择, 获得了快速优选的满意结果。

一、序

高能加速器的磁铁设计工作, 通常是依据二维静磁设计程序(诸如: TRIM, MAREC, LINDA, POSSION, FATIMA 等), 在大中型电子计算机上进行大量的方案计算, 从中选择一个较优的方案来。由于必须经过大量方案的筛选, 又都是主要靠人来完成, 所以设计速度和质量仍与设计者的经验和水平有关。正常的设计程序是: 先由设计者凭借自己经验和参数可能变化范围, 选定磁铁的极面形状, 励磁绕组安排以及磁轭回路等边界条件之后, 计算机才能算出磁场的分布形态。分析这些分布, 看是否满足要求, 根据差异修改极面形状后再重新计算, 再分析, 再计算, 直至满意。以我们经验为例, 在四极聚焦磁铁设计中, 对于极面双曲线断开点后的极鼻区形状的选取较难, 往往多次试算也难获得比较满意的结果。

实践中我们看到, 极鼻最低点的高低是影响磁铁有效气隙空间里磁场分布最灵敏的参数。这相当于弯转磁铁极面边沿的衬垫高度^[1]。只要断开点大于好场区(我们取好场区半宽度的1.3倍)用调节极鼻最低点高低的办法, 总会找到局部较好的结果, 而这时有效气隙中梯度场的均匀性不小于千分之几。如果仍不理想, 可以加大断开点离好场区边沿的距离(相当于加宽极面)再重新找极鼻最低点。

图1是极面形状假设, y_m 是要找的最佳的最低点。

二、黄金分割法基本原理^[2]

如果已知参量 x 在 $[0, 1]$ 区间里, 其相应函数 $F(x)$ 具有极值。那么, 我们总可以选用一种尝试办法来近似求解它。最简单是二分法, 每一次尝试区间是前一次的一半, 这种方法不够快, 我们选定等比值分割区间的办法来逼近最佳点。

如图2, 首先在 $[0, 1]$ 取值范围选 x_1 点, 它距端点1的距离是 t , 再选 x_2 点, 它是 x_1 点相对 $[0, 1]$ 区间中心点的对称点。相应取值为 $F(x_1)$, $F(x_2)$, 如果 $F(x_1) < F(x_2)$ 成

本文于1980年1月16日收到。

1) 本工作于1978年10月完成。

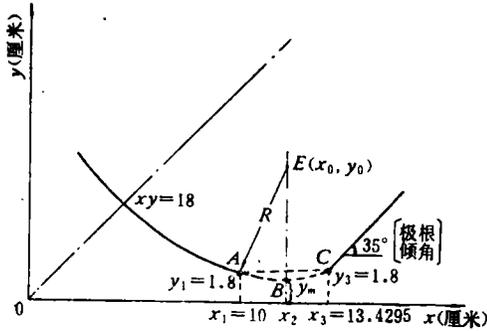


图1 极面设计考虑

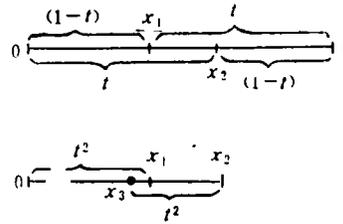


图2 黄金分割原理

立,就说明函数的极值(假定是极小值)只可能在 $[0, x_2]$ 区间, $[x_2, 1]$ 区间我们就用不着去考虑了,这就是第一次分割,区间大小缩小了 t 倍. 再从 $[0, x_2]$ 新区间选择新分割点 x_3 . 由于我们希望经过每次分割, 区间都缩小一固定比值 t , 显然 x_3 到 x_2 的距离应该是 t^2 , x_1 到端点的距离也应是 t^2 . 对比第一次分割,从 x_1 点取值可以获得

$$t^2 = 1 - t, \quad t^2 + t - 1 = 0, \quad \therefore t = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \frac{1.236068}{2} = 0.618034.$$

人们把选用 $t = 0.618$ 的固定比值分割技术称为黄金分割法.

三、具体分割办法

四极磁铁极鼻区详图见图1. 由于好场区半宽度是 7.5 厘米, 双曲线的断开点要比它大. 参考国外加速器设计参数,我们假定在 $x = x_1 = 10$ 厘米处,极鼻是以 $E(x_0, y_0)$ 为圆心, R 为半径的圆弧形. 极鼻区的两端点 A, C 固定,变动极鼻最低点 y_m 的取值(当然 R 也变)求场分布. 从气隙场分布形态,选择最佳点.

黄金分割法必须先选定参数的可能取值范围(即图2的 $[0, 1]$ 区间),这在具体选择上有困难,我们是根据经验,先估计一个可能的值(比如 1.7 厘米),又由于极面衬垫高度变化 0.01 厘米将引起气隙场很大改变^[3],所以第二个 y_m 的可能值与第一点相差 0.1 厘米就足够了,我们取 1.6 厘米. 根据第一次分割的前两次取值反推回去,这就定出 y_m 的可能取值范围是 $[1.438, 1.862]$. 根据具体实践,此范围已足够大了,因为 $y_m = 1.862$ 厘米,说明极面修正已产生负衬垫形状,这是不可能采取的. $y_m = 1.438$ 厘米,使极面最小间隙太小妨碍绕组装配,也是不可取的. 由于此区间足够大,而且又一定有极值点,所以用黄金分割法求 y_m 的极值就有把握.

实调框图见图3. 图中 $\Phi(y_m)$ 指在 y_m 取值时计算机获得之气隙场梯度相对分布曲线的优劣程度,值大意味接近设计优良判断标准.

设计优良判断标准是: 在 $x \leq 7.5$ 厘米好场区内,场梯度的相对变化 $|\Delta G/G_0| \leq 2 \times 10^{-3}$. G_0 为四极铁中心处 ($x = y = 0$) 场梯度值 ($G_0 = 1482.93$ 高斯/厘米).

图4为黄金分割实调中每次 y_m 取值的气隙场梯度的相对分布. 在五次试算中 y_m 相应取值是: 1.7、1.6、1.538、1.638、1.576. 获得之较佳 y_m 值为 1.576 厘米. 从图4看出所得结果,好场区可达 $x = 8.6$ 厘米,比设计要求 (7.5 厘米) 扩大 1.1 厘米,即增加 15%.

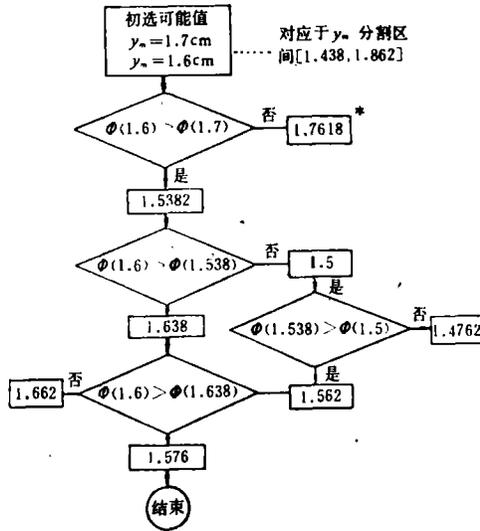


图 3 黄金分割试调框图

* 数字代表 y_m 取值

四、讨 论

具体计算工作是使用 FATIMA 设计程序^[4]，在 CYBER172 机上完成的，获得之最佳结果经过 CERN 的 MAREC 程序校核过，说明所得结果是满足设计要求的。所得结果已作为 BPS 的初步方案^[5]。

上述计算结果说明：(i) 我们选定极鼻最低点参量来进行黄金分割是可以获得最优设计的速度快（只需计算五次）、结果佳。如果按以往设计，选 $y_m = 1.6$ 厘米就定方案了。从图 4 可见，此时好场区仍可达 7.9 厘米，完全有理由说完成了，但不是佳值。虽然从理论上讲， $y_m = 1.576$ 取值后仍可以往下计算，下一个可能点为 1.562 厘米，这说明还有可能在 ± 0.007 厘米范围挑选最佳值。在工程设计中，重要参量应有较大余量。取 $y_m = 1.576$ 已使好场区边界扩大到 $x = 8.6$ 厘米处，比原设计要求增加 15%，这已足够了，再在已接近加工误差范围选理论上最佳值，就不是很必要的，也有些浪费（在 CYBER172 机上计算每一次取值花费约 1,000 元）。这样 1.576 称为较佳 y_m 取值；(ii) 结果与起始 y_m 的选择关系不大。比如 y_m 起始点不是 1.7、1.6 而是 1.7、1.8，预料仍进行五次试算就可以获得所求 y_m 值。相应取值是 1.7、1.8、1.638、1.6、1.576。如果先选 1.5、1.6

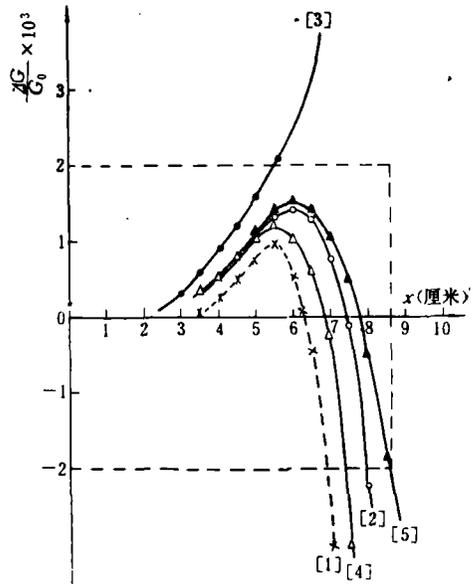


图 4 FATIMA 程序计算结果

- (1) $y_m = 1.7$, (2) $y_m = 1.6$, (3) $y_m = 1.538$
 - (4) $y_m = 1.638$, (5) $y_m = 1.576$,
- $G_0 = 1482.932$ 高斯/厘米

如果先选 1.5、1.6

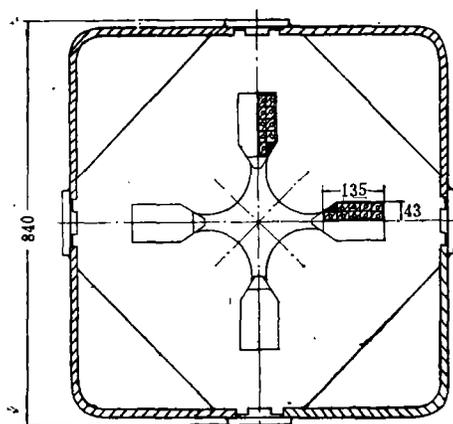


图5 设计成的四极铁截面

两点,则 y_m 的取值是: 1.5、1.6、1.438、1.562、1.538、1.576。仅只增加一次试算; (iii) 从结果看,好场区比设计要求宽,也就是说断开点离好场区边沿距离可以缩短。但由于考虑低场时场的分布要变坏,从保险出发没有再变更此值。当然同样可对断开点位置用黄金分割求极值点; (iv) 预料,如果先选择极鼻最低点,断开点位置,极根倾角等作单因素黄金分割求其各自局部最佳值,在此基础上再进行多因素的优选设计,最后结果会更好。

感谢董九九同志,她参加了上机计算工作。

参 考 文 献

- [1] G. Mepherston and E. J. N. Wilson, Proc. Inter. Conf. on Magent Technology, 1967, p 117.
- [2] 中国科学院数学研究所运筹室,“运筹学”,1973年科学出版社出版。
F. James, Function Minimization, (CREN).
- [3] 杜文甫,模型加速器磁铁设计(内部资料1977年)。
- [4] 中国科学院高能物理研究所加速器部圆型室、中国科学院计算中心三室二组, FATIMA-172 程序说明(内部资料1977年2月)
- [5] Summary of the Preliminary Design Study of 50GeV BPS, Beijing China, 1978年12月。

AN APPLICATION OF THE GOLDEN SECTION METHOD IN THE MAGNET DESIGN FOR ACCELERATOR

DU WEN-FU

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

The golden section method is applied to get a good tip pole of magnet for an accelerator. It turns out that this method is more efficient than Others.