

核场论中声子重整化的初步研究

萨本豪 张锡珍 李祝霞 施义晋

(中国科学院原子能研究所)

摘 要

本文在声子固有自能子图取为图 1(1)的情况下,写出了重整化声子的戴逊方程,得到了重整化声子的本征方程,以及声子和规则与声子权重能量和规则。

一、

核场论的中心课题,是将原子核的单粒子激发(通常由 HF 近似给出)和集体激发(通常由 RPA 给出),视为互相独立的原激发,而研究它们之间的相互作用^[1-2]。

在文献[3]中,作者们继建立了核场论之后,又用考虑了固有自能子图(由一根带箭头实线和一根波浪线构成的,带箭头实线表示粒子或空穴;波浪线表示声子)的重整化粒子线,或称非裸粒子线,来代替原来的粒子线,而把核场论向前推进了一步。

相应地,对于另一个原激发——集体激发,也应该进而考虑它的重整化。对于声子,最重要的固有自能子图,有图 1 所示的六张。假如像通常那样,先略去含有四点顶点的

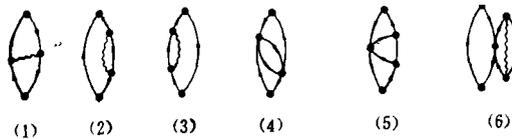


图 1 贡献最大的声子固有自能子图

图,那么剩下的含有粒子-振动顶点的三张图中,图 1(2)一(3),已为粒子重整化所包括,而图 1(1)则是对 RPA 的修正。本文解了固有自能子图取为图 1(1)的声子戴逊方程,得到了重整化声子的本征方程(RRPA 方程),以及声子和规则与声子权重能量和规则。

二、

定义声子格林函数^[4]

$$D^+(n'n, t) = \langle \phi_0 | T [T_n(t) T_n^+(0)] | \phi_0 \rangle; \quad (1)$$

其中 ϕ_0 是相互作用系统的基态; T 是编时算符; $T_n^+(t)$ 是海森堡表象中第 n 种状态声子的产生算符。当相互作用趋于零时, $D^+(n'n, t)$ 趋于自由声子:

本文 1978 年 10 月 23 日收到。

$$D_0^+(n'n, t) = \langle 0 | T[\Gamma_{n'}(t)\Gamma_n^+(0)] | 0 \rangle = \theta_t e^{-i\omega_n t} \delta_{nn'}, \quad (2)$$

其中 $|0\rangle$ 是无相互作用基态(声子裸真空); ω_n 是第 n 种状态声子能量; θ_t 是阶梯函数。不难看出, 式(2)所定义的自由声子, 其实是时间上“向前传播”的自由声子。除此之外, 尚须定义一个时间上“向后传播”的自由声子:

$$D_0^-(n'n, t) = \langle 0 | T[\Gamma_n^+(t)\Gamma_{n'}(0)] | 0 \rangle = \theta_{-t} e^{i\omega_n t} \delta_{nn'}. \quad (3)$$

虽然式(1)所定义的有相互作用的声子格林函数 D^+ , 既有时间上“向前传播”的部分, 也具有时间上“向后传播”的部分; 但它所退化到的自由声子格林函数 D_0^+ , 却只是时间上“向前传播”的。不过, 对于研究有实际物理意义的自由声子格林函数 D_0^+ 的重整化说来, 有了相应于 D_0^+ 的 D^+ 的定义也就足够了。

那么声子固有自能子图取为图 1(1)的, 描写时间上“向前传播”自由声子重整化的戴逊方程是

$$D^+(n'n, t) = D_0^+(n'n, t) - \sum_{\substack{p-s \\ mn''}} \Lambda(ps, n) \Lambda^*(pq, m) \Lambda^*(qr, n'') \Lambda(sr, m) \\ \times \iiint_{-\infty}^{\infty} d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 d\tau_4 D_0^+(n, \tau_1) G_0(p, \tau_2 - \tau_1) G_0(q, \tau_3 - \tau_2) G_0(r, \tau_4 - \tau_3) \\ \times D_0(m, \tau_4 - \tau_2) G_0(s, \tau_1 - \tau_4) D^+(n'n'', t - \tau_3), \quad (4)$$

图 2 是它的示意图。式(4)中 $\Lambda(ps, n)$ 等是粒子-振动顶点, 详见 [2]; $\sum_{p-s} \equiv \sum_{pqrs}$; $D_0 = D_0^+ + D_0^-$, 因为要对中间态的时间积分, 所以中间态的自由声子既有 D_0^+ 亦应有 D_0^- ; G_0 是自由粒子格林函数^[2]。图 2 中带箭头波浪线, 表示时间上向箭头所指方向传播的裸声子线; 不带箭头的波浪线, 指 $D_0 = D_0^+ + D_0^-$; 双重波浪线表示非裸声子。

对式(4)中的时间变数作傅立叶变换, 即得能量表象中相应的戴逊方程:

$$D^+(n'n, k) = D_0^+(n'n, k) + D_0^+(n, k) \sum_{n''} M_{nn''}(k) D^+(n'n'', k), \quad (5)$$

$$D_0^+(n'n, k) = -\frac{1}{k - \omega_n} \delta_{nn'}$$

$$D^+(n'n, k) = - \sum_N \left[\frac{\langle N \rangle_{n'n}}{k - W_N} - \frac{\langle N' \rangle_{nn'}}{k + W_N} \right], \quad (6)$$

$$\langle N \rangle_{n'n} = \langle \phi_0 | \Gamma_{n'} | N \rangle \langle N | \Gamma_n^+ | \phi_0 \rangle, \quad \langle N' \rangle_{nn'} = \langle \phi_0 | \Gamma_n^+ | N \rangle \langle N | \Gamma_{n'} | \phi_0 \rangle.$$

式中 $M_{nn''}(k)$ 是声子自能, 其表达式由 24 项组成。

由式(5)等号两端在极点 $k = W_N$ 和 $k = -W_N$ 处的留数相等得到

$$\left. \begin{aligned} \langle N | \Gamma_n^+ | \phi_0 \rangle &= - \sum_{n''} \frac{\langle N | \Gamma_{n''}^+ | \phi_0 \rangle}{W_N - \omega_n} M_{nn''}(W_N), \\ \langle \phi_0 | \Gamma_n^+ | N \rangle &= \sum_{n''} \frac{\langle \phi_0 | \Gamma_{n''}^+ | N \rangle}{W_N + \omega_n} M_{nn''}(-W_N). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

这就是所要求的重整化声子本征方程(RRPA 方程)。由式(5)等号两端在其它极点处的

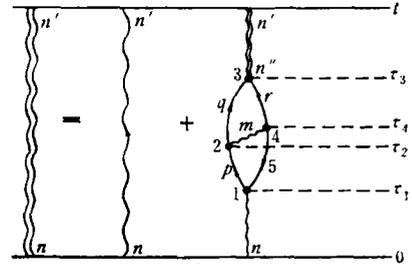


图 2 戴逊方程的图示

留数相等,又可得到

$$\sum_N [\langle \phi_0 | \Gamma_{n'} | N \rangle \langle N | \Gamma_n^+ | \phi_0 \rangle - \langle \phi_0 | \Gamma_n^+ | N \rangle \langle N | \Gamma_{n'} | \phi_0 \rangle] = \delta_{nn'} \quad (8)$$

$$\sum_N [W_N \langle \phi_0 | \Gamma_{n'} | N \rangle \langle N | \Gamma_n^+ | \phi_0 \rangle + W_N \langle \phi_0 | \Gamma_n^+ | N \rangle \langle N | \Gamma_{n'} | \phi_0 \rangle] = \omega_n \delta_{nn'} \quad (9)$$

它们分别就是声子和规则与一声子转移过程的权重能量和规则。

三、

式(7)是齐次方程,由它只能求得,在非裸声子态中裸声子态的相对值。要求它们的绝对值,尚须利用式(8)和(9)。可是式(8)和(9)都包含对所有的 $|N\rangle$ 求和,而实际上我们感兴趣的往往只是几个声子态的重整化效应,因此利用式(8)和(9)决定振幅的绝对值,是很不方便的。不过实际上我们可以只求解有物理意义的式(7)的第一个方程,并以要求 $|N\rangle$ 是声子数算符的,对应于本征值为1的本征态为正交归一化条件,而决定振幅的绝对值。此正交归一化条件即

$$\sum_n \langle N' | \Gamma_n^+ | \phi_0 \rangle \langle \phi_0 | \Gamma_n | N \rangle + \sum_{nn'} \langle N' | \Gamma_n^+ | \phi_0 \rangle \langle \phi_0 | \Gamma_n | N \rangle C_{nn'} = \delta_{NN'} \quad (10)$$

其中 $C_{nn'}$ 的表达式由40项构成。显然我们的工作只是初步的,含有四点顶点的固有自能子图的贡献问题,还有待于考虑。至于重整化核场论是否可行,以及重整化核场论的作图规则等,亦都有待于进一步研究。

参 考 文 献

- [1] D. R. Bés et al., *Phys. Lett.*, **52B**(1974), 253.
- [2] D. R. Bés et al., *Nucl. Phys.*, **A260**(1976), 1; 22; 27;
P. F. Borgignon et al., *Phys. Report*, **30C**(1977), 305.
- [3] D. R. Bés et al., *Nucl. Phys.*, **A293**(1977), 350.
- [4] R. D. Mathuck, "A guide to Feynman Diagrams in the many-body problem", McGraw-Hill, London, 1967.

A PRIMARY RESEARCH OF THE PHONON RENORMALIZATION OF NUCLEAR FIELD THEORY

SA BEN-HAO ZHANG XI-ZHEN LI ZHU-XIA SHI YI-JIN

(Institute of Atomic Energy, Academia Sinica)

ABSTRACT

By taking proper self-energy subdiagrams of phonon as Fig. 1(1), the Dyson's equation and the corresponding eigenequations of the renormalized phonon are obtained. The sum rule and the energy weighted sum rule of phonons are given.