

# $^8\text{Be}$ 核自发裂变的微观研究

张竞上 卓益忠 卢兆启 郑玉明

(中国科学院原子能研究所)

## 摘 要

应用双阱集团壳模型, 提出  $^8\text{Be}$  自发裂变静力学位垒计算中扣除碎片相对动能的一种方式, 计算了  $^8\text{Be}$  自发裂变位能曲面, 并对库仑位及质心运动伪态的修正作了估算. 定性地解释了  $^8\text{Be}$  的亚稳机制, 并提供了从微观方式描述裂变的一种理论方式.

## 一、双阱集团模型的模型子空间

对于多粒子体系, 由于自由度的庞大以及相互间耦合的复杂性, 严格解多体薛定格方程是相当困难的. 因而往往采用简化自由度的办法, 仅选取少数主要自由度, 而将其余自由度冻结(模型化), 从而研究在这选定的子空间内的运动规律.

双阱集团壳模型是一种集团内态具有激发成分的集团模型<sup>[1]</sup>, 在用于描述裂变反应时认为两个碎片分别处在两个谐振子阱内, 碎片间的分离表现为两个阱的分离. 母核状态对应了两个阱重合, 此时模型退化到一般的谐振子组态, 而双阱分离到充分远后又成为两个独立的谐振子阱以描述子核状态. 这与一般常采用的无内态激发的  $\alpha$  集团的不同点在于它不存在泡里不相容伪态<sup>[2]</sup>, 但是由于集团内单粒子激发成分的存在, 就会有质心运动伪态存在<sup>[3]</sup>.

$^8\text{Be}$  核是一个不稳定核, 自发分裂为两个  $\alpha$  粒子, 寿命约为  $\sim 10^{-16}$  秒. 这是轻核中自发对称裂变最典型的例子. 它的分裂并不伴随其他能量的发射, 仅是将  $^8\text{Be}$  与两  $\alpha$  粒子的质量差转化为两  $\alpha$  粒子的动能. 我们的目的就是应用双阱集团壳模型从静力学方面描述  $^8\text{Be}$  的亚稳机制. 所选择的自由度是两个, 一个是双阱阱心之距  $2Z$ ; 另一个是阱参数  $b$ . 前者反映碎片间的分离, 后者反映集团变形. (见图 1)

双阱内的单粒子态选为有  $1p$  激发方式的模型态:

$$\begin{aligned} \psi_+ &= \alpha|0\rangle^+ + \beta|1\rangle^+, \\ \psi_- &= \alpha|0\rangle^- - \beta|1\rangle^-, \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $|i\rangle^\pm$  表示在正负两阱内谐振子量子数为  $i$  的谐振子态.

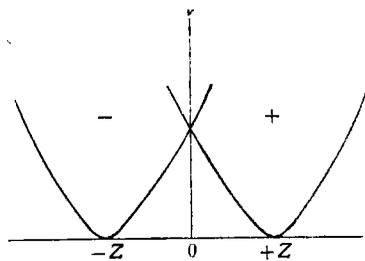


图 1

壳模型中  ${}^8\text{Be}$  的基态为  $[1s^4, 1p^4]$ , 由  $SU_3$  模型可知, 对应最低能态的主导表示中  $1p_z$  为  $1p$  壳中的优先填充<sup>[4]</sup>, 因此可将问题简化为单一方向 ( $z$ ) 的内态激发问题, 不考虑对 ( $x, y$ ) 方向的激发, 以后 ( $x, y$ ) 方向的阱参数取为  $b_{\perp} = \text{常数}$ .

在公式 (1) 中, 由归一化条件可得

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1, \quad (2)$$

此时  ${}^8\text{Be}$  体系波函数为八个粒子乘积态的 Slater 行列式.

$$\Psi = \mathcal{A}[\Phi_{+1}\Phi_{+2}\Phi_{+3}\Phi_{+4}\Phi_{-1}\Phi_{-2}\Phi_{-3}\Phi_{-4}], \quad (3)$$

其中  $\Phi_{\pm i}$  表示正负阱内含自旋同位旋的单粒子波函数. 由归一化条件可得

$$\langle \Psi | \Psi \rangle = (1 - \langle \Psi_+ | \Psi_- \rangle)^4 = 1, \quad (4)$$

因此要求两阱之中单粒子态彼此正交. 即

$$\langle \Psi_+ | \Psi_- \rangle = 0, \quad (5)$$

将 (1) 式代入可得

$$\alpha = \frac{1+u}{\sqrt{1+(1+u)^2}}, \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{1+(1+u)^2}}, \quad u = \sqrt{2}z/b_z. \quad (6)$$

此时坐标的选取为, 阱心坐标是  $(0, 0, \pm z)$ , 很明显, 当  $z = 0$  时  $\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , 这相当于在双阱重合时  ${}^8\text{Be}$  的壳模型组态, 而当  $z \rightarrow \infty$  时  $\alpha = 1, \beta = 0$  对应于两个无限分离的  $\alpha$  粒子.

以上就是在双阱集团壳模型中应用两个参数 ( $z, b_z$ ) 对  ${}^8\text{Be}$  自发分裂的模型空间的描述.

## 二、哈密顿量及等效核力

哈密顿量在质心系取为

$$\hat{H} = \hat{T}_{\text{质}} + \hat{V}. \quad (7)$$

其中  $\hat{T}$  为多粒子体系相对运动动能算符

$$\hat{T} = \frac{1}{2mA} \sum_{i < j} (\hat{p}_i - \hat{p}_j)^2, \quad (8)$$

此时  $A = 8$ .

位能来自核子间的核子力, 在此选取了与自旋同位旋无关的 Volkov 力<sup>[5]</sup>, 它是一种软心等效核力.

$$\hat{V} = \sum_{i < j} (1 - M + MP_{ij}^X) V(r_{ij}), \quad (9)$$

其中  $P_{ij}^X$  为  $i, j$  二粒子位形空间交换算符

$$V(r) = -V_a e^{-r^2/a_1^2} + V_b e^{-r^2/a_2^2}. \quad (10)$$

本文选取 Volkov-II 参数, 它们是

$$M = 0.6, \quad V_a = 60.65\text{MeV}, \quad V_b = 61.14\text{MeV}, \quad a_1 = 1.80, \quad a_2 = 1.01.$$

### 三、 ${}^8\text{Be}$ 自发裂变位垒—— ${}^8\text{Be}$ 的亚稳机制

在静力学中, 裂变位垒对应了各种变形状态下的核内能。在液滴模型中它是由表面能, 库仑能, 壳修正, 对能修正等项组成。在微观方式计算中, 母核的内能是整个母核的内部相对动能及位能之和, 而碎片系统的内能是两个碎片的各自内能再加上二碎片的相互作用位能。

另外, 对于母核与碎片系统的划分在微观方式中与液滴模型有很大不同, 在液滴模型中断点前统归母核系统, 而断点后又统归碎片系统。而在微观方式用波函数描述时, 就不能用这种断然的分割, 而应该用几率来描述。在这个八个粒子的体系中, 它应既有  ${}^8\text{Be}$  体系成分也有碎片成分, 只不过随阱的分离状态的不同具体值不同而已。但是目前在一个多粒子体系中如何区分出两个体系所占的几率是困难的, 这里提出一种简略的估计方式, 即认为总体系波函数对两个  $\alpha$  碎片的体系波函数迭积就是总系统中包含碎片 ( $2\alpha$ ) 的几率振幅。这种在各分离状态下碎片几率为

$$\eta(z, b_z) = \left\{ \left\langle \sqrt{\frac{8!}{4!4!}} \Phi_2^{(+)} \Phi_2^{(-)} | \Psi \right\rangle \right\}^2 = (\alpha^2 - \beta^2 e^{-u^2})^8. \quad (11)$$

这时,  $\eta$  表示了母核中含有两个  $\alpha$  粒子的几率, 在这种表示中每个  $\alpha$  粒子是反称化的。可以看出两阱重合时 ( $z = 0$ ) 得到  $\eta = 0$ , 说明在单谐振子阱中完全属于  ${}^8\text{Be}$  组态; 而两阱充分分离时  $z \rightarrow \infty$  得到  $\eta = 1$ , 表示在充分分离后系统属于两个碎片, 而中间量由图 2 表示。

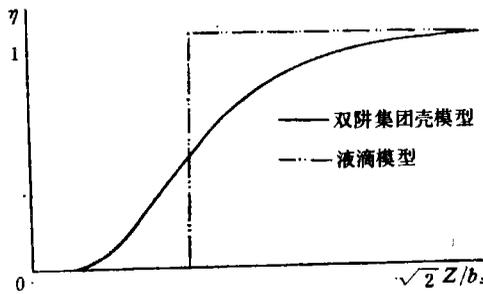


图 2  $\Psi$  中两  $\alpha$  碎片几率  $\eta$

公式 (11) 满足模型边界条件。但应说明, 这种波函数迭积并不满足一般的投影关系, 这种计算方式仅是一种模型, 并不能对在  $z$  较小时给出精确的相对运动状态。

在建立碎片体系几率后, 在上述内能概念基础上, 对整个八粒子能量扣除碎片间相对动能后即得出  ${}^8\text{Be}$  静力学裂变位垒。

$$V_{\text{st}} = \langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle - \eta \langle \Psi | \hat{T}_{\alpha\alpha} | \Psi \rangle, \quad (12)$$

$\hat{T}_{\alpha\alpha}$  为两  $\alpha$  碎片相对动能算符且有

$$\langle \Psi | \hat{T}_{\alpha\alpha} | \Psi \rangle = \frac{1}{A-1} \langle \Psi | \hat{T} | \Psi \rangle. \quad (13)$$

图 3 表示了裂变位能面计算结果, 横坐标表示两阱分离参数  $z$ , 纵轴表示阱参数  $b_z$ ,

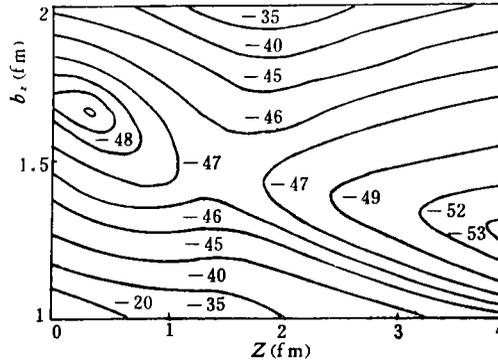


图 3  ${}^8\text{Be}$  裂变位能  $\langle \text{VolkovII } b_{\perp} = 1.372\text{fm} \rangle$  (等位面标量单位 MeV)

计算中取  $b_{\perp} = 1.372\text{fm}$ , 以保证在  $z \rightarrow \infty$  时, 两个  $\alpha$  粒子为球形, 并得到正确的  $\alpha$  粒子结合能  $E_{\alpha} = 28.4\text{MeV}$ .

由图 3 可见, 在  $z \sim 0.4\text{fm}$ ,  $b_z = 1.70\text{fm}$  处有一个谷底, 对应  ${}^8\text{Be}$  核基态能量为  $E_{8\text{Be}} = 48.9\text{MeV}$ .

最小阻抗道对应的位能面值由 (图 4) 所示, 并同时给出抗变形道位能面。前位垒高度约为  $2\text{MeV}$ , 后者约为  $3\text{MeV}$ 。

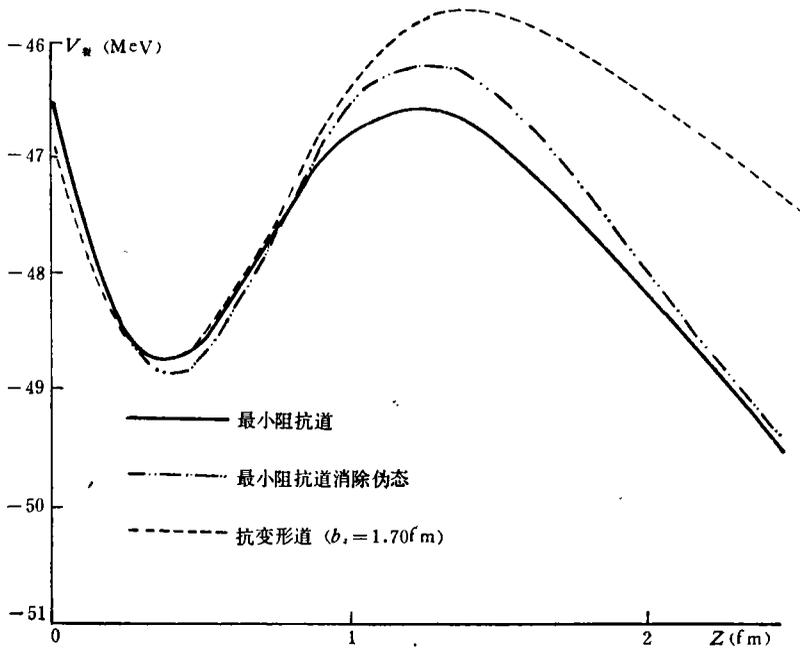


图 4  ${}^8\text{Be}$  微观裂变位垒

下面对库仑位贡献作简化估算, 由模型波函数 (1) 可以得到两  $\alpha$  团重心之距为

$$D = 2z + \sqrt{8\alpha\beta b_z}; \tag{14}$$

库仑能近似值为

$$E_c \sim 4e^2/D + 2E_c(\alpha); \quad (15)$$

在  ${}^8\text{Be}$  基态亚稳点处 ( $z \sim 0.4\text{fm}$ ,  $b_z \sim 1.70\text{fm}$ )

$$E_c \sim 0.92 + 2E_c(\alpha);$$

在鞍点处 ( $z \sim 1.25\text{fm}$ ,  $b_z \sim 1.5\text{fm}$ )

$$E_c \sim 0.67 + 2E_c(\alpha),$$

由此可得库仑位的贡献相当于降低裂变位垒  $\sim 0.25\text{ MeV}$ .

对于质心运动伪态的贡献的计算参见文献 [6], 扣除伪态会使位垒提高大约  $0.3\text{ MeV}$ . 由此可见, 在进一步精确计算位垒时, 质心运动伪态的扣除是应给以足够的注意, 因为它本身贡献虽小, 但不计伪态扣除而精确计算库仑位贡献是没有意义的.

由以上计算可以看出,  ${}^8\text{Be}$  这个不稳核所处的亚稳点并不是球形, 而是一个哑铃形. 它可通过一个大约  $2\text{ MeV}$  的位垒分裂为两个  $\alpha$  粒子, 在这一点上是与实验相符的, 而亚稳态的非球形变化反映了壳模型性质.

## 四、讨 论

应用双阱集团壳模型来描述  ${}^8\text{Be}$  的亚稳机制是一种从微观方式研究裂变的一个尝试, 对于推广到其他核, 以及本身的深入研究都有待进一步开展. 特别是一个多核子体系中如何划分子系几率问题是有待进一步解决的.

根据上述计算, 应用 WKB 方法估算  ${}^8\text{Be}$  的寿命约为  $10^{-20}$  秒, 比实验值要短. 在此用约化质量代替了惯性参量, 双  $\alpha$  振荡频率应用了谐振子阱的本身频率, 这会带来误差的.

由于本模型在双阱重合时自动满足泡利原理, 因此不存在泡里不相容伪态. 这样, 当两个  $\alpha$  粒子无限接近时并不存在排斥心, 这一点与  $\alpha$  粒子集团模型不一样.

整个工作表明, 双阱集团壳模型对描述轻核集团分裂过程提供可能性, 但是要能更好地得到定量结果, 应该进一步考虑动力学效应.

## 参 考 文 献

- [1] M. Harvay, *Nucl. Phys.*, **A179** (1972), 33.
- [2] R. Tamagaki, *Prog Theor Phys suppl extra number* (1968), 242, S. Saito, *Prog Theor Phys.*, **41** (1969), 705.
- [3] 张竞上、卓益忠, *物理学报*, **25** (1976), 292.
- [4] J. P. Elliott, *Proc Rev Soc.*, **A245** (1958), 128, 562; M. Harvay, *Adv in Nucl Phys. Vol 1*, ed M. Baranger and E. Vog (1968).
- [5] A. B. Volkov, *Nucl. Phys.*, **74** (1965), 1.
- [6] M. Harvay, *Inter Sum School on Dynamic Structure of Nuclear State* (1971).

**MICROSCOPIC STUDY FOR SPONTANEOUS FISSION OF  ${}^8\text{Be}$** 

ZHANG JING-SHANG ZHO YI-ZHONG

LU ZHAO-QI ZHENG YU-MING

*(Institute of Atomic Energy, Academia Sinica)*

## ABSTRACT

On the basis of the cluster shell model of double well, a new method for subtracting the kinetic energy of the relative motion of the fission fragments has been proposed, and in this way the potential energy curve for spontaneous fission of  ${}^8\text{Be}$  has been calculated. In the calculation, the effects of the coulomb potential and the spurious states of the motion of the center of mass have been considered properly. The results can qualitatively explain the metastable property of  ${}^8\text{Be}$ . It seems that the method proposed in this paper might serve as a way to describe the fission process in microscopic study.