第3卷 第2期 高能物理与核物理 Vol. 3, No. 2
1979年3月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS March, 1979

内含谱的精细结构(II)

用现有的数据确定它及用模型进行的初步计算

刘 汉 昭

(南 开 大 学)

摘 要

利用现有的带电粒子快度样品的数据，可以确定一些较重要的近邻粒子的内含谱和半内含谱．其中一些可以用来探讨集团的大小、电荷的区域性守恒及玻色-爱因斯坦统计效应等目前有争议或尚未解决的问题．现有的带电粒子快度样品的统计度，对含两到三个参、变量的近邻粒子的内含谱，一般是够的，对含五个或四个参、变量的近邻粒子的内含谱，一般说来是不够的．在后一情况下，本文引入了两个整理数据的特殊方法：一个是求各种类型的近邻粒子快度间隔的“平均值”，一个是求极大值附近的近邻粒子的内含谱或半内含谱．采用这些方法，可以对一些含五个或四个参、变量的近邻粒子的内含谱的特性，作出有一定意义的确定．

杨振宁等的碎裂模型、带衍射和不带衍射的一维的 Chew-Pignotti 模型以及 Quigg 等的独立发射集团模型，被用来对近邻粒子的内含谱和半内含谱作较粗的计算，并被用来验证求和规则及费曼-杨振宁比例律的推广形式．

一、引 言

我们探讨如何整理现有的实验数据，以确定某些近邻粒子的内含结构的分布函数，其目的是通过后者来澄清或揭示某些多粒子产生的机理．这些实验数据指的是近几年来在 FNAL 和 CERN ISR 不断测定的“带电粒子的快度样品”（Rapidity pattern of chavged particles）的大量数据（以下简称为“样品数据”）[1-3]．它包括全快度范围或一定快度范围（例如 $-2.5 \leqslant y \leqslant 2.5$）内每一事件（Event）的全部带电粒子的快度［还可以有方位角（Azimuthal angle)]．在文献中已经采用了一些方案来整理这种数据，但就作者所知，其中只有一个方案——紧邻粒子的快度隙长度的分布[4-7]——是属于近邻粒子内含结构的．

在本文第二、三节中，将说明由“样品数据”能确定含两到三个参、变量的近邻粒子的内含谱，并讨论其中几个较重要的类型．对含五个和四个参、变量的近邻粒子的内含谱可以作有一定意义的确定．

本文1977年4月6日收到，1978年9月18日收到修改稿．

在第四—六三节中，将分别应用模型，对近邻粒子的内含谱和半内含谱作较粗的计算，并验证了前一文中的求和规则和费曼-杨振宁比例律的推广形式.

二、关于集团的大小、电荷的区域性守恒及玻色-爱因斯坦统计效应等问题

1. 关于集团的大小和集团内粒子快度的分布

集团的结构是近年来多粒子产生机理领域的中心问题之一. 在近邻粒子内含结构的基础上，如果采用下述的办法，可望有效地解决关于集团的大小及集团内粒子的快度分布问题. 可以定义近邻粒子内含谱和半内含谱的关联函数分别为:

$$R_{12}(y_1, r_2)=\left(\frac{1}{\sigma}\frac{d^2\sigma}{dy_1dr_2}\Big/\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{dy_1}\frac{1}{\sigma_{y_1}}\frac{d\sigma_{y_1}}{dr_2}\right)-1$$

$$R^n_{12}(y_1, r_2)=\left(\frac{1}{\sigma_n}\frac{d^2\sigma_n}{dy_1dr_2}\Big/\frac{1}{\sigma_n}\frac{d\sigma_n}{dy_1}\frac{1}{\sigma_{n,y_1}}\frac{d\sigma_{n,y_1}}{dr_2}\right)-1,$$

其中 $\frac{1}{\sigma_{y_1}}\frac{d\sigma_{y_1}}{dr_2}$ 表当粒子间没有短程关联时，与粒子1近邻的粒子2的粒子密度: $r_2=y_2-y_1$; $\frac{1}{\sigma_{n,y_1}}\cdot\frac{d\sigma_{n,y_1}}{dr_2}$ 表半内含谱中相应的量; 其他符号的意义与通常的内含谱和半内含谱相同. 还可以定义内含谱和半内含谱的快度隙关联函数分别为:

$$R_{12}(r_2)=\int R_{12}(y_1, r_2)dy_1,$$

$$R^n_{12}(r_2)=\int R^n_{12}(y_1, r_2)dy_1.$$

把上式中的 $\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{dy_1dr_2}\left(\frac{1}{\sigma_n}\frac{d\sigma_n}{dy_1dr_2}\right)$ 看成是所有 $j\lesssim j_0$ 的第 j 种内含(半内含)不变截面的贡献之和. 由前一文第四节所说的第 j 种近邻粒子(半)内含谱和通常(半)内含谱的关系可知: 要确定这样定义的 $R^n_{12}(y_1, r_2)$(相当于含 n, y_1, r_2 三个参、变量的内含谱), "样品数据"的统计度，当 $r_2\lesssim 0.5j_0$ 时，一般是够的; 这是因为要确定通常半内含谱的相应的 $R^n_{12}(y_1, r_2)$(此时的 r_2 可取任何值), "样品数据" 的统计度一般 (指 n 和 $|y_1|$ 的值不是很大时) 是够的.

选用较好的多粒子产生的集团模型，可计算出近邻粒子的 $R_{12}(y_1, r_2)$ 和 $R^n_{12}(y_1, r_2)$ 曲线，与由 "样品数据" 确定的 $R_{12}(y_1, r_2)$、$R^n_{12}(y_1, r_2)$ 曲线相比较，便可确定集团的大小和集团内粒子快度的分布，其具体过程同利用通常内含谱 (半内含谱) 相应的 $R_{12}(y_1, r_2)$ ($R^n_{12}(y_1, r_2)$)曲线去确定这些量的过程是相似的.

2. 关于"电荷的区域性守恒"的问题

电荷的区域性守恒假设是否正确? 我们相信，通过对 "样品数据" 的区域性的内含结构的探讨是可以基本上解决这个问题的.

在每张"样品数据"(包括两端的带电粒子在内)上，自左至右从第 i 个粒子开始，取第

i、$i+1$, $\cdots$, $i+j-1$ 共 j 个带电粒子，称为第 i 组粒子. 将第 i 组粒子按下述的规则放入自左至右依次排列的仓库

$$\cdots\boxed{-3}\;\boxed{-2}\;\boxed{-1}\;\boxed{0}\;\boxed{1}\;\boxed{2}\;\boxed{3}\cdots$$

之中，其中□表一个仓库，内面的整数表仓库号：设以仓库$\boxed{0}$为起点开始走，顺着第 i、$i+1$, $\cdots$, $i+j-1$ 的次序来看第 i 组粒子，看到的粒子如果是正粒子，便走到右边紧邻的仓库把它放进去，如果是负粒子，便走到左边紧邻的仓库把它放进去. 例如 $j=7$, 第 i 组的 j 个粒子的带电情况如下表的第 2 列所示. 那么，各粒子被放进的仓库号就应如表中第 3 列所示. 如果这张样品共有 n 个带电粒子，i 的值可以为 1, 2, $\cdots$, $(n-j+1)$, 所以从这张样品共可取出 $(n-j+1)$ 组粒子，按上述规则将这 $(n-j+1)$ 组粒子都放进仓库中. 并对 n 值相同的各张样品都这样做完后，以各仓库内所放入的粒子数目为纵坐标，仓库号为横坐标，就可以划出一条曲线. 对每一个 n 值和 j 值都可划出这样一条曲线. 当这些曲线的色散 (Dispersion) 都够小时，就表示电荷的区域性守恒的假设成立；否则，就表示不成立.

这里存在的一个问题是用什么做标准来判断曲线的色散是否够小？这个问题可望通过同用模型计算出的曲线相比较来解决：即将已知的较好的、电荷的区域性守恒不成立

粒　子	第 i	$i+1$	$i+2$	$i+3$	$i+4$	$i+5$	$i+6$
带　电	+	+	−	−	+	+	+
放入的仓库号	1	2	1	0	1	2	3

的模型和成立的模型的相应的曲线都计算出来，划在上述的图中，同上述实测的曲线相比较.

3. 玻色-爱因斯坦统计效应[10]

利用"样品数据"分析通常的双粒子快度关联及快度-方位角联合关联已发现(−,−)和(−, +)的短程关联，有明显的差异. 这种差异可能是由于同种介子的玻色-爱因斯坦效应及集团效应所引起的.

由于这些是相空间中的区域性的短程关联效应，采用 $j \lesssim j_0$ 的所有第 j 种近邻双粒子快度关联或快度-方位角联合关联的贡献之和来探讨这个问题，可以预测，是更为有效的. 这里面也只含到二到三个参、变量，"样品数据"的统计度，一般是够的. 近邻粒子谱所反映出的 (−, −) 和 (−, +) 短程关联的差异可能更明显，并可望利用玻色-爱因斯坦效应和集团效应来解释. 具体过程可仿照对通常内含谱所反映的 (−, −) 和 (−, +) 短程关联的差异所作的解释过程来进行[10].

三、含二—五个参、变量的其他类型的近邻粒子内含谱

1. 含二到三个参、变量的情况

上面已经讨论的含二到三个参、变量的近邻粒子内含谱的类型有 (y_1, r_2), (n, r_2). 将上列的近邻粒子谱中的 n 分别换成 n_L、n_{+L}、k、u 和 Δ, 又可以得到一些类型[11]，其中

n_L (n_{+L}) 表左边的带电的（带正电的）粒子数，k、u 和 Δ 分别表带电粒子的左右非对称度、电荷迁移和极大的快度隙.

作为 $(1;k)$ 型谱的特例（$k=4$ 或 3），还有几种类型，即 (r_2, r_3)、(r_2, r_3, r_4)、(n, r_2, r_3)、(k, r_2, r_3) 等. 这些类型，对深入地探讨集团内部的结构，显然是很有用的. "样品数据"的统计度一般是够的，只要对每个近邻粒子隙 r_i 都采用所有 $j \lesssim j_0$ 的第 j 种近邻粒子的贡献之和来探讨.

对不同能量的"样品数据"，确定一些上述的内含谱，就可以检验含二到三个参、变量的费曼-杨振宁比例律的推广形式.

2. 含四到五个参、变量的情况

（1）求某些"平均值"

例如求 $\langle r_2^{p_2} r_3^{p_3} r_4^{p_4} r_5^{p_5}\rangle$，$\langle r_2^{p_2} r_3^{p_3} r_4^{p_4}\rangle_n$，$\langle r_2^{p_2} r_3^{p_3} r_4^{p_4}\rangle_{y_1}$，$r_3^{p_3} r_4^{p_4} r_5^{p_5}\rangle_{r_2}$，$\langle r_4^{p_4} r_5^{p_5}\rangle_{r_2, r_3}$，$\langle r_5^{p_5}\rangle_{r_2, r_3, r_4}$ 等平均值. 当 p_2, k_3, p_4, p_5 够小时（例如 1 或 2 时），利用"样品数据"可以确定这些平均值. 这些平均值既简单、又包含了更多个粒子关联的一部分重要特征.

（2）求极大值附近的分布函数

一般说来，当任何变量离开极大点超过一定的距离时，P 值就会较迅速地下降. 在这个距离内"样品数据"的统计度是够的，所以可望从这一小部分揭露新的机理. 例如，从单粒子谱是看不出必有集团存在的，但从双粒子的 $P(r_2)$ 的极大点 $r=0$ 附近的那一小部分却能看出它的存在和平均的大小（方法是将带电粒子的 $r_2 \approx 0$ 附近的 $P(r_2)$ 同带负电粒子的 $r_2 \approx 0$ 附近的 $P(r_2)$ 相比较. 其中道理可参看文献[5]）.

四、碎 裂 模 型

我们把拉氏变换技巧首次应用到这个模型上，可使计算过程大为简化.

在粒子碎裂过程中，$(1;k)$ 型半内含谱的规一化的不变截面 $f^{(l)}_{(1;k)}$ 的表式可以仿照前一文第二节的(2)式得到. 该节中的求和规则(3)到(8)式，在碎裂过程中，也同样地被证明成立.

杨振宁等的碎裂模型是在碎裂图象的基础上假设当 $S \to \infty$ 时[8]，

$$\sigma_l = \frac{1}{l!}\int_0^1 \cdots \int_0^1 C_l \delta\left(\sum_{i=1}^{l} x_i - 1\right) dx_1 \cdots dx_l = \frac{K_1}{l(l-1)}, \quad (l \geqslant 1), \tag{1}$$

其中 C_l 与 $x_1 \cdots x_l$ 无关，K_1 为常数.

由(1)式得：

$$\frac{\partial^k \sigma_l}{\partial x_1 \cdots \partial x_k} = \frac{1}{(l-k)!}\int_0^1 \cdots \int_0^1 C_l \delta\left(\sum_i x_i - 1\right) \underbrace{dx_{k+1} \cdots dx_l}_{(x_{k+1}, \cdots x_l \text{不介入} (x_1, x_k))}. \tag{2}$$

可把前一文的求和规则(3)、(5)、(7)式写成：

$$\int \frac{\partial^k \sigma_l(x_1, \cdots x_k)}{\partial x_1 \cdots \partial x_k} dx_k = \frac{\partial^{k-1} \sigma_l(x_1 \cdots x_{k-1})}{\partial x_1 \cdots \partial x_{k-1}} - \widetilde{A}^{(l)}_{k-1}(x_1, \cdots x_{k-1}), \tag{3}$$

$$\int \cdots \int \widetilde{A}^{(l)}_{k-1}(x_1, \cdots x_{k-1}) dx_1 \cdots dx_{k-1} = \sigma_l, \tag{4}$$

$$\int\cdots\int\frac{\partial^k\sigma_l(x_1\cdots x_k)}{\partial x_1\cdots\partial x_k}dx_1\cdots dx_k=(l-k+1)\sigma_l. \tag{5}$$

可以将(2)式写成:

$$\frac{\partial^k\sigma_l}{\partial x_1\cdots\partial x_k}=\frac{1}{(l-k)!}\int_0^\infty\cdots\int_0^\infty C_l\delta\left(\sum_i x_i-1\right)\phi(x_{k+1})\cdots\phi(x_l)dx_{k+1}\cdots dx_l. \tag{6}$$

其中

$$\phi(x_i)=0,\quad (x_1<x_i<x_k) \tag{7}$$

$$=1,\quad (x_i\leqslant x_1,\ x_i\geqslant x_k) \tag{8}$$

令 $\sigma_l(X)\equiv\frac{1}{l!}\int_0^\infty\cdots\int_0^\infty C_l\delta\left(\sum_i x_i-X\right)dx_1\cdots dx_l.$ 由 $\sigma_l(1)=\frac{K_1}{l(l-1)}$

可得 $C_l=(l-2)!(l-1)!K_1.$ 令

$$Q_l(X)\equiv\frac{1}{(l-k)!}\int_0^\infty\cdots\int_0^\infty C_l\delta\left(\sum_i x_i-X\right)\phi(x_{k+1})\cdots\phi(x_l)dx_{k+1}\cdots dx_l\ (l\geqslant k+1), \tag{9}$$

由(2)式有

$$Q_l(1)=\partial^k\sigma_l/\partial x_1\cdots\partial x_k.\ (0\leqslant x_1\leqslant\cdots\leqslant x_k). \tag{10}$$

由 $Q_l(X)$ 的拉氏转换 $Q_l(J)$的表式得

$$Q_l(1)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty}Q_l(J)e^J dJ\quad(\gamma>0) \tag{11}$$

$$=\frac{(l-2)!(l-1)!K_1}{(l-k-1)!}\sum_{P,Q,r}\frac{(-1)^r}{P!Q!r!}(Px+Qy+rz)^{l-k-1}\theta(Px+Qy+rz),\quad (l\geqslant k+1), \tag{12}$$

其中

$$x=(1-x_1-\cdots-x_k)/(l-k),\ y=x-x_k,\ z=x-x_1, \tag{13}$$

$$Px+Qy+rz=1-(1+r)x_1-x_2-\cdots-x_{k-1}-(1+Q)x_k, \tag{14}$$

当 $l=k$ 时,可令

$$Q_k(1)=\partial^k\sigma_k/\partial x_1\cdots\partial x_k=C_l\delta\left(1-\sum_i x_i\right)\Big/k!, \tag{15}$$

于是有

$$\frac{\partial^k\sigma}{\partial x_1\cdots\partial x_k}=\sum_{l=k+1}^\infty\frac{(l-2)!(l-1)!K_1}{(l-k-1)!}\sum_{P,Q,r}\frac{(-1)^r}{P!Q!r!}(Px+Qy+rz)^{l-k-1}\theta(Px+Qy+rz)+(k-2)!K_1\delta\left(1-\sum_i x_i\right)\Big/k,\quad (P+Q+r=l-k,\ P\geqslant0,\ Q\geqslant0,\ r\geqslant0). \tag{16}$$

由(16)式可见费曼-杨振宁比例律的推广形式在碎裂模型中是正确的.

在碎裂模型的基础上也已经验证了求和规则式(3)到式(5).

五、一维的 Chew-Pignotti 模型

1. 非衍射的贡献

设所讨论的过程是:

$$a + b \to C_0 + C_1 + \cdots + C_{n+1}, \tag{17}$$

其中各粒子被视为全同的. 按照一维型的 Chew-Pignotti 模型[9], (1;k) 型的半内含谱的 $f_{(1;k)}^{(n)}(s, y_1, r_2, \cdots r_k) \cdot \sigma(s)$ 应为

$$\frac{\partial^k \sigma_n(s, y_1, r_2 \cdots r_k)}{\partial y_1 \cdots \partial y_k} = \sum_i \frac{\partial^k \sigma_{n,i}(s, y_1, r_2 \cdots r_k)}{\partial y_1 \partial y_2 \cdots \partial y_k}$$

$$= \sum_{i=1}^{n-k+1} (g/s) K(z_{i+1}) \cdots K(z_{i+K-1}) \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty dz_1 \cdots dz_i \delta(z_1 + \cdots$$

$$+ z_i - y_1) K(z_1) \cdots K(z_i) \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty dz_{i+k} \cdots dz_{n+1} \delta[z_{i+k} + \cdots$$

$$+ z_{n+1} - (Y - y_1 - r_2 - \cdots - r_k)] \cdot K(z_{i+k}) \cdots K(z_{n+1})$$

$$= (g/s) K(r_2) \cdots K(r_k) Q_n(y_1, y), (y_1 > 0, y > 0)^{1)} \tag{18}$$

其中 $r_2 = y_{i+1} - y_i, \cdots r_j = y_{i+j-1} - y_{i+j-2}$, $z_i = y_i' - y_{i-1}'$, y_i' 表粒子 C_i 的快度. $y = Y - y_1 - r_2 - \cdots - r_k$, $Y = \ln(s/m_a m_b)$, g 表顶角耦合常数的平方, $K(z_i) = g e^{\beta Z_i}$, $\beta = 2\alpha_M - 1$, α_M 表一等效的列奇轨道.

$Q_n(y_1, y)$ 的双拉氏转变为

$$Q_n(J_1, J) = \sum_{i=1}^{n-k+1} (K(J_1))^i (K(J))^{n+2-i-k}, \tag{19}$$

其中

$$K(J_1) = g/(J_1 - \beta), \quad (J_1 > \beta). \tag{20}$$

由逆变换可得 $Q_n(y_1, y)$ 的表式,代入(18)式便得

$$\frac{\partial^k \sigma_n(s, y_1, r_2 \cdots r_K)}{\partial y_1 \cdots \partial y_k} = \frac{g^{n+2}}{m_a m_b} \frac{e^{(\beta-1)Y}}{(n-K)!} (Y - r_2 - \cdots - r_K)^{n-k}. \tag{21}$$

(1:k) 型内含谱的 $f_{(1;k)}(s, y_1, r_2, \cdots r_k) \cdot \sigma(s)$,

$$\frac{\partial^k \sigma(s, y_1, r_2 \cdots r_k)}{\partial y_1 \cdots \partial y_k} = \frac{g^{k+2} e^{(\beta-2+g)Y}}{m_a m_b} e^{-g(r_2+\cdots+r_k)} \tag{22}$$

(22) 式表明费曼-杨振宁比例律的推广形式在一维型的 Chew-Pignotti 模型中是正确的(因 $\beta - 1 + g = 0$). 利用拉氏变换可得

$$\int dy_1 \int \cdots \int dr_2 \cdots dr_k \frac{\partial^k \sigma_n(s, y_1, r_2 \cdots r_k)}{\partial y_1 \partial r_2 \cdots \partial r_k} = \frac{g^{n+2} Y^n}{m_a m_b n!} e^{(\beta-1)Y} (n - k + 1), \tag{23}$$

由于

$$\sigma_n = (g^2/m_a m_b) e^{(\beta-1)Y} (gY)^n / n! \propto s^{\beta-1} [(g\ln s)^n / n!], \tag{24}$$

易见(23)式即前一文的(7)式.

2. 衍射的贡献[3]

在下面仅计算单衍射(低质量及高质量的)的贡献(双衍射的贡献可以类似地得到). 设单衍射的衍射隙出现在快度隙样品的最右边. 于是

---

1) $y_1 > 0$, $y > 0$ 相当于在实验数据中去掉两端的隙 (End gaps).

$$\frac{\partial^k\sigma_n(s,\ y_1,\ r_2\cdots r_k)}{\partial y_1\partial r_2\cdots\partial r_k}=\sum_{i=1}^{n-k+1}(g/s)K(z_{i+1})\cdots K(z_{i+k-1})\int_0^\infty\cdots\int_0^\infty dz_1\cdots dz_i$$

$$\cdot\,\delta(z_1+\cdots+z_i-y_1)K(z_1)\cdots K(z_i)\int_0^\infty\cdots\int_0^\infty dz_{i+k}\cdots dz_{n+1}\delta[z_{i+k}+\cdots$$

$$+z_{n+1}-y]K(z_{i+k})\cdots K(z_n)Kp(z_{n+1})\equiv(g/s)K(r_2)\cdots K(r_k)Q_n(y_1,y),$$

$$(y_1>0,y>0)\qquad(25)$$

其中 $y\equiv Y-y_1-r_2-\cdots-r_k$, $Kp(z_{n+1})=ge^{\beta_p z_{n+1}}$, $\beta_p=z\alpha_p-1$, α_p 表示 Pomeranchuk 轨道,其他符号与(18)式同.

由 $Q_n(y_1,y)$ 的双拉氏转换及逆变换得

$$Q_n(y_1,y)=\sum_{i=1}^{n-k+1}\left[\sum_{p,q}\frac{ype^{\beta y}g^{n+2-i-k}y^p}{(-1)(\beta_p-\beta)^{q+1}P!}+\frac{e^{\beta_p y}g^{n+2-i-k}}{(\beta_p-\beta)^{n+1-i-k}}\right]\left[\frac{g^ie^{\beta y_1}y_1^{i-1}}{(i-1)!}\right],\qquad(26)$$

其中 $P+q=n+1-i-K-1$, $P\geqslant0$, $q\geqslant0$. 令 $n'\equiv n-k+1-i$, 取 n', $i(n'\geqslant0,\ i\geqslant1)$ 为独立变数,则

$$(26)\text{式}=F\cdot\sum_{i=1}^{\infty}\frac{g(gy_1)^{i-1}e^{\beta y_1}}{(i-1)!}=Fge^{(g+\beta)y_1},\qquad(27)$$

其中

$$F\equiv\sum_{P=0}^{n'-1}\frac{(-1)(\beta_p-\beta)^Py^Pe^{\beta y}(1-\delta_{n',0})g^{n'+1}}{P!(\beta_p-\beta)^{n'}}+\frac{e^{\beta_p y}g^{n'+1}}{(\beta_p-\beta)^{n'}},\quad\delta_{0,0}=1$$

$\delta_{n',0}=0(n'\neq0)$. 代入(25)式得

$$\frac{\partial^k\sigma_n(s,\ y_1,\ r_2\cdots r_k)}{\partial y_1\partial r_2\cdots\partial r_k}=(g^{k+1}/s)F\,e^{(g+\beta)y_1+\beta(r_2+r_3+\cdots+r_k)}.\qquad(28)$$

通过计算可得:

$$\sum_{n=K}^{\infty}Q_n(y_1,y)=(g^2/(g+\beta-\beta_p))e^{(\beta+g)y_1}(ge^{(\beta+g)y}-(\beta_p-\beta)e^{\beta_p y}),\quad(\beta+g\neq\beta_p)$$

$$=g^3ye^{\beta_p(y+y_1)},\qquad((\beta+g)=\beta_p).\qquad(29)$$

代入(25)式及 $\dfrac{\partial^k\sigma(s,y_1,r_2\cdots r_k)}{\partial y_1\partial r_2\cdots\partial r_k}=\sum_{n=k}^{\infty}\dfrac{\partial^k\sigma_n(s,y_1,r_2\cdots r_k)}{\partial y_1\partial r_2\cdots\partial r_k}$, 便得:

(i) 当 $\beta_p-\beta-g>0$ 时 $(\beta_p=1)$,

$$\frac{\partial^k\sigma(s,\ y_1,r_2\cdots r_k)}{\partial y_1\partial r_2\cdots\partial r_k}\underset{(s\to\infty)}{=\!=}\frac{(\beta_p-\beta)}{\beta_p-\beta-g}g^{k+2}e^{-(\beta_p-\beta-g)y_1}e^{-(r_2+\cdots+r_k)(\beta_p-\beta)},\qquad(22')$$

所以,在这种情况下,将衍射贡献(22′)式和非衍射贡献(22)式结合起来,费曼-杨振宁比例律是成立的. 注意 β 是与列奇极的某种平均值相当的,是随反应的机理而变的. 因此,在(22)式中有 $1-\beta-g=0$, 在(22′)式中有 $1-\beta-g>0$, 二者并不矛盾.

下面是根据求和规则(见文(I)的(7)式)证明 $\beta_p-\beta-g$ 不能 $\leqslant0$.

(ii) 当 $\beta_p-\beta-g<0$ 时，

$$\frac{\partial^k\sigma(s,y_1,r_2\cdots r_k)}{\partial y_1\partial r_2\cdots\partial r_k}=\frac{g^{k+3}}{g+\beta-\beta_p}e^{-g(r_2+\cdots+r_k)}s^{\beta+g-\beta_p},\tag{22''}$$

$$\therefore\quad\int\cdots\int\frac{\partial^k\sigma(s,y_1,r_2\cdots r_k)}{\partial y_1\partial r_2\cdots\partial r_k}dy_1dr_2\cdots dr_k\propto(\ln s)s^{\beta+g-\beta_p},\quad(s\to\infty),$$

所以将(22″)式和(22)式结合起来不能满足求和规则.

(iii) 当 $\beta_p-\beta-g=0$ 时，类似地，可证明不能满足求和规则.

六、独立发射集团模型

稍推广文献[5]中关于独立发射集团模型的方法，便可求(1;k)型精细结构. 本文将采用文献[5]的符号.

令
$$q_{1K}(\hat{y})=\int_{y_1}^{y_K}dyD(y-\hat{y}).\tag{30}$$
及
$$G_M(y_1,\cdots,y_K;\hat{y}:\lambda_1,\cdots,\lambda_K)=[(1-q_{1K}(\hat{y}))+\lambda_1D(y_1-\hat{y})+\cdots+\lambda_KD(y_K-\hat{y})]^M$$

其中 $D(y-\hat{y})$ 表在 $\hat{y}$ 点的一个集团所衰变的粒子的快度 y 的几率分布. 则 $q_{1K}(\hat{y})$ 表此集团所衰变的粒子的快度在 (y_1,y_K) 间隔的几率，$G_M(y_1,\cdots,y_K;\hat{y};1,\cdots,1)$ 表在 $\hat{y}$ 点的一个含 M 个粒子的集团没有粒子衰变到间隔 $(y_1,y_2),\cdots(y_{K-1},y_K)$ 内部(不包括衰变到 $y_1,\cdots,y_K$ 这几个点上)的几率. 引进 $\lambda_1,\cdots,\lambda_K$ 是为了控制在 $y_1\cdots y_K$ 这几个点上的粒子的数目. 如果有 N 个集团产生，我们把这些几率结合起来，配以 N 个集团被产生的几率 $\exp(-\langle N\rangle)\langle N\rangle^N/N!$ 的权重及一个集团发射 M 个粒子的几率 g_M 的权重. 于是在可能的快度间隔 $(-Y/2,Y/2)$ 中的任何点所产生的单个集团没有粒子衰变到 $(y_1,y_2),\cdots(y_{K-1},y_K)$ 内部的几率是

$$\exp(-\langle N\rangle)\sum_M g_M(\langle N\rangle^1/1!)Y^{-1}\int_{-Y/2}^{Y/2}d\hat{y}[1-q_{1K}(\hat{y})+\lambda_1D(y_1-\hat{y})+\cdots+\lambda_KD(y_K-\hat{y})]^M,\quad(\lambda_1=\lambda_2=\cdots=\lambda_K=1).\tag{31}$$

两个独立产生的集团没有粒子衰变到间隔 $(y_1,y_2)\cdots(y_{K-1},y_K)$ 内部的几率是

$$\exp(-\langle N\rangle)\sum_{M_1M_2}g_{M_1}g_{M_2}(\langle N\rangle^2/2!)Y^{-2}\int_{-Y/2}^{Y/2}d\hat{y}_1[(1-q_{1K}(\hat{y}_1))+\lambda_1D(y_1-\hat{y}_1)+\cdots+\lambda_KD(y_K-\hat{y}_1)]^{M_1}\int_{-Y/2}^{Y/2}d\hat{y}_2[(1-q_{1K}(\hat{y}_2))+\lambda_1D(y-\hat{y}_2)+\cdots+\lambda_KD(y_K-\hat{y}_2)]^{M_2},\quad(\lambda_1=\cdots=\lambda_K=1).\tag{32}$$

把所产生的一切数目的集团的贡献加起来，便得到没有粒子出现在间隔 $(y_1,y_2)\cdots(y_{K-1},y_K)$ 内部的几率是

$$G(y_1\cdots y_K:Z;\lambda_1\cdots\lambda_K)=\exp\left((\langle N\rangle/Y)\sum_{M=0}^{\infty}g_MZ^M\int_{-Y/2}^{Y/2}d\hat{y}\cdot\{[1-q_{1K}(\hat{y})+\lambda_1D(y_1-\hat{y})+\cdots+\lambda_KD(y_K-\hat{y})]^M-1\}\right),\ (\lambda_1=\cdots=\lambda_K=1)\tag{33}$$

容易看出，没有粒子出现在间隔 $(y_1, y_2)\cdots(y_{K-1}, y_K)$ 内部．且各有一个粒子出现在 $y_1,\cdots y_K$ 点上的几率（相当于 $(1;K)$ 型的内含谱）是：

$$P(y_1, r_2, \cdots r_K) = \left[\frac{\partial}{\partial\lambda_1}\cdots\frac{\partial}{\partial\lambda_K}G(y_1, \cdots y_K; Z; \lambda_1, \cdots\lambda_K)\right]_{(\lambda_1=\cdots=\lambda_K=0, Z=1)}. \tag{34}$$

容易证明，当 $K=2$ 时，文献[5]中的

$$-\frac{\partial}{\partial y_1}\frac{\partial}{\partial y_2}G(y_1, y_2; Z) = \left[\frac{\partial}{\partial\lambda_1}\frac{\partial}{\partial\lambda_2}G(y_1, y_2; Z; \lambda_1, \lambda_2)\right]_{\lambda_1=\lambda_2=0}, \tag{35}$$

当一个集团内只有一个粒子时，有 $D(y-\hat{y}) = \delta(y-\hat{y})$, $g_1 = 1$, $g_M = 0\ (M \neq 1)$. 于是

$$\begin{aligned} P(y_1, r_2, \cdots r_K) &= (\langle N\rangle/Y)^K \exp[-\langle N\rangle(y_K - y_1)/Y] \\ &= \prod_{i=2}^{K}(\langle N\rangle/Y)\exp(-\langle N\rangle r_i/Y). \end{aligned} \tag{36}$$

从直观也可以看出，这是简单的独立发射单粒子模型应有的关于 $(1;k)$ 型精细结构的公式．由于是独立地产生单个粒子，所以相邻的快度隙长度之间就不存在关联了．

利用(34)，(33)式便可确定 $\langle r_2^{p_2}\cdots r_K^{p_K}\rangle_{y_1}$, $\langle r_3^{p_3}\cdots r_K^{p_K}\rangle_{y_1, r_2}\cdots\langle r_K^{p_K}\rangle_{y_1, r_2\cdots r_{K-1}}$, 以与实验相比较．这些量和由(36)式求出的相应的量之差可用来反映短程关联的特征．

参　考　文　献

[1] 例如，有关 200 Gev/c 碰撞的数据可参看： R. Singer et al., *Phys. Lett.*, **49B** (1974), 481; B. Y. Oh, et al., *Phys. Lett.*, **56B** (1975), 400; Y. Cho et al., *Phys. Rev. Lett.*, **31** (1973), 413; T. Ludlam et al., *Phys. Lett.*, **48B** (1974), 449.

[2] N. N. Biswas et al., *Phys. Rev. Lett.*, **35** (1975), 1059.

[3] L. Foa, *Phys. Reports*, **22C** (1975), 1.

[4] 见 A. Krzywicki et al., *Phys. Lett.*, **57** (1975), 369 文末的参考文献[4—5].

[5] C. Quigg, P. Pirilä and G. Thomas, *Phys. Rev. Lett.*, **34** (1975). 290.

[6] P. Pirilä, G. Thomas and C. Quigg, *Phys. Rev.*, **D12** (1975), 92.

[7] T. Ludlam and R. Slansky, *Phys. Rev.*, **D12** (1975), 65.

[8] C. Quigg, J. M. Wang and C. N. Yang, *Phys. Rev. Lett.*, **28** (1972). 1290.

[9] G. F. Chew and A. Pignotti, *Phys. Rev.*, **176** (1968), 2112; C. E. DeTars, *Phys. Rev.*, **D3** (1971), 128.

[10] J. Whitmore, *Phys. Reports*, **27C** (1976), 189.

[11] 刘汉昭，中国科学，1978, 5, 508; 科学通报，**21**(1976), 483.

FINESTRUCTURES OF INCLUSIVE SPECTRA (II)——CALCULATED PRELIMINARILY USING MODELS, AND TO BE DETERMINED USING EXISTING DATA

LIU HAN-ZHAO
(Nankai University)

ABSTRACT

Existing data of rapidity patterns of charged particles can be utilized to determine some important types of inclusive spectra of nearby particles. Some of these types may be used to study such open or controversal problems as the size of the cluster, the local conservation of charges, the effect of Bose-Einstein statistics etc. The statistics of these patterns is in general sufficient for inclusive spectra of nearby particles including 2 to 3 parameters and variables, and insufficient for those including 4 to 5 variables. In the latter case we introduce two special methods for the organization of data: one of them is to find various types of 'averages' over rapidity intervals of the nearby particles, and the other is to find inclusive spectra of nearby particles in the neighborhood of the maximum point. By means of these methods, some special features of inclusive spectra of nearby particles including 4 to 5 parameters and variables, may be significantly determined.

The fragmentation model, advanced by Yang and collaborators, the one-dimensional version of Chew-Pignotti model with and without diffraction, and the independent cluster emission model in the form proposed by Quigg and collaborators, are used to calculate crudely the finestructures of inclusive and semi-inclusive spectra as well as to test the sum rules and the generalized form of Feynman-Yang scaling.