

$\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ 疑难和自旋 3/2 的 τ 轻子

伍经元 李小源 陈中谟

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文讨论了 $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ 衰变的疑难. 和自旋 1/2 的理论相比, 对自旋 3/2 的重轻子 τ 和自旋 1/2 的中微子 ν_τ , $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ 道和 $\tau \rightarrow \nu_\tau\nu_l l$ 道的比值压低了 12/5 倍, 而其它衰变道没有明显的变动. 对自旋 3/2 重轻子 τ 在 e^+e^- 对撞中的产生也作了讨论.

(一) 大量的实验表明质量为 1.9GeV 的序列重轻子 τ 及相应的中微子 ν_τ 是存在的^[1-4]. 最近的实验进一步表明, 对于 τ^\pm 的一些主要衰变道, 实验结果和假定 τ 轻子弱流的结构是 $V-A, m_{\nu_\tau}=0$ 的理论所预言的值基本符合^[1-4], 唯一的例外是 $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ 的衰变. 到目前为止, 寻找 $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ 衰变的实验都是不成功的, DASP 实验给出分支比是 $B(\tau \rightarrow e\nu\bar{\nu}) \cdot B(\tau \rightarrow \pi\nu_\tau) = 0.004 \pm 0.005$ ^[4], 暗示比理论预言值要小很多. 在 $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ 衰变中, 并不包含任何可调参数, 因而很难解释这个奇怪现象. 例如, 我们可以假定 τ 中微子 ν_τ 的质量不为零, 并且 τ 轻子的弱流除了左手部份外还有右手部份, 但是无论如何调节参数, $R_\pi = \Gamma(\tau \rightarrow \pi\nu_\tau) / \Gamma(\tau \rightarrow l\nu\bar{\nu})$ 也只会增大而无实质性的压低(见图 1). 甚至可以说, 几乎没有一个流行的弱电统一理论模型能解释 $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ 衰变的压低^[5]. 因此, 如果实验上继续肯定这一结果, $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ 将成为一个疑难. 显然, 解决这个疑难对于认识轻子的结构以及弱相互作用的性质是很重要的.

我们注意到 $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau, \tau \rightarrow K\nu_\tau$ 衰变和其它衰变道不同, 它是在 τ 的两体衰变道中唯一包含有零自旋粒子的 ($\tau \rightarrow K\nu_\tau$ 有 Cabibbo 角引起的压低, 目前问题不突出). 在 τ 的质心系中, 两体终态是共线的, 它们的相对轨道角动量垂直于粒子的动量, 因而, 如 τ 或 (和) ν_τ 的自旋不是 1/2, 而是高自旋, 例如 3/2, 那么, 沿动量方向的角动量守恒定律和 π 介子的零自旋将给出相当的抑制, 对其它衰变道不受抑制, 这就使得 B_π 自然地 被压低. 我们分别以下几种情况说明这点.

(1) τ 的自旋 $J(\tau) = 3/2, \nu_\tau$ 的自旋 $J(\nu_\tau) = 1/2$

设 ν_τ 动量方向为 z 轴, $J_z(\tau) = \pm 3/2$ 对 $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ 衰变是禁戒的, 对其它衰变道没有这个禁戒, 因此 B_π 将会被大为压低[图 2(a)].

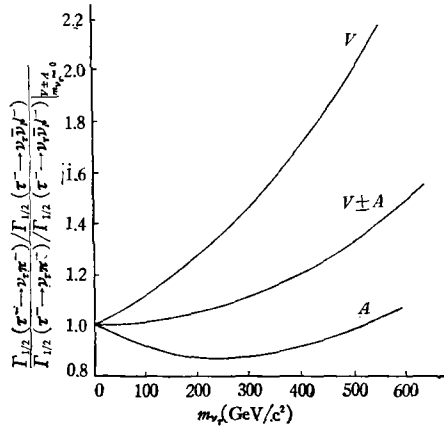


图 1 $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ 相对衰变率随 m_{ν_τ} 和手征性变化 自旋 1/2 的情形

(2) $J(\tau) = 3/2, J(\nu_\tau) = 3/2, m_{\nu_\tau} = 0$

因为零质量粒子只有两个自旋投影态 $J_z(\nu_\tau) = \pm 3/2$, 故 $J_z(\tau) = \pm 1/2$ 对 $\tau \rightarrow \nu\pi_\tau$ 衰变同样是被禁戒的, B_π 将同样被压低[图 2(b)].

(3) $J(\tau) = 1/2, J(\nu_\tau) = 3/2, m_{\nu_\tau} = 0$

$\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ 是绝对禁戒的, 因为不存在角动量守恒所允许的衰变态*.

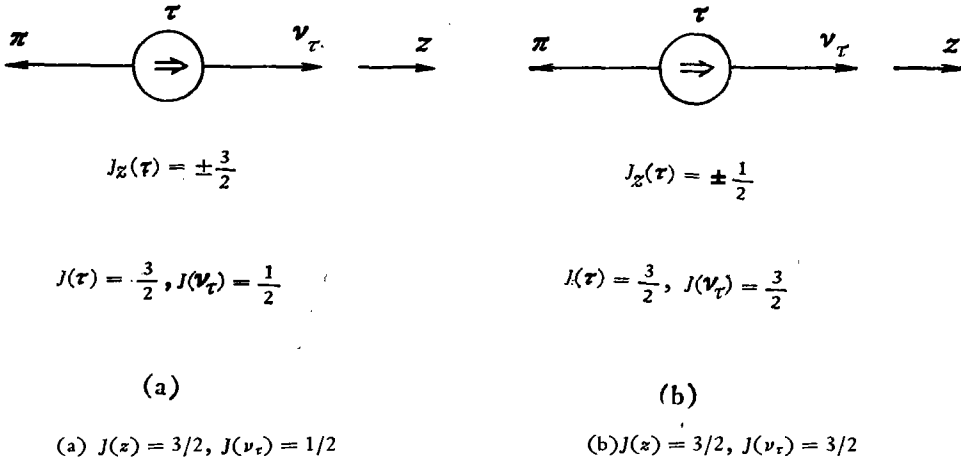


图 2 两种角动量禁戒的状态

本文将详细讨论第一种情况, 给出 3/2 自旋的 τ 的衰变分支比. 和实验的比较说明, 它并不严重影响其它的衰变道, 却自然压低 $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ 的衰变, 因而 τ 作为一个 3/2 的重轻子是和实验自洽的.

目前, 自旋 3/2 的零质量场论仍在探索中. 主要是因为它的场算符 $\psi_{\mu}^{(\nu_\tau)}$ 包含着一个旋量规范因子 Λ :

$$\psi_{\mu}^{(\nu_\tau)}(x) \rightarrow \psi_{\mu}^{(\nu_\tau)}(x) + \partial_\mu \Lambda(x).$$

为了避免规范不决定性(它会导致相对论不协变), 可以考虑微分耦合如:

$$(j_\mu^\tau)^{\omega k} = \phi_\lambda^{(\tau)}(a + b\gamma_5)\psi_{\mu\lambda}^{(\nu_\tau)}$$

其中

$$\psi_{\mu\lambda}^{(\nu_\tau)} = \partial_\mu \phi_\lambda^{(\nu_\tau)} - \partial_\lambda \phi_\mu^{(\nu_\tau)}$$

对于利用这个弱流的计算及自旋 3/2 的中微子理论将另行讨论.

(二) 设 τ 的自旋为 3/2, ν_τ 的自旋为 1/2, 那么 τ 轻子的弱流为

$$(j_\mu^\tau)^{\omega k} = \phi_\mu^{(\tau)}(a + b\gamma_5)\psi^{(\nu_\tau)},$$

其中 a, b 为任意实数, $\phi_\mu^{(\tau)}$ 是自旋 3/2 的 Rarita-Schwinger 场量^[7], $\psi^{(\nu_\tau)}$ 是 Dirac 旋量. 考虑到 Dirac 方程和 Rarita-Schwinger 方程, 在不包含微商耦合的情况下, $(j_\mu^\tau)^{\omega k}$ 的形式是唯一的. 利用流流耦合, 可计算各个衰变道的几率.

纯轻子衰变的几率为:

$$\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau l^- \bar{\nu}_l) = \frac{G_F^2 m_\tau^5}{23040\pi^3} \{ 2(a^2 + b^2)[6 - 45\mu^2 + 10\mu^4 + 30\mu^6 - \mu^{10} - 60\mu^2 \ln\mu^2] + 5(a^2 - b^2)\mu[9 + 64\mu^2 - 72\mu^4 - \mu^8 + 12\mu^2(4 + 3\mu^2)\ln\mu^2] \},$$

* 在本文完成之后, 见到有人讨论了这情况^[6].

半强子衰变的几率为:

$$\Gamma(\tau \rightarrow \pi \nu_\tau) = \frac{G_F^2 f_\pi^2 m_\tau^3 \cos^2 \theta_c}{384\pi} \Delta^{3/2}(1, \mu^2, m_\pi^2/m_\tau^2) \cdot \left\{ a^2 \left[(1 + \mu)^2 - \frac{m_\pi^2}{m_\tau^2} \right] + b^2 \left[(1 - \mu)^2 - \frac{m_\pi^2}{m_\tau^2} \right] \right\},$$

$$\Gamma(\tau \rightarrow \rho \nu_\tau) = \frac{G_F^2 m_\tau m_\rho^4 \cos^2 \theta_c}{48\pi \cdot f_\rho^2} \Delta^{1/2}\left(1, \mu^2, \frac{m_\rho^2}{m_\tau^2}\right) \cdot \left[2 + \frac{m_\tau^2}{4m_\rho^2} \left(1 + \frac{m_\rho^2}{m_\tau^2} - \mu^2\right) \right] \cdot \left\{ a^2 \left[(1 + \mu)^2 - \frac{m_\rho^2}{m_\tau^2} \right] + b^2 \left[(1 - \mu)^2 - \frac{m_\rho^2}{m_\tau^2} \right] \right\},$$

其中 m_x 代表 x 粒子的质量, $\mu = m_{\nu_\tau}/m_\tau$, G_F 为 Fermi 弱相互作用常数 $G_F = 1.02 \times 10^{-5} m_p^{-2}$, θ_c 是 Cabibbo 角, 函数 $\Delta(1, x, y) = 1 + x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2xy$. f_π 和 f_ρ 分别是 π 衰变及 ρ 介子电磁衰变常数:

$$\langle \pi^-(k) | J_\mu^{\nu k}(0) | 0 \rangle = f_\pi k_\mu,$$

$$\langle \rho^-(k, \lambda) | J_\mu^{\nu k}(0) | 0 \rangle = \sqrt{2} \frac{m_\rho^2}{f_\rho} \epsilon_\mu(k, \lambda),$$

其中 $J_\mu^{\nu k}$ 是强子弱流, $\epsilon_\mu(k, \lambda)$ 是 ρ 介子的极化矢量.

同样, 利用 $K \rightarrow \mu \nu$ 的衰变常数 f_K 可计算 $\Gamma(\tau \rightarrow K \nu_\tau)$. 利用 Weinberg 第二求和规则^[6]和 Das-Mathur-Okubo 求和规则^[9]给出的 $f_{A_1}/m_{A_1}^2 = f_\rho/m_\rho^2$, $f_\rho/m_\rho = f_{K^*}/m_{K^*}^2$ 可计算 $\tau \rightarrow A_1 \nu_\tau$ 及 $\tau \rightarrow K^* \nu_\tau$. 利用 $e^+e^- \rightarrow \rho'(1600)$ 给出的 $f_{\rho'}$ 可计算 $\tau \rightarrow \rho' \nu_\tau$.

到强子连续态的衰变几率为:

$$\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau + \text{强子连续态}) = \frac{G_F^2 m_\tau^5}{1536\pi^3} \int_{s_0}^{(1-\mu)^2} ds \Delta^{1/2}(1, s, \mu^2) R(s) \cdot [(1 + s - \mu^2)^2 + 8s] \cdot [(a^2 + b^2)(1 - s + \mu^2) + 2\mu(a^2 - b^2)],$$

其中

$$R(s) = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{强子连续态})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)},$$

$\sqrt{s} m_\tau$ 为 e^+e^- 碰撞的质心能量, 计算中取 $\sqrt{s_0} m_\tau$ 为 1GeV, $R(s) \sim 1$.^{5[10]} 并利用了手征对称性及 $SU(3)$ 对称.

表 1 列出了当 $m_{\nu_\tau} = 0$ 时, 对任意的 a 和 b , τ 衰变的分支比. 我们看到结果与实验基本上符合, $\tau \rightarrow \pi + \nu_\tau$ 是被压低了, $R_\pi[J(\tau) = 3/2]/R_\pi[J(\tau) = 1/2] = 5/12$. 到强子连续态的衰变几率提高了 24%, 对其它衰变道改动不大, 而 τ 的寿命要比自旋 1/2 的 τ 长 5.2 倍. 图 3 表示当 m_{ν_τ} 不为零时 $\tau^- \rightarrow \pi^- + \nu_\tau$ 的分支比, 看来改变 m_{ν_τ} 及矢量流的比例并不能使这分支比再降低多少.

在 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^- \rightarrow e^+ + \mu^+ + \text{中微子}$ 的过程中, 带电轻子的能谱是:

$$f^{3/2}(x) = \frac{1}{\beta} \cdot \begin{cases} F\left(1 - \frac{2x}{1+\beta}\right), & \frac{1-\beta}{2} < x < \frac{1+\beta}{2} \\ F\left(1 - \frac{2x}{1+\beta}\right) - F\left(1 - \frac{2x}{1-\beta}\right), & x < \frac{1-\beta}{2} \end{cases}$$

表 1 自旋 1/2, 3/2 τ^- 的相对衰变分支比与实验结果比较

	$J(\tau) = \frac{1}{2}$	$J(\tau) = \frac{3}{2}$	实 验	
			$(\Delta R)(B_e)(B_x)$	B_x/B_e
$\tau^- \rightarrow \nu_\tau \bar{\nu}_e e^-$	1	1	0.040 ± 0.012	1
$\tau^- \rightarrow \nu_\tau \bar{\nu}_\mu \mu^-$	1	1	0.040 ± 0.012	1
$\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$	0.56	0.23	0.004 ± 0.005	0.10 ± 0.12
$\tau^- \rightarrow K^- \nu_\tau$	0.037	0.015	$< 0.003 (90\% \text{C.L.})$	$< 0.75 (90\% \text{C.L.})$
$\tau^- \rightarrow \rho^- \nu_\tau$	1.27(1.03)	1.06(0.87)	0.048 ± 0.018	1.2 ± 0.5
$\tau^- \rightarrow A_1^- \nu_\tau$	0.51(0.42)	0.57(0.46)	$(0.018 \pm 0.006) \pm 30\%$	$(0.45 \pm 0.15) \pm 30\%$
$\tau^- \rightarrow K^{*-} \nu_\tau$	0.09(0.08)	0.09(0.07)		
$\tau^- \rightarrow \rho'^- \nu_\tau$	0.15	0.20		
$\tau^- \rightarrow \nu_\tau + \text{连续}$	1.08	1.35		
总 和	5.70(5.36)	5.51(5.20)		
B_e	0.18(0.19)	0.18(0.19)		

注: B_x 为 $\tau \rightarrow x$ 的分支比. 对 $\tau^- \rightarrow \rho^- \nu_\tau, A_1^- \nu_\tau, K^{*-} \nu_\tau, f_\rho^2/4\pi = 2.1$ 即 $\rho \rightarrow e^+ e^-$ 分支比为 $(0.0043 \pm 0.0005)\%$.

括弧里数字是用 $f_\rho^2/4\pi = 2.56$. 对 $\tau^- \rightarrow \rho'^- \nu_\tau$ 利用 $f_{\rho'}^2/4\pi = 16.8$. 实验值 B_x/B_e 对 B_e 是非常敏感的.

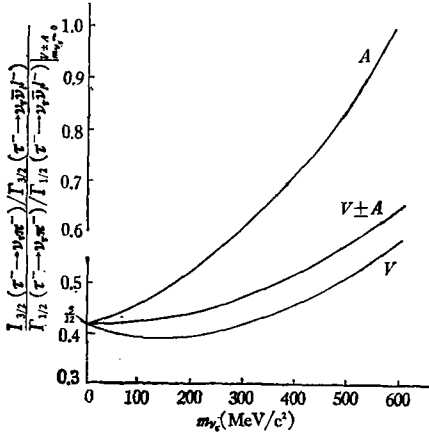


图 3 自旋 3/2 的 $\tau \rightarrow \pi \nu_\tau$ 相对衰变率随 m_{ν_τ} 和手征性的变化 Γ 的下标代表 τ 的自旋

其中

$$F(z) = \frac{5}{3} \left[\left(z + z^2 - \frac{5}{6} z^3 - \frac{z^4}{8} \right) + \frac{ab}{a^2 + b^2} \left(-z + \frac{5}{2} z^2 - \frac{4}{3} z^3 \right) \right],$$

$x = E_l/E_\tau, \beta$ 是 τ 的速度, $a = b$ 代表 $V - A$.

图 4 和图 5 分别给出了质心能量为 5.0GeV 和 7.0GeV 时 τ 衰变的带电轻子的能谱, 自旋 1/2 和自旋 3/2 两种情况都在图中给出, 假设相应的中微子质量 $m_{\nu_\tau} = 0$. 从图上可以看出, 无论是 $V - A$ 还是 $V + A$, 两种自旋所对应的谱形都相差不远的. 因而和现在的实验结果并不矛盾.

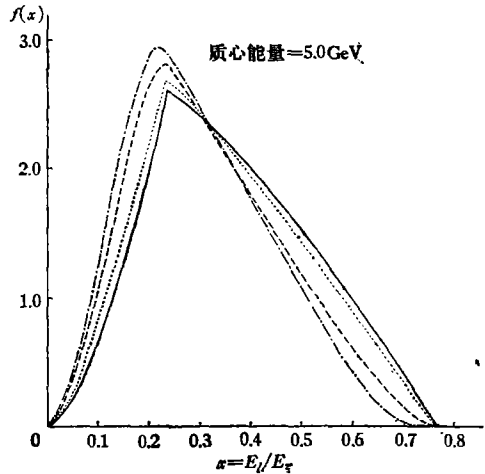


图 4 $c^+ e^- \rightarrow \tau^+ + \tau^- + \text{中微子}$ 过程中带电轻子的能谱 $f^{J(\tau)}(x), \int f(x) dx = 1$. 质心能量 5.0GeV (实线: f_{V+A}^2 ; 点线: f_{V-A}^2 ; 虚线: f_{V+A}^2 ; 点划线: f_{V-A}^2)

(三) 到目前为止,还没有一个自洽的有相互作用的自旋 3/2 的基本量子场论^[12]. 例如在 $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ 中,如我们简单利用 Rarita-Schwinger 场及最小电磁作用原理

$$(j_\mu^{(\tau)})^{em} = i\bar{\psi}_\lambda^{(\tau)}\gamma_\mu\psi_\lambda^{(\tau)},$$

$\sigma(e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-)$ 将不随质心能量下降, 导致么正性的破坏, 并且开始发生在能量仅仅是几倍阈能的地方, 因而直接妨碍了把理论计算的 $R = \sigma(e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-) / \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$ 和实验进行比较. 可是我们可以作如下估计:

$$(j_\mu^{(\tau)})^{em} = i(\bar{\psi}_\lambda^{(\tau)})_L\gamma_\mu(\psi_\lambda^{(\tau)})_L + i(\bar{\psi}_\lambda^{(\tau)})_R\gamma_\mu(\psi_\lambda^{(\tau)})_R,$$

其中 $(\psi_\lambda^{(\tau)})_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)\psi_\lambda^{(\tau)}$.

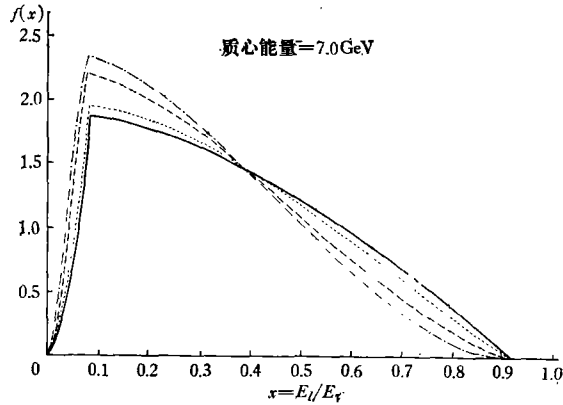


图5 同图4. 质心能量 7.0GeV 情形

对一个能重整及么正的理论而言, 高级修正图一定会给出一个形状因子. 因此当质心能量大大超过 $2m_\tau$ 的话, τ^+ 和 τ^- 的 16 个自旋态中只有图 6 的两个是起贡献的. 对自旋 1/2 的 τ^\pm 也是一样, 四个自旋态中也只有两个是允许的, 因此 R 的增长可能与自旋 1/2 的轻子差不多, 而不会因自旋态的激增而激增.

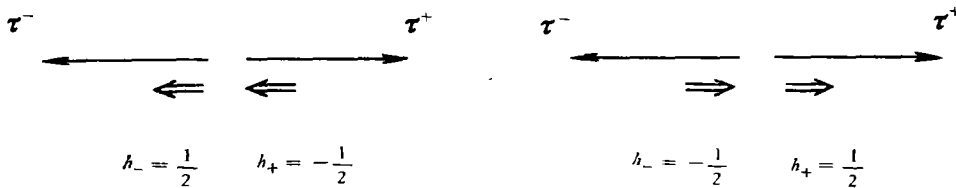


图6 e^+e^- 湮灭中 $\tau^\pm (J = 3/2)$ 的产生, 十六种自旋态中只有两种是允许的. h^\pm 为 τ^\pm 的螺旋度

另外, 高自旋的 τ 还很可能是轻子的激发态, 目前的实验也并不排除 τ 是一个电子型的正常重轻子^[1], 因而附加的形状因子将压低 $\tau^+\tau^-$ 的产生. 这显然是十分有兴趣的.

(四) 本文中讨论的都是自由 τ 的衰变, 因而各个自旋态有相同的统计权重. 但是, 实验上观察的 τ 都是在 e^+e^- 湮灭中产生的, 因而 τ 的螺旋性 (helicity) 将主要是 $\pm 1/2$, 并且, 实验上对探测的 π 介子的动量还有一下限为 1GeV 的割断^[4]. 我们考虑了实验条件对 R_π 的影响, 但是, 初步估计表明, 改动不大. 结果另文发表.

参 考 资 料

[1] M. L. Perl, *Invited talk presented at the 1977 International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies, Hamburg*, SLAC-PUB-2022.
 [2] G. Knies, *ibid.*, DESY-77/74.
 [3] S. Yamada, *ibid.*
 [4] J. Kirby, *ibid.*, SLAC-PUB-2040.
 [5] L. Maiani, *ibid.*
 [6] C. P. Korthals-altes, P. Mery, *Phys. Lett.*, **72B**(1977), 375.
 [7] See for example, D. Lurie, "*Particles and Fields*", (Interscience, 1968).

- [8] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, 18(1967), 507.
 [9] T. Das, V. S. Mathur and S. Okubo, *Phys. Rev. Lett.*, 18(1967), 76.
 [10] B. Richter, *Proc. of the XVII International Conference on High Energy Physics*, edited by J. E. Smith, IV-37.
 [11] A. Silverman, *Proc. of the 1975 International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies, Stanford*, edited by W. T. Kirk, 355.
 [12] K. Johnson, E. C. G. Sudarshan, *Ann. Phys.*, (N. Y.), 13(1961), 126. G. Velo and D. Zwanziger, *Phys. Rev.*, 186(1969), 1337; *ibid.*, 188(1969), 2218.

THE DIFFICULTY OF THE DECAY $\tau \rightarrow \pi\nu_\tau$ AND SPIN 3/2 HEAVY LEPTON

WU JING-YUAN LI XIAO-YUAN CHEN ZHONG-MO

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

We discuss the suppression of the decay of heavy lepton τ into $\pi\nu_\tau$, by assuming that τ and/or ν_τ carry spin 3/2. For the case of spin 3/2 τ and spin 1/2 ν_τ , using the weak current $\bar{\psi}_\mu^{(\tau)}(a + b\gamma_5)\psi^{(\nu_\tau)}$, we find that the $\pi\nu_\tau$ decay channel relative to the $\nu_\tau\bar{\nu}_l l^-$ channel is suppressed 12/5 times, while other decay channels are not changed appreciably. $\Delta R = \sigma(e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-)/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$ is also discussed.